

УДК 517.958: 536.12: 620.198

НЕСТАЦІОНАРНА ТЕМПЕРАТУРНА ЗАДАЧА ДЛЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З БАГАТОШАРОВИМИ ТОНКИМИ ПОКРИВАМИ

JING-LIANG CHEN¹, Н. О. ГЕМБАРА², М. М. ГВОЗДЮК³

¹ School of Computer Science, Hubei University of Technology, Wuhan, China;

² Українська академія друкарства, Львів;

³ Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Побудовано математичну модель для визначення нестационарного температурного поля в циліндричній оболонці з односторонніми тонкими багат шаровими покриттями, які знаходяться у середовищах з різними температурами. Отриманий аналітичний розв'язок порівняно з числовими та експериментальними результатами на прикладі визначення нестационарного температурного поля у циліндричному корпусі реактора, стінка якого захищена від корозії двошаровим покриттям. Відносна похибка між теоретичними розрахунками та результатами експерименту не перевищує 5%.

Ключові слова: багат шаровий покрив, циліндрична оболонка, нестационарне температурне поле.

Актуальною проблемою сучасного машинобудування є забезпечення захисту поверхні елементів конструкцій від впливу агресивного середовища та низьких або високих температур [1–3]. Ефективним інженерним вирішенням цього завдання є нанесення захисного покриття. За нерівномірного нагрівання в основному матеріалі оболонки та шарах покриття встановлюється нерівномірний розподіл температури, що призводить до появи температурних напружень, які руйнують шари покриття та оболонки. Очевидно, що розподіл температурних напружень залежить від температурного поля. Для аналізу і прогнозування роботоздатності конструкційних елементів з покриттями важливого практичного значення набуває побудова відповідних математичних моделей і методів їх реалізації.

У науково-технічній літературі [4–13] відомі різні підходи, які дають можливість брати до уваги малість товщини покриття відносно товщини основи під час розрахунку температури в системі тіло–покриття. Одним з таких ефективних способів є моделювання впливу покриття спеціальними крайовими умовами.

Формулювання задачі та її розв'язок. Нижче запропоновано підхід до моделювання теплопровідності оболонок з односторонніми багат шаровими тонкими покриттями, які контактують зі зовнішнім середовищем за різних температур. Він ґрунтується на моделюванні покриттів фізичними поверхнями з відповідними теплофізичними характеристиками. Це дало змогу звести розв'язування крайової задачі математичної фізики для неоднорідного тіла до однорідного з певними ускладненими нелінійними крайовими умовами, які враховують вплив тонких багат шарових покриттів на теплообмін з робочим середовищем.

Розглянемо оболонку довільної форми товщиною $2h_0$ в ортогональній системі координат $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$. На поверхню $\gamma_0 = h_0$ оболонки нанесено багат шаровий покрив з різними товщинами $2h_1, 2h_2, \dots, 2h_n$ і теплофізичними характеристиками. Кожний шар покриття вважаємо тонкою оболонкою.

Задачу теплопровідності для оболонки і шарів покриву зводять до розв'язання системи диференціальних рівнянь:

$$p_i^2 t_i + \frac{\partial^2 t_i}{\partial \gamma^2} = 0, \quad (1)$$

де $p_i^2 = \Delta_i - \frac{1}{a_i} \frac{\partial}{\partial \tau}$; Δ_i – оператор Лапласа в ортогональних координатах (α, β) ; $a_i = \lambda_i / c_i$ – коефіцієнт температуропровідності, c_i – теплоємність, λ_i – коефіцієнти теплопровідності оболонки і шарів покриву, τ – час, $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Приймаємо, що на контактних поверхнях оболонки і захисного шару та між шарами виконуються умови ідеального теплового контакту:

$$t_i = t_{i+1}, \quad \frac{\partial t_{i+1}}{\partial \gamma} = \frac{\lambda_i}{\lambda_{i+1}} \frac{\partial t_i}{\partial \gamma}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1. \quad (2)$$

На поверхнях контакту оболонки зі зовнішнім середовищем і n -го шару покриву зі зовнішнім середовищем відбувається теплообмін за законом Ньютона

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_0}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_0}{\lambda_0} (t_0 - t_0^c) &= 0 \quad \text{при } \gamma = -h_0, \\ \frac{\partial t_n}{\partial \gamma} + \frac{\alpha_n}{\lambda_n} (t_n - t_n^c) &= 0 \quad \text{при } \gamma = h_n, \end{aligned} \quad (3)$$

де α_n і α_0 – коефіцієнти тепловіддачі з поверхонь; t_n^c і t_0^c – температури середовищ.

