

УДК 539.388.1:539.389.2

ВРАХУВАННЯ КІНЕТИКИ НЕПРУЖНИХ ДЕФОРМАЦІЙ ПІД ЧАС ПІДСУМОВУВАННЯ ВТОМНИХ ПОШКОДЖЕНЬ СТАЛЕЙ

А. І. НОВІКОВ, Г. В. ЦИБАНЬОВ

Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, Київ

Запропоновано метод розрахунку накопичення втомного пошкодження та зміни непружних деформацій під час циклічного навантаження зі змінними амплітудами напружень на основі розробленої раніше моделі граничного вичерпання циклічної пластичності. Показано, що для матеріалів з нестабільними непружними деформаціями під час циклічного навантаження втомне пошкодження не підлягає закону лінійного підсумовування. Встановлена відмінність у накопиченні втомних пошкоджень циклічно зміцнюваних і знеміцнюваних матеріалів. Ця відмінність та нелінійність є наслідком кінетики непружних деформацій у різних групах матеріалів, що запропоновано враховувати під час оцінки втомного пошкодження для зменшення похибки розрахунку. Крім цього, запропонована схема уточнення розрахунку сумарної втомної довговічності за нерегулярного навантаження шляхом використання індивідуальних кривих втоми зразків для мінімізації похибки, обумовленої розкидом експериментальних результатів.

Ключові слова: *втома, непружна деформація, пошкодження, аналітична модель, вичерпання пластичності, діаграма циклічного деформування, експлуатаційне навантаження.*

Реальні елементи конструкцій та устаткування під час експлуатації зазнають навантаження, яке змінюється в часі за інтенсивністю залежно від їх призначення та заданого режиму роботи. Для розрахунку втомного пошкодження і залишкового ресурсу конструкційних матеріалів за нерегулярного навантаження запропоновано різні гіпотези підсумовування втомних пошкоджень, хоч вони потребують удосконалення у зв'язку з появою нових матеріалів, теорій, результатів досліджень.

Для відтворення умов роботи матеріалів конструкції випробовують у м'яких і жорстких режимах регулярного і нерегулярного (програмного) навантажень [1–5]. Тому, за наявності експериментальних результатів за одного режиму навантаження, цікаві методи їх перерахунку за іншого режиму. Для цього запропоновано методи, які враховують лінійні і нелінійні гіпотези накопичення пошкоджень [2, 5–7]. Але такі гіпотези дещо формальні і не можуть реально відобразити кінетику пластичних деформацій та пошкодження матеріалу. Як показано раніше, під час багатоциклового навантаження конструкційні металеві матеріали на різних стадіях напрацювання можуть проявляти циклічне зміцнення, знеміцнення, стабільність кінетики непружного деформування, що залежить від природи матеріалу і рівня навантаження. З огляду на це, різні матеріали мають різну кінетику пошкодження, що має впливати на підсумовування пошкоджень за нерегулярних режимів навантаження. Тому задача теоретично правильного і обґрунтованого розрахунку втомного пошкодження матеріалів під час експлуатаційного навантаження є актуальною і необхідною.

Раніше розробили модель граничного вичерпання циклічної пластичності (ГВЦП), яку використовували для розрахунку кінетики непружних деформацій і

визначення довговічності до настання граничного стану різних груп конструкційних матеріалів в області багатоциклової втоми. Модель для розрахунку використовує експериментальні результати, одержані в умовах симетричного розтягу-стиску гладких зразків за м'якого режиму навантаження [8–10].

Зважаючи на це, рівняння моделі ГВЦП застосовані в методиці підсумовування втомних пошкоджень для прогнозування довговічності за нерегулярних режимів циклічного навантаження. З врахуванням методики отримано конкретизовані рівняння підсумовування втомних пошкоджень для двоступінчатого режиму циклічного навантаження, які не потребують додаткових параметрів, не закладених в основну модель.

Модель ГВЦП базується на визначенні поциклової зміни локальної циклічної границі текучості матеріалу до досягнення нею встановленого значення, прийнятого за граничний стан матеріалу. Причому пошкодження матеріалу розглядають як безперервне зміцнення/знеміцнення його локальних об'ємів, що призводить до вичерпання ресурсу пластичності і настання граничного стану – зародження втомної тріщини.

Мета роботи – використати розроблену раніше модель ГВЦП [8–10] для розрахунків довговічності матеріалів за нерегулярного навантаження, причому пошкодження і граничне вичерпання пластичності визначаємо покроково на кожному напівциклі навантаження та розраховуємо довговічність матеріалів в найкритичнішому розрізі зразка.

Опис розрахункової моделі. Основні положення моделі ГВЦП запропоновані і описані раніше [8–11]. У ній не потрібно приймати гіпотези підсумовування втомних пошкоджень, оскільки пошкодження матеріалу розглядають як безперервне зміцнення/знеміцнення до вичерпання ресурсу пластичності, в результаті чого настає його граничний стан – руйнування. Для опису зміцнення/знеміцнення матеріалу введемо функцію вичерпання пластичності, яка описує поциклову зміну циклічної границі текучості від початкового значення $\sigma_{T,0}$ до критичного $\sigma_{T,cr}$. Поточне значення циклічної границі текучості на $(i+1)$ -му напівциклі через похідну функції вичерпання пластичності запишемо так:

$$\sigma_{T,i+1} = \sigma_{T,i} + \frac{df(\varepsilon_{ine})}{d\varepsilon_{ine}} \cdot \left(\pm 1 - \frac{df(\varepsilon_{ine})}{d\varepsilon_{ine}} \right)^{-1} \Big|_{\varepsilon_{ine,i}} \cdot \varepsilon_{ine,i}, \quad (1)$$

де $\sigma_{T,i+1}$, $\sigma_{T,i}$ – границя циклічної текучості в $(i+1)$ -му та i -му напівциклах навантаження, відповідно, причому $i \in 0 \dots 2N$, а N – кількість циклів до руйнування за заданої амплітуди циклічного напруження σ_a ; $f(\varepsilon_{ine})$ – функція вичерпання пластичності; ε_{ine} , $\varepsilon_{ine,i}$ – амплітуда непружної деформації і її значення в (i) -му циклі навантаження.

