УДК 620.191.33:620.193

РОЗРАХУНКОВІ МОДЕЛІ РОСТУ ВТОМНИХ ТРІЩИН У МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛАХ ЗА ДІЇ СИЛОВИХ І ФІЗИКО-ХІМІЧНИХ ЧИННИКІВ

О. Є. АНДРЕЙКІВ, Н. С. ШТАЮРА

Львівський національний університет імені Івана Франка

На основі енергетичного підходу розроблені розрахункові моделі для визначення періоду докритичного росту коротких втомних тріщин у пружно-пластичних тілах за дії силових і фізико-хімічних чинників. Результати порівняні з відомими літературними даними.

Ключові слова: *розрахункова модель, період докритичного росту втомних коротких тріщин, енергетичний підхід, відносний рівень навантаження пластини, коефіцієнт інтенсивності напружень, розкриття вершини тріщини.*

Розвиток різних областей нової техніки, особливо літако-, автомобіле-, кораблебудування тощо, де використовують елементи конструкцій довготривалої експлуатації за дії різних експлуатаційних середовищ (водневмісні, корозивні та ін.) за змінних у часі навантажень, вимагає від дослідників надійніших методів прогнозування циклічної міцності і довговічності таких елементів, особливо з тріщинами. Тут виникає питання про розвиток таких дефектів, їх кінетику і, загалом, про період їх докритичного росту. Дослідити це суто емпірично, шляхом експериментальних досліджень, технічно досить складно і не завжди в принципі можливо [1]. Разом з тим в літературі з'явилась велика кількість публікацій, результати яких були неповні, а іноді суперечили одні одним, а отже, виникає необхідність у підсумковій праці, яка могла би служити відправним пунктом для подальшого розвитку науки про втому матеріалів.

Такою працею став довідковий посібник [2]. Два розділи до нього написані українськими вченими: V. T. Troshcsenko "Stable and unstable fatigue crack propagation in metals" (розділ 16) і V. V. Panasyuk, O. Ye. Andreykiv, O. I. Darchuk and N. V. Kuznyak "Influence of hydrogen-containing environments on fatigue crack extension resistance of metals" (розділ 32) [2]. Пізніше автори розвинули його результати [3] для коротких тріщин і врахування їх закриття у вершинах. Тут за короткі приймають тріщини, розміри яких набагато більші від параметрів структури матеріалу і задовольняють умови автомодельності за статичного навантаження, тобто це малі макротріщини, але за циклічного навантаження їх ріст не описується однозначно діаграмою втомного руйнування.

Найважливішою ознакою ефективності і достовірності будь-якої розрахункової моделі є її універсальність та інваріантність. Це, природно, стосується і розрахункових моделей оцінки поширення втомних тріщин. Тільки за таких повноцінних моделей результати, які узгоджуються з лабораторним випробуванням зразків, можна використовувати для прогнозування довговічності (ресурсу) елементів конструкцій у заданих умовах експлуатації. Тому впродовж останніх п'ятнадцяти років автори [2] сформулювали новий енергетичний підхід, на базі якого розробили математичні моделі росту коротких втомних тріщин у металевих мате-

Контактна особа: О. Є. АНДРЕЙКІВ, e-mail: andreykiv@ipm.lviv.ua

ріалах за дії силових і фізико-хімічних чинників. Суть цих математичних моделей подана нижче.

Математичні моделі поширення коротких втомних тріщин за дії водневмісних і корозивних середовищ. Розглянемо випадок, коли пластина ослаблена короткою початковою прямолінійною тріщиною довжини $2l_0$, розтягується рівномірно розподіленими зусиллями p, які направлені перпендикулярно до лінії розміщення тріщини і змінюються з часом циклічно, і перебуває в умовах дії водневмісного або корозивного середовища (рис. 1).

Задача полягає у визначенні кількості циклів навантаження $N = N_*$, за досягнення якого втомна тріщина підросте до критичного значення $l = l_*$ і пластина зруйнується.