Крайові умови на торцевих поверхнях, які обмежують оболонку і покрив, приймаємо I–III роду.

Для нестационарної задачі теплопровідності задаємо початкову умову

$$t_i = t_i(\alpha, \beta, \gamma) \quad \text{при } \tau = 0. \quad (4)$$

Використовуючи операторний метод [14] розв'язування диференціальних рівнянь теплопровідності, умови ідеального теплового контакту між шарами та зробивши відповідні математичні перетворення, отримали узагальнену крайову умову теплообміну оболонки зі зовнішнім середовищем через тонкі багат шарові покриви:

$$\lambda_{0n} \frac{\partial t_0}{\partial \gamma_0} + \alpha_{0n} t_0 = \alpha_n t_n^c, \quad (5)$$

де λ_{0n} , α_{0n} – відповідно узагальнені операторні коефіцієнти теплопровідності і тепловіддачі на поверхні оболонки.

Шляхом граничного переходу, коли товщина шару покриву прямує до нуля $h_i \rightarrow 0 (i = 1, \dots, n)$, та введенням приведених теплопровідностей $\lambda_i^* = \lambda_i \cdot 2h_i$ і термоопору шарів покриву $r_i = 2h_i / \lambda_i$, отримали наближені формули для λ_{0n} , α_{0n} :

$$\lambda_{0n} = \lambda_0 \left(1 + \alpha_n (r_1 + r_2 + \dots + r_n) \right) = \lambda_0 \left(1 + \alpha_n \sum_{i=1}^n r_i \right), \quad \alpha_{0n} = \alpha_n - \sum_{i=1}^n \lambda_i^*. \quad (6)$$

Таким чином, задача теплопровідності для оболонки з одностороннім багат шаровим покривом зведена до розв'язання одного диференціального рівняння теплопровідності для оболонки

$$p_0^2 t_0 + \frac{\partial^2 t_0}{\partial \gamma^2} = 0 \quad (7)$$

з узагальненою крайовою умовою (5).

Розв'язок рівняння (7) шукали у вигляді

$$t_0 = \cos(p_0 \gamma) \cdot A_1(\alpha, \beta, \tau) + \sin(p_0 \gamma) \cdot B_1(\alpha, \beta, \tau), \quad (8)$$

де невідомі коефіцієнти A_1, B_1 виразили через інтегральні характеристики температури:

$$T_1 = \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_0 d\gamma; \quad T_2 = \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} \gamma t_0 d\gamma. \quad (9)$$

Підставивши розв'язок (8), виражений через інтегральні характеристики температури T_1 і T_2 , у крайові умови задачі, отримали зв'язану систему рівнянь для визначення величин T_1 і T_2 :

$$p_0^2 h_0^2 T_1 - \varepsilon_0 p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0 \cdot T_1 - \frac{\varepsilon_0^*}{3} \cdot \frac{p_0^2 h_0^2}{1 - p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0} \cdot T_2 = -(\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_0^* t_c^*), \quad (10)$$

$$p_0^2 h_0^2 T_2 - (1 + \varepsilon_0) \frac{p_0^2 h_0^2}{1 - p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0} \cdot T_2 - 3\varepsilon_0^* p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0 \cdot T_1 = -3(\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_0^* t_c^*),$$

$$\text{де } \varepsilon_0 = \frac{h_0}{2} \left(\frac{\alpha_0}{\lambda_0} + \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} \right); \quad \varepsilon_0^* = \frac{h_0}{2} \left(\frac{\alpha_0}{\lambda_0} - \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} \right); \quad t_c = \frac{1}{2} (t_0^c + t_n^c); \quad t_c^* = \frac{1}{2} (t_0^c - t_n^c).$$

З рівнянь (10) отримаємо аналогічні рівняння для задачі теплопровідності оболонки без покриву [14].