У виразі (1) верхній знак “+” застосовують для зміцнюваного матеріалу, нижній “-” – для знеміцнюваного [8]. Залежність (1) є рівнянням для визначення приросту границі циклічної текучості у кожному напівциклі навантаження в рекурентній формі. Інтегруючи диференціальне рівняння (1), отримаємо рівняння кривої втоми, побудоване для граничного стану матеріалу за циклічного навантаження [10]:

$$N = \frac{1}{2} \cdot \int_{\sigma_{T,0}}^{\sigma_{T,cr}} \left(\frac{df(\varepsilon_{ine})}{d\varepsilon_{ine}} \right)^{-1} \frac{d\sigma_T}{\varepsilon_{ine}}, \quad (2)$$

де σ_T , $\sigma_{T,0}$, $\sigma_{T,cr}$ – поточне, вихідне і критичне значення границі циклічної текучості.

Конкретизація моделі. Для конкретизації рівнянь (1) і (2) необхідно задати функції вичерпання пластичності і діаграми циклічного деформування, які враховують накопичення втомних пошкоджень (така діаграма надалі названа повною). Для цього припустимо, що функція вичерпання пластичності визначається деякою степеневою функцією, значення якої залежить від непружної деформації:

$$f(\varepsilon_{ine}) = b(\varepsilon_{ine})^a, \quad (3)$$

де a, b – коефіцієнти функції вичерпання пластичності, які відповідають за нелінійність і швидкість зміни границі текучості, відповідно.

Для аналітичного опису повної діаграми циклічного деформування використовуємо рівняння Осгуда–Рамберга з модифікованою частиною, яка відповідає за зміну непружних деформацій з пошкодженням D_ε , викликаним напрацюванням [9]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_a(\sigma_a, D_\varepsilon) &= \varepsilon_e(\sigma_a) + \varepsilon_{ine}(\sigma_a, D_\varepsilon) = \varepsilon_e(\sigma_a) + \varepsilon_{ine,s}(\sigma_a) \cdot f(\sigma_a, D_\varepsilon) = \\ &= \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K}\right)^{1/m} \cdot (L_0(\sigma_a) + D_\varepsilon \cdot (L_K(\sigma_a) - L_0(\sigma_a))), \end{aligned} \quad (4)$$

де $\varepsilon_a(\sigma_a, D_\varepsilon)$, $\varepsilon_e(\sigma_a)$, $\varepsilon_{ine}(\sigma_a, D_\varepsilon)$ – функції, які описують амплітуду повної, пружної і непружної складової повної діаграми циклічного деформування, відповідно; $\varepsilon_{ine,s}(\sigma_a)$ – функція непружних деформацій від σ_a , на стадії стабілізації; E – модуль пружності I-го роду; $f(\sigma_a, D_\varepsilon)$ – функція, яка враховує зміну непружної деформації за циклічної деградації матеріалу з пошкодженням D_ε ; K, m – коефіцієнти рівняння діаграми (4) на стадії стабілізації непружної деформації; $L_0(\sigma_a)$, $L_{cr}(\sigma_a)$ – одиничні функції відносної непружної деформації, які визначають так:

$$\begin{aligned} L_0(\sigma_a) &= L_{0,0} + \frac{L_{0,K} - L_{0,0}}{\sigma_K - \sigma_{-1}} \cdot (\sigma_a - \sigma_{-1}), \\ L_K(\sigma_a) &= L_{K,0} + \frac{L_{K,K} - L_{K,0}}{\sigma_K - \sigma_{-1}} \cdot (\sigma_a - \sigma_{-1}), \end{aligned} \quad (5)$$

де σ_K – критичне напруження втоми, що відповідає N_K за кривою втоми; σ_{-1} – границя витривалості за симетричного циклу; $L_{0,0}$, $L_{0,K}$, $L_{K,0}$, $L_{K,K}$ – значення непружної деформації в початковому і кінцевому стані, віднесені до її середнього значення при σ_{-1} і σ_K , відповідно.

Згідно з моделлю, критерієм граничного стану матеріалу є умова $\sigma_T = \sigma_{T,cr}$. На початку навантаження, коли $\sigma_T = \sigma_{T,0}$, пошкодження $D_\varepsilon = 0$, а за досягнення граничного стану – $D_\varepsilon = 1$. Тоді D_ε можна визначити так:

$$D_\varepsilon = \frac{\sigma_T - \sigma_{T,0}}{\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,0}}. \quad (6)$$

Підставивши вирази (3)–(6) у рівняння (1), можна отримати остаточну залежність для визначення границі циклічної текучості у кожному напівциклі навантаження. З її врахуванням, вираз (2) після спрощень остаточно набуде вигляду

$$N(\sigma_a) = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,0}}{L_K(\sigma_a) - L_0(\sigma_a)} \left(\pm \frac{(L_K(\sigma_a))^{1-a} - (L_0(\sigma_a))^{1-a}}{a \cdot b \cdot (1-a) \cdot (\sigma_a/K)^{a/m}} \right). \quad (7)$$

Рівняння (7) визначає криву втоми для описаного критерію граничного стану матеріалу за циклічного навантаження і не містить інтегральних залежностей, що спрощує подальші розрахунки параметрів моделі ГВЦП.