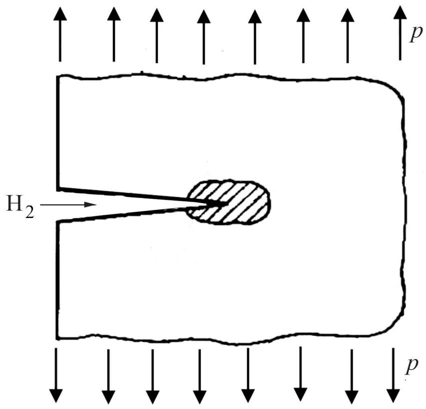

Рис. 1. Навантаження пластини з прямолінійною тріщиною у водневмісному середовищі.

Fig. 1. Loading of a plate with a rectilinear crack in a hydrogen environment.

Для розв'язання цієї задачі використаємо запропонований [4, 5] енергетичний підхід, в основу якого покладено перший закон термодинаміки за елементарного просування тріщини на величину Δl_c. При цьому вважатимемо, що середовище весь час потрапляє у вершину тріщини і там забезпечується стала механо-хімічна ситуація. В іншому випадку під час розв'язування задачі треба враховувати дифузію в середовищі іонів водню до поверхні вершини тріщини.

$$A = W + \Gamma . \tag{1}$$

Тут A – робота зовнішніх сил; W – енергія деформування тіла після просування тріщини на величину Δl_c за час Δt; Γ – енергія руйнування тіла, яка залежить від довжини тріщини l, характеристик середовища і часу t.

При цьому величину W енергії деформування тіла після просування тріщини на Δl_c подамо у такому вигляді

$$W = W_s + W_p^{(1)}(l) + W_p^{(2)}(t) - W_p^{(3)}(t) , \tag{2}$$

де W_s – пружна складова W; $W_p^{(1)}(l)$ – частина роботи пластичних деформацій у зоні передруйнування, яка залежить тільки від довжини тріщини l; $W_p^{(2)}(t)$ – частина роботи пластичних деформацій від зовнішніх зусиль, яка виділяється за постійної довжини тріщини під час інкубаційного періоду підготовки її стрибка Δl_c і залежить тільки від часу t (кількості циклів навантаження $N = tT^{-1}$, T – період циклу); $W_p^{(3)}(t)$ – робота пластичних деформацій під час розвантаження тіла і стиску зони передруйнування, яка залежить тільки від часу t і генерується самим тілом.

Оскільки для цього випадку виконується умова балансу енергії (1), то звідси слідує, що буде умова балансу швидкостей зміни складових енергій, яку в часовій аналогії кількості циклів N запишемо так:

$$\frac{\partial A}{\partial N} = \frac{\partial W}{\partial N} + \frac{\partial \Gamma}{\partial N} . \tag{3}$$

Підставляючи вираз (2) в (3), цю умову можемо подати в такому вигляді:

$$\frac{\partial}{\partial l}\left[\Gamma-\left(A-W_s-W_p^{(1)}-W_p^{(2)}\right)\right]\frac{dl}{dN}+\frac{\partial\Gamma}{\partial N}-\frac{\partial W_p^{(3)}}{\partial N}=0. \tag{4}$$

Із рівняння (4) знайдемо швидкість поширення тріщини $V=\partial l/\partial N$, а саме:

$$\frac{dl}{dN}=\left[\frac{\partial W_p^{(3)}}{\partial N}-\frac{\partial\Gamma}{\partial N}\right]\Bigg/\frac{\partial}{\partial l}\left[\Gamma-\left(A-W_s-W_p^{(1)}\right)\right]. \tag{5}$$

На основі результатів праць [4, 5] вираз у квадратних дужках у правій частині рівняння (5) запишемо так:

$$\frac{\partial}{\partial l}\left[\varGamma-\left(A-W_s-W_p^{(1)}-W_p^{(2)}\right)\right]=\gamma_{fC}-\gamma_t\,. \tag{6}$$

Тут $\gamma_t=\delta_t\sigma_0$ – питома робота пластичних деформацій у зоні передруйнування біля вершини тріщини; $\gamma_{fC}=\delta_{fC}\sigma_0$ – її критичне значення; σ_0 – усереднене напруження в зоні передруйнування біля вершини тріщини; δ_t – розкриття вершини тріщини; δ_{fC} – його критичне значення. Підставляючи вираз (6) в (5), отримаємо:

$$\frac{dl}{dN}=\left[\frac{\partial W_p^{(3)}}{\partial N}-\frac{\partial\Gamma}{\partial N}\right]\Bigg/\sigma_0(\delta_{fC}-\delta_{t\max}). \tag{7}$$