Розв'язати таку систему дуже складно. Тому для практичних цілей достатньо в рівняннях (10) обмежитись скінченною кількістю членів розкладу в ряд диференціальних операторів $\text{ctg } p_0 h_0$ і $(1 - p_0 h_0 \text{ctg } p_0 h_0)^{-1}$. Наприклад, коли обмежились першими членами, то отримали наближену систему рівнянь

$$p_0^2 h_0^2 \cdot T_1 - \varepsilon_0 T_1 - \varepsilon_0^* T_2 = -(\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_0^* t_c^*),$$

$$p_0^2 h_0^2 \cdot T_2 - 3(1 + \varepsilon_0) \cdot T_2 - 3\varepsilon_0^* T_1 = -3(\varepsilon_0 t_c^* + \varepsilon_0^* t_c), \quad (11)$$

з крайовими умовами

$$\frac{\partial T_1}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_0}{\lambda_0} (T_1 - T_0^c) = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_0}{\lambda_0} (T_2 - T_0^{c*}) = 0,$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} (T_1 - T_n^c) = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} (T_2 - T_n^{c*}) = 0, \quad (12)$$

$$T_1 = T_0, \quad T_2 = T_0^* \text{ при } \tau = 0,$$

$$\text{де } T_j^c = \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_j^c d\gamma; \quad T_j^{c*} = \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} \gamma t_j^c d\gamma, \quad j = 0, n; \quad T_0 = \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_0 d\gamma;$$

$$T_0^* = \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} \gamma t_0 d\gamma.$$

Якщо коефіцієнти теплообміну однакові, тобто $\alpha_0 = \alpha_{0n}$, система рівнянь розділяється на два незалежні рівняння.

У загальному випадку, коли система взаємозв'язана, виразивши інтегральні характеристики температури через температурні функції F_1 і F_2 :

$$T_1 = \frac{\delta_2(F_1 - \delta_1 F_2)}{\delta_2 - \delta_1}, \quad T_2 = \frac{\delta_2 F_2 - F_1}{\delta_2 - \delta_1}, \quad (13)$$

звели систему до двох незалежних диференціальних рівнянь для визначення F_i :

$$\Delta F_1 - \eta_1^2 F_1 - \frac{1}{a} \frac{\partial F_1}{\partial \tau} = -f_1, \quad \Delta F_2 - \eta_2^2 F_2 - \frac{1}{a} \frac{\partial F_2}{\partial \tau} = -\frac{1}{\delta_2} f_2, \quad (14)$$

де $\delta_{1,2} = \frac{1}{6\epsilon_0^*} \left[(2\epsilon_0 + 3) \mp \sqrt{(2\epsilon_0 + 3)^2 + 12\epsilon_0^{*2}} \right]$, $\eta_i^2 = (\epsilon_0 + 3\delta_i \epsilon_0^*)$, $f_i = \epsilon_0 t_c + \epsilon_0^* t_c^* + 3\delta_i (\epsilon_0 t_c^* + \epsilon_0^* t)$, $i=1, 2$

Якщо T_1 і T_2 знайдені, то температуру визначаємо за формулою [14]

$$t(\alpha, \beta, \gamma) = T_1(\alpha, \beta) + \gamma T_2(\alpha, \beta). \quad (15)$$

Нестационарне температурне поле у напівобмеженій циліндричній оболонці з одностороннім багат шаровим покривом. Далі розглядали напівобмежену циліндричну оболонку з одностороннім багат шаровим покривом (рис. 1). Між боковою поверхнею оболонки і навколишніми зовнішнім та внутрішнім середовищами відбувається конвективний теплообмін за законом Ньютона. Причому, $\alpha_0 \neq \alpha_n$. Температуру зовнішнього середовища приймаємо сталою і рівною початковій температурі t_0^c оболонки. Температура внутрішнього середовища t_n^c . На торці оболонки підтримуємо сталу температуру t_1 .

Початкові і крайові умови можна записати так:

$$\begin{aligned} t(r, z, \tau = 0) &= t_n^c, \quad t(r, z = 0, \tau) = t_1, \\ \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=h_n} &= \frac{\alpha_n}{\lambda_n} (t - t_n^c), \quad \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=h_0} = \frac{\alpha_0}{\lambda_0} (t - t_0^c), \\ t(r, z = \infty, \tau) &= t_n^c, \quad \frac{\partial t}{\partial z}(r, \infty, \tau) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

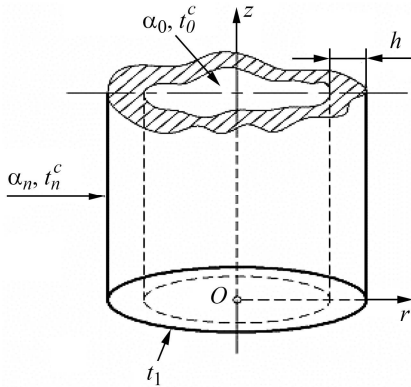


Рис. 1. Розрахункова схема напівобмеженої циліндричної оболонки з одностороннім багат шаровим покривом ($h = h_0 + h_1 + h_2 + \dots + h_n$).