Систему рівнянь для визначення параметрів a і b діаграми вичерпання пластичності побудуємо за допомогою (7) і знайдені умови про зв'язок втомних пошкоджень D_ϵ за відносного напруження $D_N = n/N$ рівному 0,5 (зв'язок впливає з умови нормування під час розгляду модифікованої частини рівняння повної циклічної діаграми деформування (4)). Якщо відома експериментальна крива втоми у вигляді $N(\sigma_a) = f(\sigma_a)$, то, використовуючи отримане рівняння (7), згідно з моделлю у вигляді $N(\sigma_a) = F(a, b, \sigma_a)$ і умови нормування (значення функції $f(\sigma_a, D_\epsilon) = 1$ при $D_N = 0,5$), отримуємо систему нелінійних рівнянь для визначення параметрів a і b , побудовану для напруження σ_a , яке відповідає за значенням багаточисельній кривій втоми:

$$\begin{cases} f(\sigma_a) = F(a, b, \sigma_a); \\ D_\epsilon \Big|_{D_N = 0,5} = \frac{1 - L_0(\sigma_a)}{L_K(\sigma_a) - L_0(\sigma_a)}. \end{cases} \quad (8)$$

Основні співвідношення моделі для підсумовування втомних пошкоджень. Щоб підсумувати пошкодження для визначення довговічності за змінних режимів циклічного навантаження з використанням розробленої моделі ГВЦП, розглянули отриману раніше залежність набутого пошкодження від границі циклічної текучості [8–10]. Як і відзначали, розрахункове пошкодження у такому вигляді супроводжує зміну границі циклічної текучості матеріалу від його початкового значення до критичного у відносних величинах.

За цією залежністю, використовуючи параметри вичерпання пластичності, для сталі 45(I) побудували (рис. 1а) кінетику пошкодження D_ϵ , визначену за моделлю ГВЦП для дискретних значень амплітуд напружень у координатах $(D_\epsilon - D_n)$. Пошкодження D_n на заданому рівні амплітуди навантаження σ_a розраховують як відношення поточного напруження n до загальної довговічності N для заданого навантаження σ_a . Як видно з рис. 1а, цей параметр має суттєве відхилення від лінійного закону. Наведено розраховані значення (рис. 1б) залежності D_ϵ для $n = N/2$ від відносного $\bar{\sigma}_a = (\sigma_a - \sigma_{-1}) / (\sigma_K - \sigma_{-1})$ для матеріалів різних груп. Класифікували групи матеріалів згідно зі зміною непружної деформації за циклічного напруження [10]: I група – матеріали, які зміцнюються за опуклою траєкторією, II і III групи – матеріали, які знеміцнюються за увігнутою і опуклою траєкторіями, відповідно.

Зі збільшенням амплітуди напруження зростає кривизна діаграми пошкодження для матеріалів всіх груп. Але навіть на рівні $\sigma_a = \sigma_{-1}$ вона відрізняється суттєвою кривизною від простої лінійної гіпотези підсумовування пошкоджень.

За змінного навантаження для визначення сумарної довговічності необхідно користуватися системою, побудованою з раніше знайдених рівнянь для обчислення непружної деформації і границі циклічної текучості в кожному напівциклі [8–10] з врахуванням умови граничного стану у вигляді

$$D_{\epsilon,i} = \frac{\sigma_{T,i} - \sigma_{T,0}}{\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,0}} \leq [D_{cr}] = 1, \quad (9)$$

де $\sigma_{T,0}$, $\sigma_{T,cr}$ – початкове і критичне значення границі текучості, відповідно; $\sigma_{T,i}$, $D_{\epsilon,i}$ – границя циклічної текучості і пошкодження матеріалу в i -му напівциклі навантаження, відповідно; D_{cr} – критичне значення втомного пошкодження.

Щоб використати рівняння для обчислень непружної деформації $\epsilon_{me,i}$ і границі циклічної текучості $\sigma_{T,i}$ за змінних амплітуд навантаження, необхідно задати функцію зміни напруження, залежно від кількості циклів навантаження (i) у вигляді $\sigma_{a,i} = f(i)$. Враховуючи $\sigma_{a,i}$, отримаємо:

$$\begin{cases} \varepsilon_{ine,i} = \left(\frac{\sigma_{a,i}}{K} \right)^{1/m} \cdot \left(L_0(\sigma_{a,i}) + \frac{\sigma_{T,i} - \sigma_{T,0}}{\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,0}} \cdot (L_K(\sigma_{a,i}) - L_0(\sigma_{a,i})) \right); \\ \sigma_{T,i+1} = \sigma_{T,i} \pm E \cdot \frac{a \cdot b \cdot (\varepsilon_{ine,i})^{a-1}}{(1 \mp a \cdot b \cdot (\varepsilon_{ine,i})^{a-1}) \cdot E - a \cdot b \cdot (\varepsilon_{ine,i})^{a-1}} \cdot \varepsilon_{ine,i}, \end{cases} \quad (10)$$

де i – індекс, який відповідає напівциклам навантаження; $\sigma_{a,i}$ – функція зміни амплітуди напруження на кожному напівциклі навантаження.

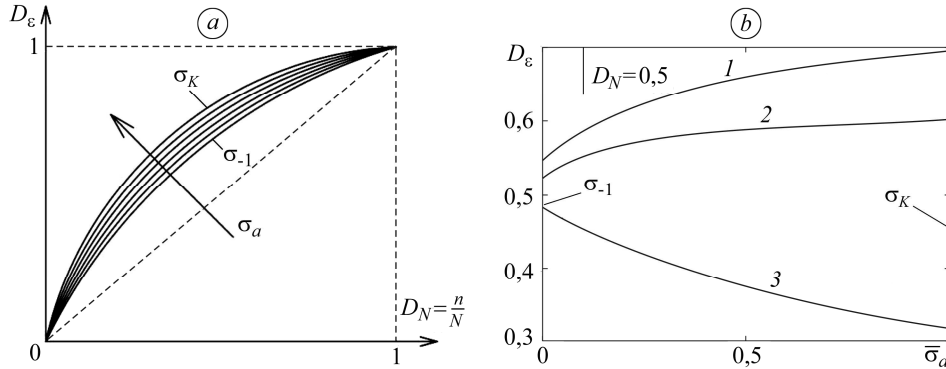


Рис. 1. Криві пошкодження для сталі 45(I) (а) і графік залежності D_ε для $n = N/2$ від σ_a для матеріалів різних груп (б). Стрілкою позначено напрямок збільшення амплітуди напруження: 1 – I група матеріалів; 2 – II; 3 – III.

