

УДК 539.4

ВПЛИВ КОНЦЕНТРАЦІЇ ВОДНЮ НА НАПРУЖЕННЯ У СУЦІЛЬНОМУ МЕТАЛЕВОМУ ЦИЛІНДРІ

*М. Г. СТАЩУК**Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів*

На основі моделювання напружено-деформованого стану системи метал–водень запропоновано базові рівняння, які дають змогу оцінювати додаткові напруження в матеріалі, обумовлені воднем. На цій основі розраховані компоненти напружень, спричинені воднем у суцільному металевому циліндричному зразку.

Ключові слова: *напружено-деформований стан, водень, концентрація водню, металевий циліндр.*

Водень у металах впливає на їхню міцність та довговічність. Особливість впливу водню на ці властивості полягає у безперешкодній його проникності через поверхню та кристалічну ґратку металу. Атоми водню у металах викликають розширення їхньої кристалічної ґратки [1–3]; експерименти під час розчинення водню наведені для ніобію [4], алюмінію [5], у паладієвих сплавах [6]. Дослідження наводнювання та зневоднювання металів вказують на виникнення водневих концентраційних неоднорідностей [7]. Неоднорідності ініціюють появу у металах напружень від концентрації водню, які необхідно враховувати в сучасних технологічних розробках. Отже, врахування внутрішніх напружень водневого характеру є актуальним для розвитку сучасних технологій під час проектування деталей машин, конструкцій, споруд, а також матеріалів, які експлуатуються в умовах взаємодії з воденьвмісними середовищами чи перебувають в контакт з воднем. Напруження є характерними для термоядерних реакторів, газо- та нафтопроводів, різноманітних фільтрів паладієвого типу та низки апаратів нафтохімічного виробництва. Нехтувати водневими напруженнями в дослідженнях впливу водню на поведінку матеріалів не варто. Такі дослідження уже здійснювались [7–11]. Однак здебільшого приділяли увагу односторонньому впливу механічних напружень на розподіл концентрації водню [12–14]. Водночас вдосконалення вказаних розробок вимагає детальних досліджень напружено-деформованого стану, обумовленого концентрацією водню в металах. Тому для вивчення впливу водню на метали першочерговою є задача оцінки поля напружень, зініційованого дифундуваними атомами водню у металевому суцільному циліндрі.

Вихідні рівняння та побудова розв'язку задачі для суцільного циліндричного тіла. За наводнення металевого тіла змінюються лінійні розміри його елементів та об'єм [7]. Водночас зміна об'єму тіла за певних умов викликає внутрішні напруження. Приймаємо, що взаємодія між атомами водню незначна. Потрібно встановити напружено-деформований стан металевого тіла, обумовлений концентрацією водню у ньому.

Повне деформування елемента суцільного металевого циліндра зі зміною концентрації водню на величину C_H схематично зображене на рис. 1. Тоді ребро паралелепіпеда довжини ds матиме нову довжину $(1 + \alpha_{C_H} C_H) ds$ (рис. 1). Параметр α_{C_H} є коефіцієнтом концентраційного водневого розширення [7–9]. Для ізо-

тропного і однорідного тіла α_{C_H} не залежить від напрямку елемента ds . Якщо припустити також, що коефіцієнт α_{C_H} не залежить від концентрації, то він буде сталою величиною. В цьому випадку початковий прямокутний нескінченно малий паралелепіпед залишається прямокутним. Видовження у всіх напрямках матимуть однакове значення. Зміна концентрації водню на величину C_H призведе до деформацій

$$\varepsilon_{ii}^H = \alpha_{C_H} C_H, \quad i=1,2,3; \quad \varepsilon_{ij}^H = 0 \quad i \neq j. \quad (1)$$

Також за дії зовнішніх навантажень у тілі виникають напруження σ_{ik} ($i = 1, 2, 3$). Згідно з класичною теорією пружності, такі напруження обумовлюють відповідні видовження та зсуви. Тому напруження σ_{ik} викликають деформації

$$\varepsilon_{ii}^P = \frac{1}{2G} \left(\sigma_{ii} - \frac{\nu}{1+\nu} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \right), \quad i=1,2,3; \quad \varepsilon_{ij}^P = \frac{\sigma_{ij}}{2G}, \quad i \neq j. \quad (2)$$

Тут G – модуль зсуву; ν – коефіцієнт Пуассона.