Fig. 1. Calculation scheme of a semi-limited cylindrical shell with one-sided multilayer coating ($h = h_0 + h_1 + h_2 + \dots + h_n$).

Оскільки коефіцієнти теплообміну на поверхнях різні $\alpha_0 \neq \alpha_n$, то задачу про визначення температурного поля в оболонці з покривом зводять до розв'язування незалежних рівнянь (14), які тут набудуть вигляду

$$\frac{1}{a_0} \frac{\partial F_1(z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 F_1(z, \tau)}{\partial z^2} - \eta_1^2 \left(F_1 - \frac{f_1}{\eta_1^2} \right),$$

$$\frac{1}{a_0} \frac{\partial F_2(z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 F_2(z, \tau)}{\partial z^2} - \eta_2^2 \left(F_2 - \frac{f_2}{\eta_2^2} \right), \quad (17)$$

за крайових умов:

$$F_{10}(z, \tau = 0) = T_0 + \delta_1 T_0^*, \quad F_{20}(z, \tau = 0) = \frac{1}{\delta_2} \cdot T_0 + T_0^*; \quad (18)$$

$$F_1(z = 0, \tau) = F_1^c, \quad F_2(z = 0, \tau) = F_2^c; \quad (19)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial z}(\infty, \tau) = 0, \quad \frac{\partial F_2}{\partial z}(\infty, \tau) = 0,$$

$$\text{де } T_0 = \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_n^c dr, \quad T_0^* = \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} t_n^c r dr; \quad F_1^c = T_c + \delta_1 T_c^*, \quad F_2^c = T_c^* + \frac{1}{\delta_2} \cdot T_c;$$

$$T_c = \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_1 dr, \quad T_c^* = \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} t_1 r dr.$$

Застосувавши інтегральне перетворення Лапласа, отримали розв'язок цієї задачі у вигляді

$$\theta_i = \frac{F_i(z, \tau) - F_{i0}}{F_i^c - F_{i0}} = \frac{1}{2} \left[e^{-\eta_i z} \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{a_0 \tau}} - \eta_i \sqrt{\tau} \right) + e^{\eta_i z} \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{a_0 \tau}} + \eta_i \sqrt{\tau} \right) \right]. \quad (20)$$

Визначення розподілу температури по товщині стінки корпусу реактора під час нагрівання зі сторони наплавлення. Розглядали задачу розподілу температури у стінці корпусу реактора гідрокрекінгу нафти (РГК), а саме: циліндричний корпус реактора, виготовлений зі сталі 15Х2МФА-А товщиною $x_\alpha = 0,2$ м і захищений двошаровим наплавленням з нержавних аустенітних сталей 07Х25Н13 і 04Х20М10Г2Б зі сумарною товщиною $x_\gamma = 0,006$ м.

Реактор наводнювався внаслідок контакту з воднем зі сторони наплавлення за тиску $P = 150$ МПа і температури $T = 450^\circ\text{C}$ (723 К), протилежна сторона стінки корпусу РГК контактує з навколишнім середовищем з температурою 20°C (293 К). У результаті контакту з водневмісним середовищем високої температури стінка корпусу нерівномірно нагрівається. Під час розрахунку температурного поля корпус реактора моделювали циліндричною оболонкою з одностороннім двошаровим покривом.

Раніше отримано [15–23] розв'язок відповідної задачі теплопровідності методом скінчених елементів (МСЕ). Розглядали інтервал $-0,006 \leq x \leq 0,2$ за товщиною стінки корпусу, який розбивали на скінченні елементи (СЕ) нерівномірною сіткою, в якій вони подрібнюються в околі краю матеріалів $x = 0$. А саме, наплавку розбивали на 29 СЕ, серед яких найменший межує з границею розділу $x = 0$ і має довжину $0,5$ μm . Інтервал, який займає основний метал товщиною x_2 , розбивається на 60 елементів, з яких найменший також прилягає до границі розділу матеріалів $x = 0$ і має довжину 5 μm .