Fig. 1. Curves of steel 45(I) damage (a) and D_ε vs σ_a graphs (for $n = N/2$) for different groups of materials (b). The arrow direction designates increase in the amplitude stress: 1 – I group of materials; 2 – II; 3 – III.

Довговічність визначають як половину від кількості напівциклів навантаження до досягнення критичного стану, згідно з рівнянням (9) – $N = i/2$. Рівняння (9) і (10) формують модель підсумовування втомних пошкоджень для нерегулярних режимів циклічного навантаження. Їх використовують для визначення довговічності до настання граничного стану і для півциклової побудови діаграми вичерпання пластичності та кінетики непружних циклічних деформацій і пошкодження.

Для багатоступінчатого навантаження систему (10) можна записати в спрощеному вигляді, тобто приріст границі текучості знаходять не за один напівцикл, а за один ступінь навантаження. Для цього основне рівняння моделі [8–10] записуємо не для граничного стану матеріалу, а для проміжного. Після аналітичних перетворень, отримали систему аналогічну (10):

$$N = \sum_{j=1}^p n_j,$$

де

$$n_j = \frac{0,5 \cdot (\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,0})}{L_K(\sigma_{a,j}) - L_0(\sigma_{a,j})} \left[\frac{\pm (\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,0})^{a(\sigma_{a,j})-1}}{a(\sigma_{a,j}) \cdot b(\sigma_{a,j}) \cdot (1 - a(\sigma_{a,j}))} \left(\frac{\sigma_{a,j}}{K} \right)^{-\frac{a(\sigma_{a,j})}{m}} \times \right. \\ \left. \times \left[L_0(\sigma_{a,j}) \cdot (\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,i+1}) + L_K(\sigma_{a,j}) \cdot (\sigma_{T,i+1} - \sigma_{T,0}) \right]^{1-a(\sigma_{a,j})} - \right.$$

$$-\left[L_0(\sigma_{a,j}) \cdot (\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,i}) + L_K(\sigma_{a,j}) \cdot (\sigma_{T,i} - \sigma_{T,0}) \right]^{1-a(\sigma_{a,j})} \left\{ - \ln \frac{L_0(\sigma_{a,j}) \cdot (\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,i+1}) + L_K(\sigma_{a,j}) \cdot (\sigma_{T,i+1} - \sigma_{T,0})}{L_0(\sigma_{a,j}) \cdot (\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,i}) + L_K(\sigma_{a,j}) \cdot (\sigma_{T,i} - \sigma_{T,0})} \cdot \left(\frac{\sigma_{a,j}}{K} \right)^{-1/m} \right\} ; \quad (11)$$

j – індекс, який відповідає ступеню навантаження; p – кількість усіх ступенів навантаження; $\sigma_{a,j}$ – функція зміни амплітуди напружень на j -му ступені навантаження; n_j – тривалість j -го ступеня.

У системі (11) – p рівнянь і p невідомих: $\sigma_{T,j}$ ($j = 1 \dots p-1$) і N . Систему (11) використовують з урахуванням початкових умов, тобто, що в початковий момент часу границя текучості дорівнює $\sigma_{T,0}$, а перед руйнуванням – $\sigma_{T,cr}$. Друге співвідношення системи (11) показує зв'язок між поточним значенням границі текучості $\sigma_{T,j}$ і кількістю циклів навантаження n_j до досягнення заданого граничного вичерпання пластичності $\sigma_{T,j+1}$ під час навантаження амплітудою σ_a . Загальну довговічність за багаступінчатого навантаження знаходимо за першим співвідношенням системи (11), після знаходження усіх $\sigma_{T,j}$.

Коефіцієнт підсумовування S для багаступінчатого навантаження визначимо так:

$$S = \sum_{i=1}^p S_i = \sum_{i=1}^p \frac{n_j}{N(\sigma_{a,j})}. \quad (12)$$

Визначення довговічності за ступінчатого навантаження. Далі модель ГВЦП використали для визначення втомної довговічності за змінних амплітуд циклічного двоступінчатого навантаження від меншої до більшої (режим Low–High (L–H)) і від більшої до меншої (режим High–Low (H–L)). Експериментальні результати для двоступінчатого навантаження сталі 45(II) і сталі 1X13(I) взято з праці [11].

Використовуючи систему рівнянь (11) і маючи параметри вичерпання пластичності і характеристики матеріалу, визначаємо дискретну функцію вичерпання пластичності, а також кінетику непружного циклічного деформування і пошкодження на кожному напівциклі навантаження.

Далі підсумовуємо втомні пошкодження і будуємо дискретну функцію вичерпання пластичності і кінетику непружних циклічних деформацій для сталі 45(II) за режимом H–L ступінчатого навантаження (експериментальна довговічність $N = 96 \cdot 10^4$) (рис. 2a) і для сталі 1X13 (I) за режимом L–H блочного навантаження ($N = 65,1 \cdot 10^4$) (рис. 2b). На рис. 2 вказані параметри навантаження і результати розрахунку.

Проаналізувавши криві (рис. 2) і залежності (9), можна зробити висновок, що в умовах нерегулярного навантаження криві пошкодження монотонно зростають, а криві зміни границі циклічної текучості можуть як монотонно зростати (зміцнення), так і знижуватись (знеміцнення); на кривих кінетики непружних деформацій присутні розриви першого роду через зміну амплітуди напруження, при цьому її характер протилежний зміні границі циклічної текучості.