Величину $\partial W_p^{(3)}/\partial N$ визначаємо на основі результатів праць [4, 6] так:

$$\partial W_p^{(3)}/\partial N=\alpha\sigma_0(1-R_\delta)^2(\delta_{t\max}^2-\delta_{scc}^2), \tag{8}$$

де $\delta_{t\max},\delta_{t\min}$ – відповідно максимальні і мінімальні розкриття вершини тріщини впродовж зміни навантаження за цикл [4, 6]; α – константа, яку визначають експериментально [4, 6]; $R_\delta=\delta_{t\min}/\delta_{t\max}$ – коефіцієнт асиметрії розкриття δ_t в циклі; δ_{scc} – нижнє порогове значення δ_t на кінетичній діаграмі втоми. Визначення величини $\partial\Gamma/\partial N$ залежить від характеристики середовища: для водневмісного на основі результатів праці [7] її можна знайти наближено так:

$$\partial\Gamma/\partial N\approx-\eta_1\sigma_0(\delta_{t\max}-\delta_{scc})\,, \tag{9}$$

де η_1 – характеристика, яка залежить від концентрацій водню на поверхні втомної тріщини і яку визначають експериментально. Водночас, якщо замість водневмісного діє кисле корозивне середовище і основним механізмом поширення тріщини буде водневий механізм, то з допомогою результатів праць [7, 8] для визначення $\partial\Gamma/\partial N$ отримуємо таку ж формулу, як і (9). При цьому замість η_1 треба поставити іншу величину η_2, яка залежить від характеристик середовища і яку визначають експериментально.

На основі співвідношень (8), (9) рівняння (7) можна записати так:

$$\frac{dl}{dN}=\frac{\alpha[(\delta_{t\max}-\delta_{t\min})^2-(\delta_{scc}^{(\max)}-\delta_{scc}^{(\min)})^2]+\eta_i(\delta_{t\max}-\delta_{scc}^{(\max)})}{\delta_{fC}-\delta_{t\max}},\quad i=1;\,2\,, \tag{10}$$

або для визначення періоду $N = N_*$ докритичного росту втомної тріщини за дії вищезгаданих середовищ отримаємо таку математичну модель:

$$V=dl/dt=\alpha(\delta_{t\max}-\delta_{scc})[(1-R_\delta)^2(\delta_{t\max}+\delta_{scc})+\eta_i](\delta_{fC}-\delta_{t\max})^{-1}\,, \tag{11}$$

$$N=0,\quad l(0)=l_0;\quad N=N_*,\quad l(N_*)=l_*;\quad \delta_{t\max}(l_*)=\delta_{fC}\,. \tag{12}$$

Тут співвідношення (12) є початковими і кінцевими умовами для визначення повної кінетики докритичного росту втомної тріщини [4, 6].

Таким чином, для реалізації рівняння (11) необхідно визначити розкриття вершини тріщини $\delta_{t\max}(0)$. Наближений підхід для розв'язання такої задачі для пластин з прямолінійними тріщинами подано нижче.

Визначення розкриття вершини короткої тріщини за розтягу пластини. Розглянемо розтяг зусиллями p на нескінченності пластини з механічно короткою прямолінійною тріщиною довжини $2l$ (рис. 1) з пружно-пластичного матеріалу.

Задача полягає у визначенні розкриття у вершині тріщини δ_t. Величину $\delta_t = \delta_{t\Gamma}$ у цьому рівнянні для узагальненої задачі Гріффітса визначаємо на основі [9]:

$$\delta_{t\Gamma} = \pi l p^2 (E\sigma_t)^{-1} f(\xi), \quad f(\xi) = -8(\pi\xi)^{-2} \ln[\cos(0,5\pi\xi)], \;\; \xi = p\sigma_t^{-1} . \tag{13}$$

Функція $f(\xi)$ є досить складною для користування, проте її можна на основі методу граничної інтерполяції [6] подати наближено

$$f(\xi) \approx (1-\xi^2)^{-1} . \tag{14}$$

Тоді формулу (14) на основі (13) можна записати так:

$$\delta_{t\Gamma} \approx \pi l p^2 / E\sigma_t (1-\xi^2) = K_{\mathrm{I}\Gamma}^2 / E\sigma_t (1-\xi^2) . \tag{15}$$

Тут $K_{\mathrm{I}\Gamma}$ – коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) біля вершин тріщини (задача Гріффітса [9]).