Аналогічну задачу розв'язали, використавши аналітичний розв'язок (20), прийнявши такі крайові умови. Через циліндричні поверхні відбувається теплопередача у внутрішнє ($\alpha_2 = 1000$ $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, $t_n^c = 450^\circ\text{C}$) і зовнішнє ($\alpha_0 = 45$ $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, $t_0^c = 20^\circ\text{C}$) середовища. На торцевій поверхні знизу задана температура $t_1 = 450^\circ\text{C}$. Коефіцієнти теплопровідності приймали: $\lambda_0 = 46,5$ $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$; $\lambda_1 = 23$ $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$; $\lambda_2 = 18$ $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$; $h_1 = h_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м.

На рис. 2 порівняно розподіл температури по товщині корпусу, розраховано-го МСЕ [15–23] (штрихові лінії) і обчисленого з використанням лінійного наближення температури по товщині (суцільні). Як бачимо, суттєве відхилення результатів є тільки за малих часів $\tau < 0,2$ h. З часом відхилення зменшується, і за $\tau > 3$ h результати практично збігаються.

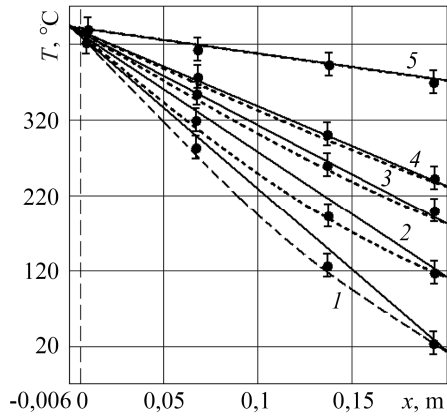


Рис. 2. Розподіл температури по товщині стінки у різні моменти часу: 1 – $\tau = 0,14$ h; 2 – 0,6 h; 3 – 1,5 h; 4 – 3 h; 5 – 30 h (штрихові лінії – МСЕ, суцільні – розраховані результати, точки – експериментальні).

Fig. 2. Distribution of temperature across the thickness of the wall at different moments of time: 1 – $\tau = 0.14$ h; 2 – 0.6 h; 3 – 1.5 h; 4 – 3 h; 5 – 30 h (dashed lines – FEM, solid – our results, points – experimental data).

Експериментальне визначення зміни температури по товщині зразка під час нагрівання зі сторони наплавлення. Для перевірки створеної моделі виконували експериментальні дослідження з визначення розподілу температури по товщині зразків з протикорозійним наплавленням. Для випробувань виготовили серію із чотирьох тришарових зразків. Циліндричні зразки діаметром 72 mm і висотою 66 mm з наплавленнями загальною товщиною 6 mm виготовляли відповідно до стандарту ASTM G146-01 (рис. 3).

Як основний метал використовували сталь 15X2МФА-А. Перший захисний протикорозійний шар наносили одношаровим ручним електрошлаковим наплавленням із нержавної аустенітної сталі 07X25Н13, а другий – з 04X20М10Г2Б.

Після наплавлення зразки піддали відпуску за температури 700...715°C упродовж 7 h.

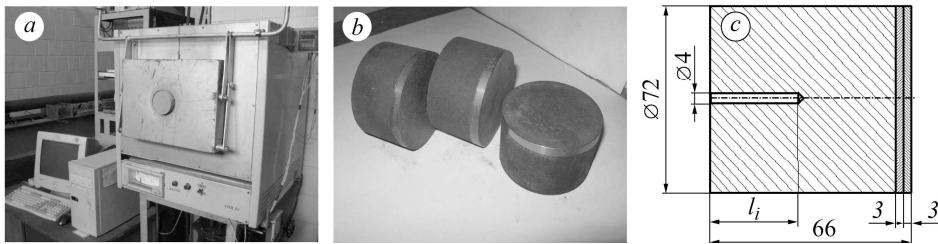


Рис. 3. Загальний вигляд установки (а) для нагріву зразків (b) та схема зразка з центральним отвором для термопар (c).

Fig. 3. General view of the installation (a) for heating the samples (b) and the scheme of the sample with the central hole for the thermocouple (c).

Для контролю температури по товщині зразка зі сторони основного металу в центрі висвердлювали отвір діаметром 4 mm (рис. 3c). Глибина отвору l_i для кожного зразка різна: $l_1 = 60$ mm; $l_2 = 40$ mm; $l_3 = 20$ mm; $l_4 = 2$ mm.