Під час підсумовування втомних пошкоджень для двоступінчатого навантаження, згідно зі системою рівнянь (11), можливе спрощення. Приймаємо, що тривалість першого ступеня n_1 за амплітуди напружень $\sigma_{a,1}$. Тоді довговічність на другому ступені n_2 за навантаження амплітудою $\sigma_{a,2}$ визначаємо зі системи, в якій невідомі $\sigma_{T,1}$ і n_2 і два рівняння (прийнято, що $D_{\varepsilon,1} = (\sigma_{T,1} - \sigma_{T,0}) / (\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,0})$):

$$\left\{ \begin{array}{l}
n_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,0}}{L_K(\sigma_{a,1}) - L_0(\sigma_{a,1})} \cdot \left(\frac{\sigma_{a,1}}{K} \right)^{-1/m} \times \\
\times \left[\pm \frac{[L_0(\sigma_{a,1})]^{1-a(\sigma_{a,1})}}{a(\sigma_{a,1}) \cdot b(\sigma_{a,1}) \cdot (1-a(\sigma_{a,1}))} \cdot \left(\frac{\sigma_{a,1}}{K} \right)^{\frac{1-a(\sigma_{a,1})}{m}} \times \right. \\
\times \left. \left\{ \left[1 + D_{\varepsilon,1} \left(\frac{L_K(\sigma_{a,1})}{L_0(\sigma_{a,1})} - 1 \right) \right]^{1-a(\sigma_{a,1})} - 1 \right\} - \ln \left[1 + D_{\varepsilon,1} \left(\frac{L_K(\sigma_{a,1})}{L_0(\sigma_{a,1})} - 1 \right) \right] \right]; \\
n_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_{T,cr} - \sigma_{T,0}}{L_K(\sigma_{a,2}) - L_0(\sigma_{a,2})} \cdot \left(\frac{\sigma_{a,2}}{K} \right)^{-1/m} \times \\
\times \left[\pm \frac{[L_K(\sigma_{a,2})]^{1-a(\sigma_{a,2})}}{a(\sigma_{a,2}) \cdot b(\sigma_{a,2}) \cdot (1-a(\sigma_{a,2}))} \cdot \left(\frac{\sigma_{a,2}}{K} \right)^{\frac{1-a(\sigma_{a,2})}{m}} \times \right. \\
\times \left. \left\{ 1 - \left[\frac{L_0(\sigma_{a,2})}{L_K(\sigma_{a,2})} (1 - D_{\varepsilon,1}) + D_{\varepsilon,1} \right]^{1-a(\sigma_{a,2})} \right\} + \ln \left(\frac{L_0(\sigma_{a,2})}{L_K(\sigma_{a,2})} (1 - D_{\varepsilon,1}) + D_{\varepsilon,1} \right) \right]. \quad (13)
\end{array} \right.$$

Система рівнянь (13) (частковий випадок (11)) є моделлю нелінійного підсумовування пошкоджень за двоступінчатого навантаження.

Далі подаємо отриману систему рівнянь (13) у графічному вигляді. Оскільки кінетика пошкодження на кожному рівні багатоциклового навантаження різна, то під час варіювання співвідношень напружень на першому і другому ступенях $\sigma_{a,1}$, $\sigma_{a,2}$ і тривалості першого ступеня n_1 та визначеної зі системи (13) залишкової тривалості n_2 другого ступеня отримано, що $S_1 + S_2 \neq 1$. $S_j = n_j/N(\sigma_{a,j})$ – це коефіцієнт підсумовування пошкоджень, який визначаємо як відносну кількість циклів напрацювання на j -му ступені. Це схематично зображено на рис. 3а для матеріалів I і III груп (для II групи навпаки), а розрахункові значення – на рис. 3б для сталі 45(II).

Видно, що використання моделі призводить до відмінності результатів порівняно з лінійною гіпотезою підсумовування втомних пошкоджень. Згідно з результатами розрахунків, для матеріалів I і II груп режим L–H призводить до збільшення $S = S_1 + S_2$, а режим H–L – до зменшення S . Для матеріалів III групи – навпаки. Ці закономірності підтверджуються тим, що для реальних матеріалів I і II груп за режиму L–H спостерігаємо збільшення параметра S – тренування матеріалу, а для режимів H–L ($\sigma_{a,1} > \sigma_{a,2}$) – навпаки, зменшення S – погіршення втомних властивостей. Тобто врахування кінетики непружних деформацій дає змогу показати відмінність у накопиченні втомних пошкоджень між зміцнюваними і знеміцнюваними матеріалами.

Використовуючи рівняння (11), або, в частковому випадку (13), порівняли розрахункові коефіцієнти S_P моделі (13) з експериментальними S_E для сталей 45 (II) і 1X13 (I). Згідно з аналізом розрахунків, експериментальний коефіцієнт S_E змінюється у широкому діапазоні 0,7...3,7 [11], а розрахунковий S_P – у діапазоні 0,75...1,25. У зв'язку з цим для прогнозування індивідуальних значень кінетики непружних деформацій і пошкоджень за допомогою моделі (13) розробили розрахункову схему переходу від індивідуальних властивостей зразків до тих, які відповідають 50% кривій втомі. За цією схемою можна перейти до напружень,

які визначають за індивідуальною кривою втоми кожного зразка у вигляді: $\sigma_{a,in} = \sigma_a(N(\sigma_a) \cdot P)$. Параметр P – це коефіцієнт для перерахунку напружень σ_a , заданих в експерименті, в індивідуальні $\sigma_{a,in}$, знайдені за умови рівності розрахункової і експериментальної довговічності.