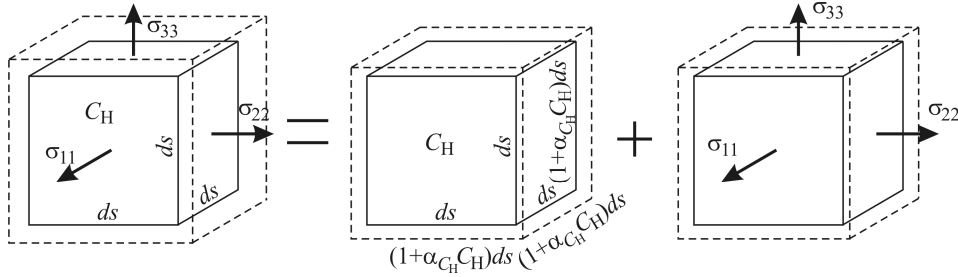


Рис. 1. Схема повних деформацій з врахуванням водневих напружень.

Fig. 1. The scheme of complete deformations taking into account hydrogen stresses.

За законом суперпозиції повні деформації рівні сумі деформацій (1), викликаних зміною концентрації водню, та деформацій, обумовлених напруженнями в тілі, що входять у рівняння (2), тобто

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^H + \varepsilon_{ij}^P. \quad (3)$$

Тоді рівняння (3) запишемо так:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \left(\sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \right) \delta_{ij} + \alpha_{C_H} C_H \delta_{ij}, \quad (4)$$

де δ_{ij} – символ Кронекера.

Оцінити водневі напруження у металі найпростіше розглядом плоскої деформації циліндричного металевого тіла за наявності у ньому концентрації водню C_H .

Отже, розглянемо плоску деформацію, спричинену концентрацією водню C_H у суцільному циліндрі (рис. 2). Ввівши циліндричну систему координат, запишемо компоненти тензора напружень σ_r , σ_θ , σ_z . Уздовж осі Oz умови для реалізації напружено-деформованого стану незмінні та виконується симетрія відносно цієї осі. На основі співвідношення (3) та (4) можемо записати, що деформації, викликані концентрацією водню, мають вигляд

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \alpha_{C_H} C_H, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] + \alpha_{C_H} C_H, \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] + \alpha_{C_H} C_H. \quad (5)$$

Тут E – модуль Юнга.

Для плоскої деформації $w = 0$ і $\varepsilon_z = 0$.
Третє з рівнянь (5) запишемо так:

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) - \alpha_{C_H} EC_H. \quad (6)$$

На основі нього з першого та другого рівнянь (5) отримуємо явні вирази компонент напружень σ_r та σ_θ :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-2\nu} \left(\varepsilon_r + \frac{\nu}{1-\nu} \varepsilon_\theta - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_{C_H} C_H \right), \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-2\nu} \left(\varepsilon_\theta + \frac{\nu}{1-\nu} \varepsilon_r - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_{C_H} C_H \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Умова рівноваги компонент σ_r та σ_θ :

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (8)$$

При цьому дотичне напруження $\tau_{r\theta}$ рівне нулю.

На основі рівнянь (7) вираз (8) набуває вигляду

$$r \frac{d}{dr} \left(\varepsilon_r + \frac{\nu}{1-\nu} \varepsilon_\theta \right) + \frac{1-2\nu}{1-\nu} (\varepsilon_r - \varepsilon_\theta) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_{C_H} r \frac{dC_H}{dr}. \quad (9)$$

Через радіальне переміщення u компоненти деформацій визначимо за формулами

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}. \quad (10)$$

Оскільки на осі циліндра компонента переміщень u скінченна, то в його середині на основі рівняння (9) одержуємо:

$$u = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_{C_H} \frac{1}{r} \int_0^r C_H r dr + Ar, \quad (11)$$

де A – сталий коефіцієнт.

За співвідношеннями (7), (10) та формулою (11) отримаємо такі вирази для компонент напружень

$$\sigma_r = -\frac{\alpha_{C_H} E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_0^r C_H r dr + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{A}{1-2\nu} \right), \quad (12)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{\alpha_{C_H} E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_0^r C_H r dr - \frac{\alpha_{C_H} EC_H}{1-\nu} + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{A}{1-2\nu} \right). \quad (13)$$

Також із рівняння (6) знаходимо:

$$\sigma_z = -\frac{\alpha_{C_H} EC_H}{1-\nu} + \frac{2\nu EA}{(1+\nu)(1-2\nu)}. \quad (14)$$