Нагрівали зразок з можливістю контролю і реєстрації робочих параметрів у спеціальній камері у вигляді товстостінної керамічної труби з відкритими торцями, яку вставляли в електропіч СНОЛ-1, 6,2,5/9-ИЗ УХЛ4.2 через отвір у термоізолюючій кришці (рис. 3a). Швидкість нагріву зразка становила 80...100°C/h,

температура витримки 450°C, час витримки 30±1 h. Контролювали температуру нагріву за допомогою регулятора-вимірювача типу РТ-0102 (рис. 4а) з подальшим записом діаграми температурного впливу на комп'ютері.

Графік контролю у реальному часі параметрів нагріву і витримки досліджуваних зразків подано на рис. 4б.

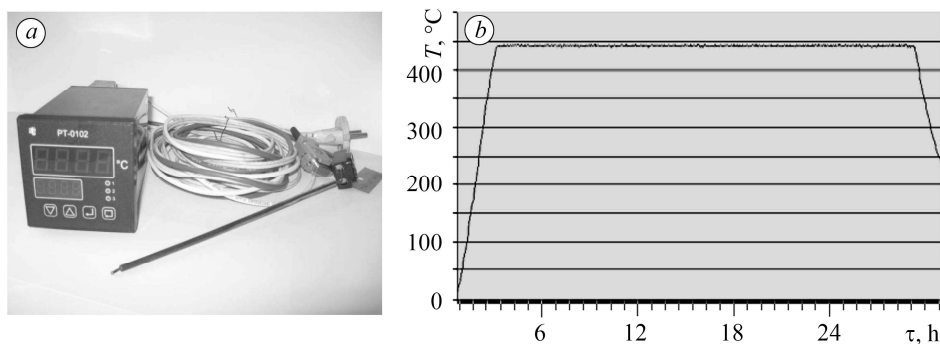


Рис. 4. Загальний вигляд блока вимірювання температури (а) та діаграма зміни температури за нагрівання та охолодження зразків (б).

Fig. 4. General view of the temperature measurement unit (a) and temperature control when heating and cooling the samples (b).

Сигнал від термопари поступав на прилад РТ-0102, який дає можливість візуального контролю температури на цифровому індикаторі. Температуру вимірювали по товщині зразка залежно від часу витримки за допомогою термоелектричного перетворювача типу ТХА-1007, який поміщали у центральний отвір.

Щоб перенести результати експериментальних вимірювань температури у зразках висотою 66 mm на реальний корпус реактора, стінка якого має товщину 206 mm, використали критерій подібності Фур'є: $F_0 = a\tau/h^2$, де h – характерний лінійний розмір. У результаті отримали, що глибині отвору $l_1 = 60$ mm відповідає точка на графіку $x = 0,001$ m; $l_2 = 40$ mm – $x = 0,07$ m; $l_3 = 20$ mm – $x = 0,13$ m; $l_4 = 2$ mm – $x = 0,19$ m (точки на рис. 2).

Відносна похибка між теоретичними розрахунками і експериментальними результатами становить не більше 5%. Це дає підстави вважати, що отримані в першому наближенні співвідношення для визначення температурного поля задовільно описують зміну температури в оболонках з багатошаровими покриттями і їх можна застосовувати в інженерній практиці.

ВИСНОВКИ

Побудовано математичну модель для визначення нестационарного температурного поля в циліндричній оболонці з односторонніми тонкими багатошаровими покриттями, яка знаходиться в середовищах з різними температурами. Вплив покриттів на розподіл температури враховано через узагальнені умови теплообміну зі зовнішніми середовищами. Матеріали оболонки та покриттів мають різні теплофізичні характеристики. На контактних поверхнях оболонки і шарів та між шарами виконуються умови ідеального теплового контакту. За допомогою операторного методу розв'язок рівняння теплопровідності для циліндричної оболонки записано через інтегральні характеристики температури, які визначено зі системи двох диференціальних рівнянь. Апробовано отриманий розв'язок за допомогою МСЕ та експериментально на прикладі визначення нестационарного температурного поля у циліндричному корпусі реактора з переробки нафти, стінка якого захищена від корозії двошаровим покриттям. Відносна похибка теоретичних розрахунків і експериментальних результатів становить не більше 5%.