На основі методу еквівалентних напружених станів [6] розкриття δ_t вершин коротких прямолінійних тріщин в інших досліджуваних пластинах за симетричного напруженого стану можна наближено подати так:

$$\delta_t \approx K_{\mathrm{I}}^2 K_{\mathrm{I}\Gamma}^{-2} \delta_{t\Gamma} . \tag{16}$$

Тут K_{I} – КІН для досліджуваних пластин з прямолінійними тріщинами.

Підставляючи вираз (15) в (16), для будь-яких пластин з короткими прямолінійними тріщинами за симетричного навантаження визначимо δ_t наближено за формулою

$$\delta_t = K_{\mathrm{I}}^2 [E\sigma_t (1-\xi^2)]^{-1} . \tag{17}$$

Перевіримо тепер точність наближеної формули (17) порівняно з відомими в літературі точнішими результатами.

Приклад. Розглянемо задачу про розтяг смуги з двома боковими тріщинами довжини l (рис. 2). Смуга шириною $2L$ та довжиною $2h$ розтягується зусиллями p. Задача полягає у визначенні розкриття вершин тріщин δ_t. Для знаходження розкриття вершин тріщин використаємо формулу (17). КІН K_{I} для смуги з двома боковими тріщинами визначаємо за формулою [10]:

$$K_{\mathrm{I}} = p\sqrt{\pi l}\, f(\lambda) , \tag{18}$$

$$f(\lambda) = (1-\lambda)^{-0,5} (1,122 - 0,561\lambda - 0,205\lambda^2 + 0,471\lambda^3 - 0,190\lambda^4), \;\; \lambda = c/L .$$

Тоді з формул (17) та (18) отримаємо:

$$\delta_t = \pi\sigma_0 L \xi^2 \lambda E^{-1} (1-\xi^2)^{-1} f^2(\lambda) . \tag{19}$$

Відносне розкриття тріщини визначаємо за формулою [9]:

$$\delta^* = 0,25\pi E \delta_t (\sigma_t L)^{-1} . \tag{20}$$

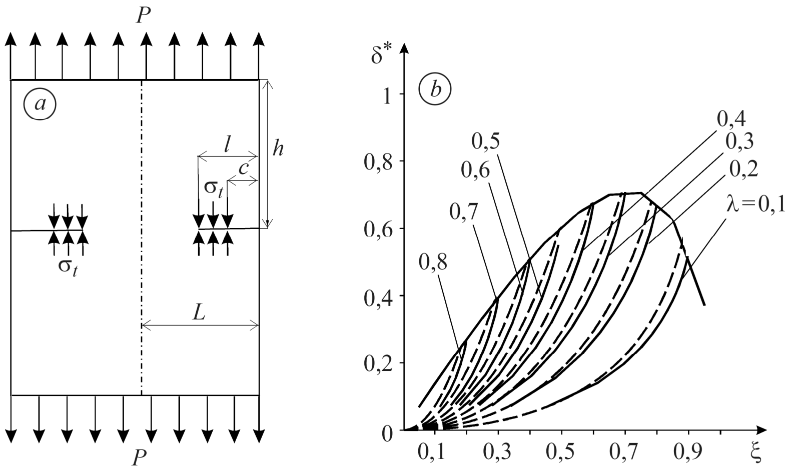

Рис. 2. Схема пластини з двома боковими тріщинами (h/L = 3) (*a*)
та залежність відносного розкриття вершини тріщини δ^* від $\xi = p/\sigma_0$ (*b*):
суцільні лінії – числові результати праці [11];
штрихові – залежність за формулою (17).

Fig. 2. Scheme of a plate with two lateral cracks (h/L = 3) (*a*);
dependence of the relative crack tip opening δ^* on $\xi = p/\sigma_0$ (*b*):
solid lines – numeric data [11];
dotted lines – dependence by formula (17).