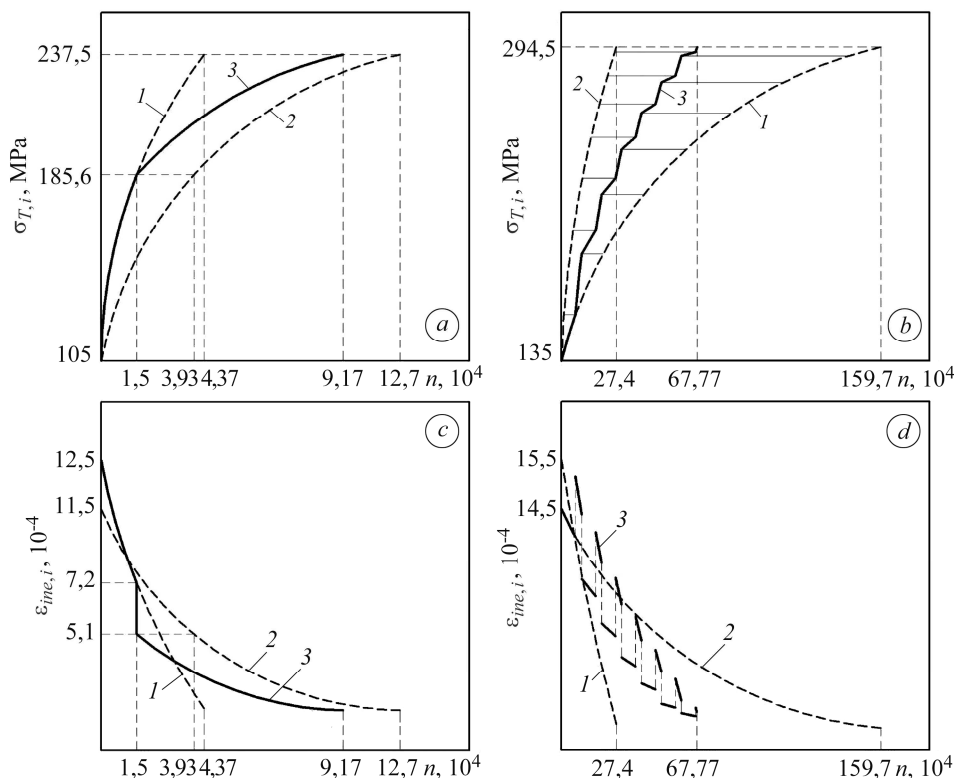


Рис. 2. Використання моделі для знаходження кінетики $\sigma_{T,i}$ (a, b) і $\epsilon_{ine,i}$ (c, d): для режиму $\sigma_{a,1} - \sigma_{a,2}$ (3) і напружень $\sigma_{a,1}, \sigma_{a,2}$ (1, 2) за ступінчатого режиму за схемою H-L для сталі 45(II) (a, c) і блочного режиму за схемою L-H для сталі 1X13(I) (b, d).
a, c: 1 – $\sigma_{a,1} = 250$ МПа, $N_1 = 4,37 \cdot 10^4$; 2 – $\sigma_{a,2} = 230$ МПа, $N_2 = 1,27 \cdot 10^5$; 3 – $\sigma_{a,1} = 250$ МПа, $n_1 = 15 \cdot 10^3$, $\sigma_{a,2} = 230$ МПа, $n_2 = 76,7 \cdot 10^3$; b, d: 1 – $\sigma_{a,1} = 290$ МПа, $N_1 = 15,97 \cdot 10^5$; 2 – $\sigma_{a,2} = 310$ МПа, $N_2 = 27,4 \cdot 10^5$; 3 – $\sigma_{a,1} = 290$ МПа, $n_1 = 70 \cdot 10^3$, $\sigma_{a,2} = 310$ МПа, $n_2 = 30 \cdot 10^3$.

Fig. 2. Use of the model for finding $\sigma_{T,i}$ (a, b) and $\epsilon_{ine,i}$ (c, d) kinetics: regime $\sigma_{a,1} - \sigma_{a,2}$ (3) and stress $\sigma_{a,1}, \sigma_{a,2}$ (1, 2); stepped regime by scheme H-L (High-Low) used for steel 45 (II) (a, c) and block regime by scheme L-H (Low-High) for steel 1X13(I) (b, d).
a, c: 1 – $\sigma_{a,1} = 250$ МПа, $N_1 = 4,37 \cdot 10^4$; 2 – $\sigma_{a,2} = 230$ МПа, $N_2 = 1,27 \cdot 10^5$; 3 – $\sigma_{a,1} = 250$ МПа, $n_1 = 15 \cdot 10^3$, $\sigma_{a,2} = 230$ МПа, $n_2 = 76,7 \cdot 10^3$; b, d: 1 – $\sigma_{a,1} = 290$ МПа, $N_1 = 15,97 \cdot 10^5$; 2 – $\sigma_{a,2} = 310$ МПа, $N_2 = 27,4 \cdot 10^5$; 3 – $\sigma_{a,1} = 290$ МПа, $n_1 = 70 \cdot 10^3$, $\sigma_{a,2} = 310$ МПа, $n_2 = 30 \cdot 10^3$.

Для двоступінчатого режиму навантаження схема визначення амплітуди індивідуальних напружень наведена на рис. 4a. Порівняли експериментальні коефіцієнти підсумовування S_E з параметрами P (рис. 4b), розрахованими за допомогою моделі ГВЦП і схеми (рис. 4a). Як бачимо, між ними існує кореляція у вигляді прямої лінії. Тому для подальших розрахунків замість параметра P використано S_E . Використовуючи рівняння (13) та $P = S_E$, встановлюємо розрахункові значення коефіцієнтів моделі підсумовування пошкоджень в умовах двоступінчатого навантаження сталей 45 (II) (рис. 5a) і 1X13 (I) (рис. 5b) з врахуванням схеми на рис. 4a. Як бачимо, розрахункові та експериментальні результати узгоджуються.