Для суцільного циліндра на його криволінійній поверхні $\sigma_r|_{r=r_1} = 0$, оскільки поверхня $r = r_1$ вільна від навантажень. За виразом (12) одержуємо рівність для визначення коефіцієнта A :

$$\frac{A}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{\alpha_{C_H}}{1-\nu} \frac{1}{r_1^2} \int_0^{r_1} C_H r dr. \quad (15)$$

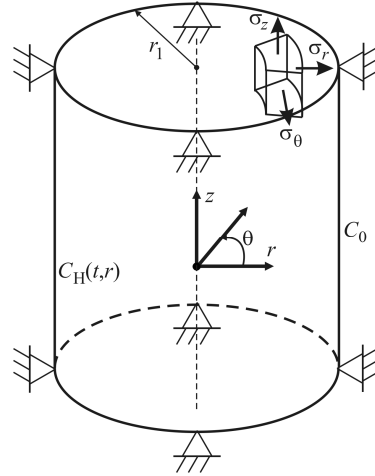


Рис. 2. Схема циліндра.

Fig. 2. The scheme of a cylinder.

На основі встановлених співвідношень (11)–(15) запишемо вирази для обчислення величин u , σ_r , σ_θ , σ_z для деформації $\epsilon_z = 0$:

$$u = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_{C_H} \left[(1-2\nu) \frac{r}{r_1^2} \int_0^{r_1} C_H r dr + \frac{1}{r} \int_0^r C_H r dr \right], \quad (16)$$

$$\sigma_r = \frac{\alpha_{C_H} E}{1-\nu} \left(\frac{1}{r_1^2} \int_0^{r_1} C_H r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r C_H r dr \right), \quad (17)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\alpha_{C_H} E}{1-\nu} \left(\frac{1}{r_1^2} \int_0^{r_1} C_H r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r C_H r dr - C_H \right), \quad (18)$$

$$\sigma_z = \frac{\alpha_{C_H} E}{1-\nu} \left(\frac{2\nu}{r_1^2} \int_0^{r_1} C_H r dr - C_H \right). \quad (19)$$

Гідростатична компонента напружень

$$\sigma_h = \frac{2}{3} \frac{\alpha_{C_H} E}{1-\nu} \left(\frac{1+\nu}{r_1^2} \int_0^{r_1} C_H r dr - C_H \right). \quad (20)$$

Записане гідростатичне напруження є важливим показником енергетичного стану наводненого зразка металу.

Подібні міркування за нульових осьових зусиль ($F_z = 0$).

Довгий суцільний циліндр за початкової концентрації водню C_0 . Нехай пружне тіло має форму довгого циліндра, що перебуває в умовах плоскої деформації. Початкова концентрація водню у тілі C_0 . Розподіл концентрації водню у момент часу t можемо подати у вигляді ряду [15]

$$C_H = 2C_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n J_1(\beta_n)} J_0\left(\beta_n \frac{r}{r_1}\right) e^{-D \frac{\beta_n^2}{r_1^2} t}. \quad (21)$$

Тут $J_0(\beta_n r / r_1)$ – функція Бесселя першого роду нульового порядку, а β_n – корені рівняння $J_0(\beta) = 0$; D – коефіцієнт дифузії водню. Підставляючи ряд (21) у рівняння (17), одержуємо:

$$\sigma_r = \frac{2\alpha_{C_H} E C_0}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-p_n t} \left\{ \frac{1}{\beta_n^2} - \frac{1}{\beta_n^2} \frac{r_1}{r} J_1\left(\beta_n \frac{r}{r_1}\right) \frac{1}{J_1(\beta_n)} \right\}. \quad (22)$$

Тут $J_1\left(\beta_n \frac{r}{r_1}\right)$ – функція Бесселя першого роду першого порядку.

Аналогічно, підставляючи ряд (21) у співвідношення (18), запишемо:

$$\sigma_\theta = \frac{2\alpha_{C_H} E C_0}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-p_n t} \left\{ \frac{1}{\beta_n^2} + \frac{1}{\beta_n^2} \frac{r_1}{r} \frac{J_1\left(\beta_n \frac{r}{r_1}\right)}{J_1(\beta_n)} - \frac{J_0\left(\beta_n \frac{r}{r_1}\right)}{\beta_n J_1(\beta_n)} \right\}. \quad (23)$$

Також підстановка ряду (21) у співвідношення (19) дає вираз

$$\sigma_z = \frac{2\alpha_{C_H} EC_0}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n t} \left\{ \frac{2}{\beta_n^2} - \frac{J_0\left(\beta_n \frac{r}{r_1}\right)}{\beta_n J_1(\beta_n)} \right\}. \quad (24)$$

Формули (22)–(24) встановлюють напружено-деформований стан довгого циліндра відносно t – часу його зневоднювання.