Зі співвідношень (19) та (20) отримаємо формулу для визначення розкриття вершини тріщини:

$$\delta^* = 0,25\pi^2\xi^2\lambda(1-\xi^2)^{-1} f^2(\lambda)\,. \qquad (21)$$

Порівняємо розкриття вершини тріщини, отримане аналітично за формулою (21), із числовими результатами [11] для пластини з двома боковими тріщинами. Для цього побудуємо графік залежності розкриття вершини тріщини від відношення прикладеного навантаження p до напруження σ_t. З графіка (рис. 2*b*) можна зробити висновок, що відхилення аналітичного розв'язку (21) від числових результатів [10] несуттєве. Для задач інженерної практики це допустимо, оскільки незначна неточність іде ще і в запас міцності.

Отже, встановлена формула (17) ефективно визначає відносне значення розкриття у вершинах бокових тріщин у пластині (рис. 2*b*) залежно від навантаження і лінійних розмірів пластини та тріщин, що певною мірою підтверджує її коректність та достатню точність для інженерних розрахунків.

Порівняння результатів за деформаційним і силовим підходами для коротких корозійно-втомних тріщин. *Числовий експеримент.* Коли виконуються положення лінійної механіки руйнування, математичну модель (12), (13) поширення корозійно-втомних тріщин можна записати через КІН K_{Imax} так:

$$V = \frac{dl}{dN} = \frac{\alpha(K_{\mathrm{I}\max}^2 - K_{scc}^2)[(1-R)^4(K_{\mathrm{I}\max}^2 + K_{scc}^2) + \eta_2 E\sigma_t]}{E\sigma_t(K_{fCC}^2 - K_{\mathrm{I}\max}^2)}\,, \qquad (22)$$

$$N = 0, l(0) = l_0; \quad N = N_* \, l(N_*) = l_*; \quad K_{\mathrm{I}\max}(l_*) = K_{fCC}\,.$$

Тут K_{fCC} – критичне значення КІН за циклічного навантаження в корозивному середовищі; K_{scc} – нижнє порогове значення $K_{\mathrm{I}\max}$.

Вважали [6], що математична модель поширення втомних тріщин коректна для таких розмірів, для яких виконуються умови автомодельності за статичних навантажень. Однак, як показали результати експериментальних досліджень [12], для втомних тріщин повинні бути інші умови автомодельності. Це також видно і з формули (17), якщо вважати, що величина δ_t розкриття вершини тріщини є інваріантна характеристика втомного руйнування. З цієї формули випливає, що розкриття вершини тріщини залежить не тільки від КІН, але і від рівня навантаження пластини $\xi = p/\sigma_0$.

Для зрозумілішого формулювання проблеми коротких тріщин виконаємо числовий експеримент, використовуючи результати праці [13]. У ній наведено експериментальні результати побудови кінетичної діаграми поширення корозійно-втомної тріщини в пластині зі сталі Х70 в ґрунтовому середовищі. Можна вважати, що експериментували на макротріщинах, оскільки їх довжина змінювалася в межах $11 < l < 19$ mm. За цими результатами з допомогою методу найменших квадратів знайдені характеристики співвідношень (11) і (12), тобто

$$\alpha \approx 0{,}3\ (\text{cycle})^{-1},\ \eta_2 \approx 10^{-5}\ \text{MPa}\cdot\text{m},\ \delta_{scc} \approx 2\cdot 10^{-4}\ \text{mm},$$

$$\delta_{fCC} \approx 0{,}08\ \text{mm},\ R = 0{,}1,\ E = 2\cdot 10^5\ \text{MPa},\ \sigma_t = 636\ \text{MPa},$$

$$K_{fCC} = 101\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}},\ K_{scc} = 9\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}}. \tag{23}$$

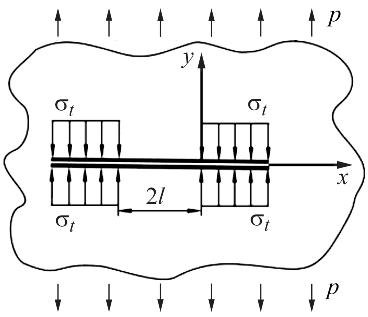

Рис. 3. Силова схема узагальненої задачі Гріффітса.