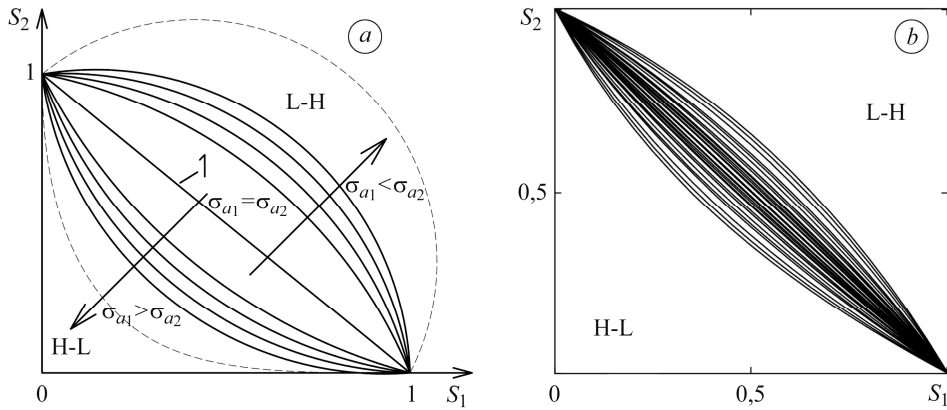


Рис. 3. Схематичне (а) і розраховане для сталі 45(II) (b) поле коефіцієнтів S_1 і S_2 моделі підсумовування пошкоджень (13): I – лінійна гіпотеза підсумовування пошкоджень. Стрілками позначено в області L–H напрямком збільшення, а в області H–L напрямком зменшення відношення $\sigma_{a,2}$ до $\sigma_{a,1}$.

Fig. 3. Schematic (a) and calculated (b) field of S_1 and S_2 in accordance with the damage summing model (13) for steel 45(II): I – linear damage summing hypothesis. The arrows designate an increase direction in the L–H regime and reduction direction in the H–L regime for the ratio $\sigma_{a,2}$ to $\sigma_{a,1}$.

Ще одну перевірку розробленої схеми виконали за прогнозування кінетики непружних деформацій для ступінчатого режиму. За допомогою моделі і схеми приведення отримали кінетику непружних деформацій для зміцнюваної сталі 45(II) (рис. 6) і знеміцнюваної 1X13(I). Як бачимо, за цією кінетикою можна коректніше описати експериментальну, ніж за кривими, отриманими за значеннями напружень. Це підтверджує адекватність розробленої схеми приведення напружень і дає можливість: застосовувати експериментальну кінетику для прогнозування індивідуальної довговічності зразків за програмного навантаження.

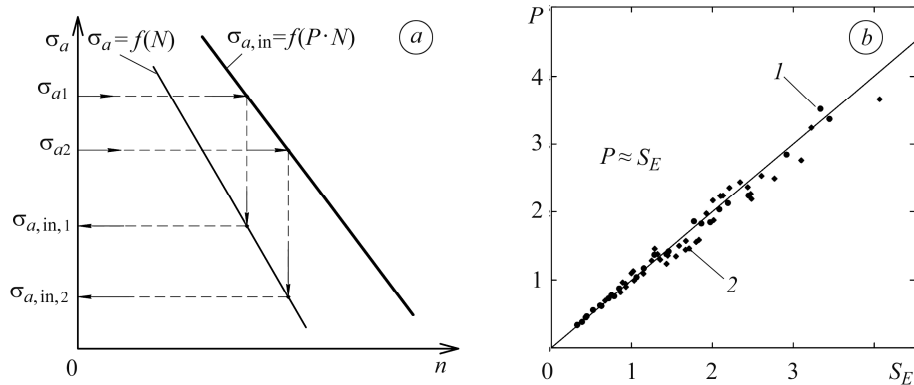


Рис. 4. Схема визначення індивідуальних напружень (а) і порівняння експериментальних коефіцієнтів S_E з розрахованими параметрами P (b): I – сталь 1X13(I); 2 – сталь 45(II).

Fig. 4. Scheme for individual stress determining (a) and comparison of experimental coefficients S_E and calculated parameters P (b): I – 1X13(I) steel; 2 – steel 45(II).

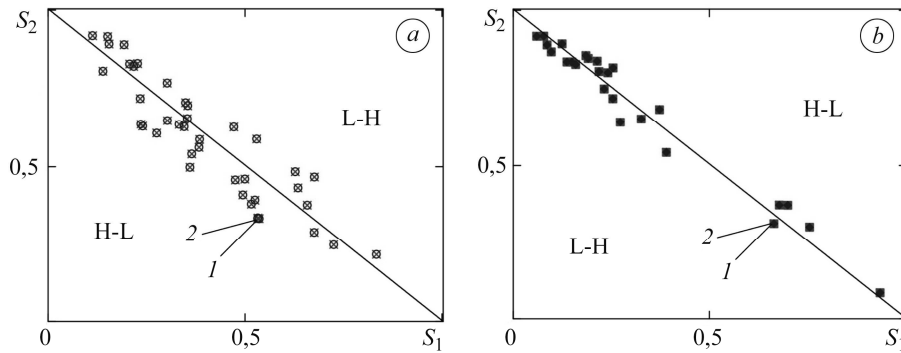


Рис. 5. Підсумовування втомних пошкоджень за моделлю та схемою приведення напружень для сталей 45(II) (a) і 1X13(I) (b): 1 – розраховані коефіцієнти S_p ; 2 – експериментальні S_E .

Fig. 5. The fatigue damage summing model and reduction scheme for 45 (II) (a) and 1H13 (I) steels (b): 1 – the estimated coefficients S_p ; 2 – experimental S_E .