РЕЗЮМЕ. Побудована математическа модель для определения нестационарного температурного поля в цилиндрической оболочке с односторонними тонкими многослойными покрытиями, которую окружают среды с различными температурами. Проведена апробация полученного аналитического решения с численными результатами и экспериментально на примере определения нестационарного температурного поля в цилиндрическом корпусе реактора, стенка которого защищена от коррозии двухслойным покрытием. Относительная погрешность между теоретическими расчетами и экспериментальными результатами составляет не более 5%.

SUMMARY. A mathematical model for the determination of a non-stationary temperature field in a cylindrical shell with one-sided thin, multilayer coating, surrounded by media with different temperatures, was constructed. The obtained analytical solution is compared with numerical and experimental results on an example of determining the non-stationary temperature field in a cylindrical reactor vessel, the wall of which is protected from corrosion by a two-layer coating. Relative error of theoretical calculations and experimental data does not exceed 5%.

Acknowledgment. *This work was supported by Doctoral Scientific Research Fund from Hubei University of Technology (№ BSQD2017048).*

1. Мелехов Р. К., Похмурський В. І. Конструкційні матеріали енергетичного обладнання. – К.: Наук. думка, 2003. – 384 с.
2. Гецов Л. Б., Рыбников А. И. Механизм деформирования и разрушения многослойных покрытий при термоциклировании // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1993. – **29**, № 6. – С. 48–55.
(Getsov L. B. and Rybnikov A. I. Mechanisms of deformation and fracture of multilayer coatings during thermal cycling // Material Science. – 1993. – **29**, № 6. – P. 604–611.)
3. Неруйнівний контроль стану поверхонь, уражених корозійними пітингами / Б. П. Русин, Н. П. Ануфрієва, Н. Р. Грабовська, В. Г. Іванюк // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2013. – **49**, № 4. – С. 90–96.
(Nondestructive testing of the state of surfaces damaged by corrosion pitting / B. P. Rusyn, N. P. Anufrieva, N. R. Grabovska, V. H. Ivanyuk // Materials Science. – 2014. – **49**, № 4. – P. 516–524.)
4. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. О влиянии поверхностных слоев на процесс диффузии и на обусловленное им напряженное состояние в твердых телах // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1967. – **3**, № 5. – С. 575–583.
(Podstrigach Ya. S. and Shevchuk P. P. Effect of surface layers on diffusion processes and the resulting stress state in solids // Soviet Materials Science. – 1968. – **3**, № 5. – P. 420–426.)
5. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. Температурные поля и напряжения в телах с тонкими покрытиями // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1967. – Вып. 7. – С. 227–233.
6. Чекурін В. Ф., Процюк Б. В. До ідентифікації параметрів багат шарових покриттів за термопружними переміщеннями поверхні нагрівання // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2004. – **40**, № 1. – С. 7–15.
(Chekurin V. F. and Procyuk B. V. Identification of the parameters of multilayer coatings according to the thermoelastic displacements of the surface of heating // Materials Science. – 2004. – **40**, № 1. – P. 1–13.)
7. Шевчук В. А. Нестационарна одновимірна задача теплопровідності для циліндра з тонким багат шаровим покриттям // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2011. – **54**, № 2. – С. 179–185.
8. Швець Л. П., Яцків О. І. До побудови розв'язку крайової задачі дифузії із некласичними граничними умовами // Вісн. держ. ун-ту "Львів. політехніка". Сер. Прикл. математика. – 1998. – № 346. – С. 165–168.
9. Швець Р. М., Яцків О. І. Взаємозв'язана задача механотермодифузії для шаруватих тіл канонічної форми з тонкими прошарками // Доп. АН України. – 1993. – № 11. – С. 65–69.
10. Швець Р. М., Яцків О. І. Поширення методу власних функцій на крайові задачі механодифузії для багат шарових тіл із прошарками // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – **41**, № 4. – С. 155–161.