Аналогічним є розгляд наводнення циліндричного тіла. Розглянемо довгий циліндр, що перебуває в умовах плоскої деформації за сталої на його поверхні концентрації водню C_0 . Якщо з деякого моменту $t = 0$ бічна поверхня має концентрацію C_0 , то розподіл концентрації у будь-який момент часу t можна подати розвиненням [15]

$$C_H = C_0 - 2C_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\beta_n \frac{r}{r_1}\right)}{\beta_n J_1(\beta_n)} e^{-\frac{D\beta_n^2 t}{r_1^2}}. \quad (25)$$

Підставляючи вираз (25) у співвідношення (17)–(19), одержуємо відповідні компоненти напружень.

Числові результати. Розрахунки виконували для сталі 20 при $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,3$; $D = 10^{-10}$ м²/с; $\alpha_{C_H} = 0,69 \cdot 10^{-6}$ м³/мол. Радіус циліндра $r_1 = 1$ см. Розподіли концентрації водню такі: рівномірний [16] ($C_H = 5 \cdot 10^{-6}$ mol/cm³) або лінійний ($C_H = 10r$ mol/cm³).

На основі співвідношень (17)–(20) отримуємо компоненти напружень у циліндрі, викликані відповідним розподілом водню. Зміни компонент напружень та гідростатичних напружень у суцільному металевому зразку показані на рис. 3. За рівномірного розподілу водню (рис. 3a) компоненти напружень σ_r , σ_θ – нульові, осьові напруження σ_z – сталі та стискальні, а градієнт концентрації водню рівний нулю. За лінійного розподілу концентрації водню (рис. 3b) компоненти напружень теж змінюються лінійно в радіальному напрямку, причому біля поверхні вони стискальні, а всередині циліндра розтягальні. Відповідно градієнт концентрації водню сталий.

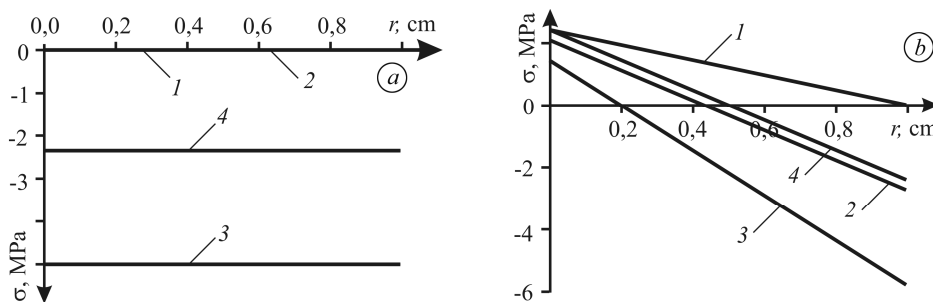


Рис. 3. Водневі напруження суцільного металевого циліндра за рівномірного $C_H = 5 \cdot 10^{-6}$ mol/cm³ (a) та лінійного $C_H = 10r$ mol/cm³ (b) розподілів концентрації водню: 1 – σ_r ; 2 – σ_θ ; 3 – σ_z ; 4 – σ_h .

Fig. 3. Hydrogen stresses at even $C_H = 5 \cdot 10^{-6}$ mol/cm³ (a) and linear $C_H = 10r$ mol/cm³ (b) hydrogen distribution in the metal cylinder: 1 – σ_r ; 2 – σ_θ ; 3 – σ_z ; 4 – σ_h .

За формулами (21) та (25) одержано числові результати, які характеризують концентрацію водню під час зневоднювання (рис. 4a) та наводнювання (рис. 4b) довгого циліндричного зразка. Коефіцієнт дифузії задавали $D = 10^{-10}$ м²/с, а по-

чаткову (під час зневоднювання) та крайову (наводнювання) концентрацію водню приймали $C_0 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ mol/cm}^3$. За формулами (22)–(24) розраховано компоненти напружень, спричинених воднем у суцільному циліндрі під час його зневоднювання (рис. 4c) та наводнювання (рис. 4d) упродовж 100 min.