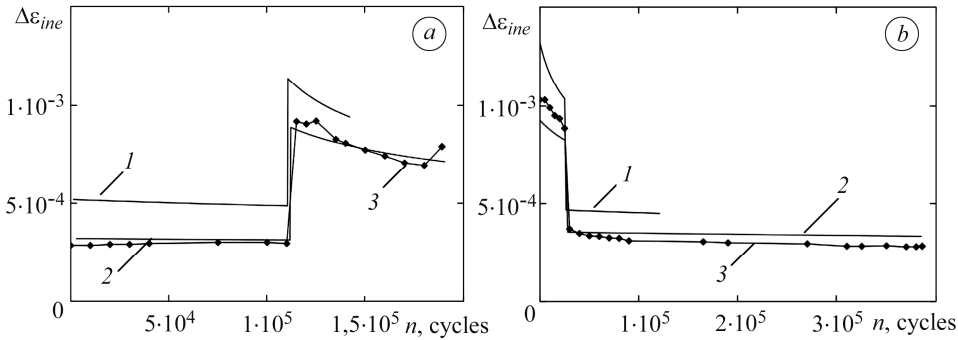


Рис. 6. Порівняння розрахункових результатів з кінетики непружних деформацій для двоступінчатого режиму навантаження L–H (a) і H–L (b), отриманих за моделлю (1) і моделлю та схемою приведення напружень (2), з експериментальними (3) для різних $\sigma_{a,1}$, n_1 , $\sigma_{a,2}$, n_2 .

Fig. 6. Comparison of calculated results and inelastic deformation kinetics for two-stage regime of load L–H and H–L received in accordance with model (1), and the model and scheme of stress reduction (2), as well as and experimental data (3) for various $\sigma_{a,1}$, n_1 , $\sigma_{a,2}$, n_2 .

ВИСНОВКИ

Встановлено відмінність у накопиченні втомних пошкоджень за змінних амплітуд циклічного навантаження для матеріалів з різною кінетикою непружних деформацій. Показано, що застосування моделі ГВЦП дає можливість оцінювати довговічність з меншою похибкою порівняно зі застосуванням стабілізованих характеристик непружних деформацій і формальних гіпотез [5–7] підсумовування втомних пошкоджень. Теоретично обґрунтовано, що врахування кінетики непружних деформацій в умовах ступінчатого, блокового чи програмного навантаження дає змогу описати відмінність у накопиченні втомних пошкоджень для різних груп матеріалів.

РЕЗЮМЕ. Предложен метод расчета накопления усталостного повреждения и изменения неупругих деформаций при циклическом нагружении с переменными амплитудами напряжений на основе разработанной ранее модели предельного исчерпания циклической пластичности. Показано, что для материалов с нестабильными неупругими деформациями при циклическом нагружении усталостное повреждение не подлежит закону линейного суммирования. Установлена разница в накоплении усталостных повреждений цикли-

чески укрепляемых и неукрепляемых материалов. Это различие и нелинейность результат кинетики неупругих деформаций в разных группах материалов, что предложено учитывать при оценке усталостного повреждения для уменьшения погрешности расчета. Кроме этого, предложена схема уточнения расчета суммарной усталостной долговечности при нерегулярном нагружении путем использования индивидуальных кривых усталости образцов для минимизации погрешности, обусловленной разбросом экспериментальных результатов.

SUMMARY. The method of estimation of the fatigue damage kinetics and inelastic deformation under variable cyclic loading amplitude is proposed. It is based on the previously developed model of ultimate cyclic plasticity exhaustion. It is shown, that for materials with instable cyclic inelastic deformation under cyclic loading fatigue damage is not within the linear summation law. The difference in the accumulation of fatigue damages of cyclically strengthened and softened materials is established. This difference and nonlinearity is a result of inelastic deformations kinetics in estimation of fatigue damages in different groups materials that should be considered when evaluated fatigue damage to reduce the calculation error. Besides, the scheme of the calculation verification of the fatigue damage summation under irregular loading is proposed. The scheme minimizes an error, caused by experimental results scattering.

1. Троценко В. Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – К.: Наук. думка, 1981. – 344 с.
2. Троценко В. Т. Циклические деформации и усталость металлов: в 2-х т. – К.: Наук. думка, 1985. – Т. 1. – 216 с.; Т. 2. – 222 с.
3. Троценко В. Т., Хамаза Л. А., Цыбанев Г. В. Методы ускоренного определения пределов выносливости металлов на основе деформационных и энергетических критериев. – К.: Наук. думка, 1979. – 172 с.
4. Троценко В. Т. Усталость металлов при неоднородном напряженном состоянии. – К.: Инс-т проблем прочности им. Г. С. Писаренко, 2011. – 130 с.
5. *Спротивлення* матеріалів Деформированию и разрушению. Справ. пос. в 2-х т. / В. Т. Троценко, А. Я. Красовский, В. В. Покровский, Л. А. Сосновский, В. А. Стрижало. – К.: Наук. думка, 1994. – Ч. 1. – 244 с.; Ч. 2. – 704 с.
6. Dy Ye. and Wang Zl. A new approach to low-cycle fatigue damage based on exhaustion of static toughness and dissipation of cyclic plastic strain energy during fatigue // *Int. J. Fatig.* – 2001. – **Vol. 23**. – P. 679–687.
7. Dy Ye. and Wang Zl. Change characteristic of static mechanical property parameters and dislocation structures of 45# medium carbon structural steel // *Mater. Sci. Eng.* – 2001. – **Vol. 297**. – P. 54–61.
8. Tsyban'ov G. V. and Novikov A. I. Ultimate hardening/softening model of material for fatigue crack initiation onset and determination of its parameters // *Int. J. Fatig.* – 2012. – **Vol. 39**. – P. 15–24.
9. Цыбаньов Г. В., Новіков А. І. Визначення кінетики втомного пошкодження і довговічності сталей в умовах неоднорідного напружено-деформованого стану // *Вісник Тернопільськ. держ. техн. ун-ту.* – 2013. – № 4. – С. 95–108.
10. Цыбанёв Г. В., Новиков А. И. Определение долговечности материала при циклическом нагружении со случайной амплитудой напряжений по модели предельного исчерпания пластичности // *Надежность и долговечность машин и сооружений.* – 2011. – Вып. 34. – С. 67–79.
11. Коваль Ю. И. Кинетика изменения неупругих циклических деформаций в сталях 45 и 1Х13 при стационарном и программном нагружении // *Проблемы прочности.* – 1974. – № 3. – С. 14–19.

Одержано 19.05.2016