- (*Shvets R. M. and Yatskiv O. I.* Extension of the method of eigenfunctions to the boundary-value problems of mechanical diffusion for multilayer bodies with interlayers // *J. Math. Sci.* – 2001. – **107**, № 1. – P. 3691–3696.)
11. *Швець Р. М., Яцків О. І., Бобик Б. Я.* Деякі підходи до розв’язання задачі нагріву суцільного пружного циліндра за нестационарної граничної умови // *Прикл. проблеми механіки і математики.* – 2007. – Вип. 5. – С. 186–194.
 12. *Швець Р. М., Яцків О. І., Бобик Б. Я.* Ідентифікація межових теплофізичних параметрів циліндра за нестационарних умов теплообміну з довкіллям // *Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології.* – 2010. – Вип. 12. – С. 198–207.
 13. *Shevchuk V. A.* Modeling and computation of heat transfer in a system “body-multilayer coating” // *Heat Transfer Res.* – 2006. – **37**, № 5. – P. 412–423.
 14. *Подстригач Я. С., Швець Р. Н.* Термоупругость тонких оболочек. – К.: Наук. думка, 1978. – 344 с.
 15. *Андрейків О. Є., Гембара О. В.* Механіка руйнування та довговічність металічних матеріалів у водневмісних середовищах. – К.: Наук. думка, 2008. – 344 с.
 16. *Андрейків О. Є., Скальський В. Р., Гембара О. В.* Метод оцінки високотемпературного водневого руйнування біметалевих елементів конструкцій // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2000. – **36**, № 4. – С. 15–22.
(*Andreykiv O. Ye., Skalsky V. R., and Hembara O. V.* The method of evaluation of high-temperature hydrogen fracture of bimetal elements of a structure // *Materials Science.* – 2000. – **36**, № 4. – P. 489–98.)
 17. *Гембара О. В.* Скінченно-елементне моделювання масопереносу в структурно-неоднорідних матеріалах // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2003. – **39**, № 5. – С. 89–95.
(*Gembara O.V.* Finite-element simulation of mass transfer in structurally inhomogeneous materials // *Materials Science.* – 2003. – **39**, № 5. – P. 712–720.)
 18. *Андрейків О. Є., Гембара О. В.* Розрахунок залишкової довговічності елементів конструкцій у середовищі газоподібного водню // *Проблеми міцності.* – 2006. – № 3. – С. 34–42.
(*Andreykiv O. E. and Gembara O. V.* Evaluation of the residual service life of structural elements in hydrogen-containing media // *Strength of Materials.* – 2006. – № 3. – P. 241–247.)
 19. *Исследование* сопротивляемости отслаиванию в биметаллическом соединении нефтехимических реакторов в среде водорода / Я. Л. Иваницкий, О. В. Гембара, Т. И. Титова, Н. А. Шульган, Н. М. Гвоздюк, С. А. Бочаров, А. В. Воронов // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2009. – **45**, № 6. – С. 50–56.
(*Investigation of peeling resistance in a bimetallic joint of petrochemical reactors in hydrogen environment / Ya. L. Ivanitskii, O. V. Gembara, T. I. Titova, N. A. Shul’gan, N. M. Gvozdyuk, S. A. Bocharov, A. V. Voronov // Materials Science.* – 2009. – **45**, № 6. – P. 810–816.)
 20. *Panasyuk V., Ivanytskyi Ya., and Hembara O.* Assessment of hydrogen effect on fracture resistance under complex-mode loading // *Eng. Frac. Mech.* – 2012. – **83**. – P. 54–61.
 21. *Вплив* напружено-деформованого стану на розподіл концентрації водню у зоні передруйнування / В. В. Панасюк, Я. Л. Іваницький, О. В. Гембара, В. М. Бойко // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2014. – **50**, № 3. – С. 7–14.
(*Influence of the stress-strain state on the distribution of hydrogen concentration in the process zone / V. V. Panasyuk, Ya. L. Ivanyts’kyi, O. V. Hembara, V. M. Boiko // Materials Science.* – 2014. – **50**, № 3. – P. 315–323.)
 22. *Andreykiv O., Gembara O., and Skalsky V.* Fracture of bimetallic structural elements under hydrogen – temperature interaction // 14th European Conf. on Fracture ECF-14 “Mechanics Beyond 2000” (8–13 September 2002, Cracow). – Cracow, 2002. – **1**. – P. 73–80.
 23. *Кроншталь О. В., Харин В. С.* Влияние неоднородности материалов и теплосмен на диффузию водорода как фактор риска развития водородной деградации металлов // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 1992. – **28**, № 6. – С. 7–20.
(*Kronshthal’ O. V. and Kharin V. S.* Effect of heterogeneity of materials and heat cycles on diffusion of hydrogen as a factor of the risk of development of hydrogen degradation of metals // *Soviet Materials Science.* – 1992. – **28**, № 6. – P. 475–486.)

Одержано 27.03.2018