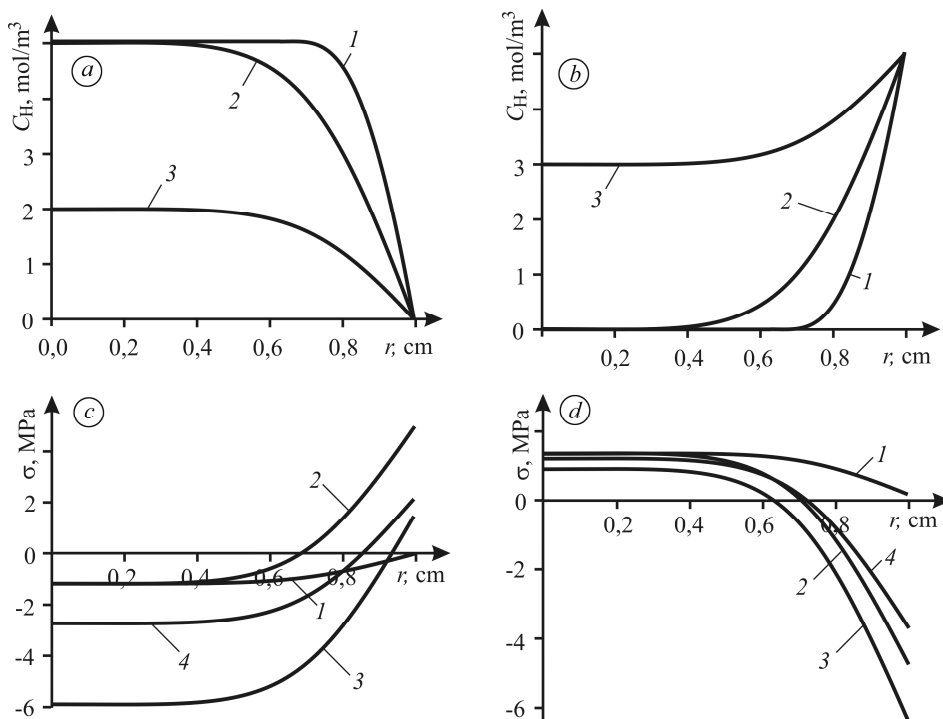


Рис. 4. Розподіл концентрації водню в циліндричному зразку під час його зневоднювання (a) та наводнення (b) упродовж: 1 – 10 min; 2 – 100; 3 – 1000 min та відповідні напруження: 1 – σ_r ; 2 – σ_θ ; 3 – σ_z ; 4 – σ_h , викликані концентрацією водню за зневоднювання (c) та наводнення (d) упродовж $t = 100$ min за початкової концентрації $C_0 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ mol/cm}^3$.

Fig. 4. Distribution of hydrogen concentration in a cylindrical sample during its dehydrogenation (a) and hydrogenation (b) for: 1 – 10 min; 2 – 100; 3 – 1000 min and the corresponding stresses: 1 – σ_r ; 2 – σ_θ ; 3 – σ_z ; 4 – σ_h , caused by the concentration of hydrogen at dilution (c) and hydrogenation (d) during $t = 100$ min at the initial concentration $C_0 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ mol/cm}^3$.

Отже, під час зневоднювання циліндричного зразка спостерігали всередині стискальну зону, причому біля поверхні циліндра присутні розтягальні напруження (рис. 4c). Під час наводнювання картина протилежна: всередині зразка маємо рівномірну розтягальну зону, а біля поверхні – інтенсивні стискальні напруження (рис. 4d).

ВИСНОВКИ

Сформульовано рівняння та встановлено аналітичні співвідношення для розрахунку компонент напружень у металах за наявними в них концентраціями водню. В результаті здійснено відповідні числові розрахунки розподілу таких компонент та концентрації водню всередині суцільного металевго циліндра. Порівняння рівномірного розподілу концентрації водню з лінійним у металевому зразку вказує на те, що будь-які зміни концентрації водню в металі можуть суттєво впливати на водневі напруження, а отже, й на реальну міцність відповідальних конструкцій. Підтвердженням цього є зміна знаку напружень σ_θ , σ_z , σ_h майже на половині радіуса циліндра. Додатний знак напружень σ_r за лінійного розподілу водню вказує на можливість водневого набухання циліндричного зразка. Також

розраховано концентрації водню та відповідні їм напруження для циліндричного зразка залежно від часу його зневоднювання чи наводнювання. Під час зневоднювання всередині нього спостерігаємо стискальну зону, а біля поверхні присутні розтягальні напруження. За наводнювання картина протилежна – всередині зразка присутня рівномірна розтягальна зона, а біля поверхні інтенсивнішими стають стискальні напруження. Із порівняння процесів зневоднювання та наводнення випливає, що тенденція їх перебігу є ідентичною.

РЕЗЮМЕ. На основе моделирования напряженно-деформированного состояния системы металл–водород предложено базовые уравнения, позволяющие оценивать дополнительные напряжения в материале, обусловленные водородом. На этой основе рассчитаны компоненты напряжений, обусловленные водородом в сплошном металлическом цилиндрическом образце.

SUMMARY. The basic equations on the basis of the modeling of the metal–hydrogen system stress-strain state are proposed. They allow estimating the additional stresses in the material conditioned by hydrogen. On this basis the stress components caused by hydrogen in solid metallic cylindrical sample are estimated.

1. Goltsov V. A., Glukhova Zh. L., and Redko A. L. Hydrogen elasticity effect and its importance in diffusion of concentration inhomogeneities in metals // Intern. J. Hydrogen Energy. – 1997. – **22**. – P. 179–183.
2. Goltsov V. A., Glukhova Zh. L., and Minakova O. A. Hydrogen elasticity phenomenon: Experimental manifestations and theory // J. Alloys and Comp. – 2005. – **404–406**. – P. 576–579.
3. Mathematical modeling of hydroelastic effect of slowing down of diffusion processes in metal–hydrogen system / Zh. L. Glukhova, V. A. Goltsov, T. A. Schegoleva, E. N. Lyubimenko, R. V. Kotelva // Int. J. Nuclear Hydrogen Production and App. – 2008. – № 4. – P. 334–342.
4. Liang Y., Sofronis P., and Dodds Jr R. H. Interaction of hydrogen with crack-tip plasticity: effects of constraint on void growth // Mat. Sci. and Eng. – 2004. – **366**. – P. 397–411.
5. Sinning H. R. The inter crystalline Gorsky effect // Mat. Sci. and Eng. – 2004. – **370**. – P. 109–113.
6. Vengallatore S. Gorsky damping in nanomechanical structures // Scripta Materialia. – 2005. – **52**. – P. 1265–1268.
7. Водородные концентрационные напряжения: природа, экспериментальные проявления, значимость для техники / В. А. Гольцов, Ж. Л. Глухова, Е. Н. Любименко, Т. А. Щеголева // Наук. пр. ДонНТУ. Металургія. – 2009. – Вип. 11(159). – С. 165–173.
8. Стащук М. Г. Взаємовплив напружено-деформованого стану і концентрації водню в системі “метал–водень” // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2011. – **47**, № 4. – С. 71–77.
(Stashchuk M. H. Mutual influence of the stress-stain state and hydrogen concentration in the metal-hydrogen system // Materials Science. – 2011. – **47**, № 4. – P. 499–508.)
9. Stashchuk M. H. and Dorosh M. I. Evaluation of hydrogen stresses in metal and redistribution of hydrogen around crack-like defects // Int. J. Hydrogen Energy. – 2012. – **37**. – P. 14687–14696.
10. Stashchuk M. H. and Dorosh M. I. Analytical evaluation of hydrogen induced stress in metal // Int. J. Hydrogen Energy. – 2017. – **42**. – P. 6394–6400.
11. Стащук М. Г., Дорощ М. І. Оцінювання напружень, обумовлених концентрацією водню у металі // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2015. – **51**, № 4. – С. 76–83.
(Stashchuk M. H., Dorosh M. I. Evaluation of stresses caused by hydrogen concentrated in the metal // Materials Science. – 2015. – **51**, № 4. – P. 520–529.)
12. Vlasov N. M. and Fedik I. I. Hydrogen segregation in the area of threefold junctions of grain boundaries // Int. J. Hydrogen Energy. – 2002. – **27**. – P. 921–926.
13. Андрейків О. Є., Гембара О. В. Механіка руйнування та довговічність металевих матеріалів у воденьвмісних середовищах. – К.: Наук. думка, 2008. – 344 с.
14. Numerical analysis on hydrogen diffusion and concentration in solid with emission around the crack tip / A. T. Yokobori, Jr T. Nemoto, K. Satoh, and T. Yamada // Eng. Fract. Mech. – 1996. – **55**, № 1. – P. 47–60.
15. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 488 с.
16. Sensitivity of pipelines with steel API X52 to hydrogen embrittlement / J. Capellea, J. Gilterta, I. Dmytrakh, and G. Pluvinae // Int. J. Hydrogen Energy. – 2008. – **33**. – P. 7630–7641.

Одержано 16.08.2017