Fig. 3. Loading mode of a generalized Griffith problem.

Щоб виконати числовий експеримент, розглянемо аналог задачі Гріффітса для циклічного навантаження пластини з центральною прямолінійною тріщиною, на поверхні вершин якої потрапляє вищезгадане корозивне середовище (рис. 3). Задача полягає в перевірці інваріантності КІН, тобто залежності (22), за дії корозивного середовища.

Для розв'язку такої задачі вибираємо циклічні навантаження p = 150; 350; 450; 550 MPa, а довжина тріщини l при цьому змінюється в діапазоні $0{,}5 < l < 10$ mm, тобто проміжку коротких і великих тріщин. КІН для задачі Гріффітса обчислюємо [9] за формулою

$$K_{\text{I}} = p\sqrt{\pi l}\,. \tag{24}$$

Змінюючи для кожної серії циклічного навантаження покроково довжину тріщини l, визначаємо КІН на основі формули (24), а на основі співвідношень (22) – швидкість поширення тріщини V. Використовуючи отримані значення K_{I} і V, будуємо кінетичні діаграми $V \sim K_{\text{I}}$ поширення корозійно-втомної тріщини для кожного циклічного навантаження (рис. 4).

Як випливає з рис. 4*a*, для одного значення КІН може бути декілька значень V швидкості поширення корозійно-втомної тріщини в діапазоні коротких тріщин. Це означає, що КІН не може бути інваріантною характеристикою для опису корозійно-втомного поширення коротких тріщин, хоча довжина їх задовольняє умови автомодельності за статичного навантаження. Водночас за отриманими результатами числового експерименту побудована кінетична діаграма поширення корозійно-втомних тріщин у координатах $V \sim \delta_t$ (рис. 4*b*). На ній усі результати лягли на одну криву, яку описують залежністю (11). Це свідчить, що δ_t розкриття вершини тріщини є інваріантною характеристикою поширення корозійно-втомних тріщин.

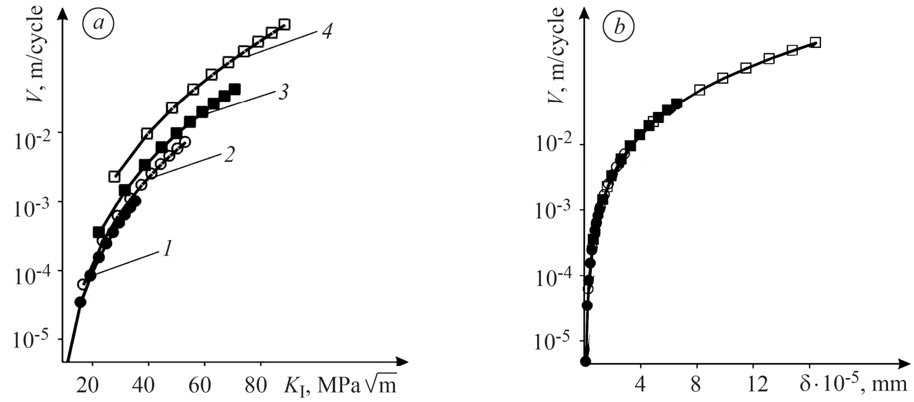

Рис. 4. Кінетичні діаграми $V \sim K_{\mathrm{I}}$ (*a*) та $V \sim \delta_t$ поширення корозійно-втомної тріщини за зміни навантаження *p* за результатами числового експерименту (*b*): *1* – 150 MPa; *2* – 350; *3* – 450; *4* – 550 MPa.

Fig. 4. Kinetic diagrams $V \sim K_{\mathrm{I}}$ (*a*) and $V \sim \delta_t$ propagation of corrosion fatigue crack under loading *p* change in numerical experiment (*b*): *1* – 150 MPa; *2* – 350; *3* – 450; *4* – 550 MPa.

Визначення швидкості поширення коротких втомних тріщин у пластинах. Розглянемо випадок, коли на пластину не діє жодне середовище, тобто $\eta_i = 0$. Тоді для визначення швидкості поширення втомної тріщини із рівняння (11) отримаємо співвідношення

$$V = dl/dt = \alpha(1-R)^4(\delta_{t\max}^2 - \delta_{th}^2)(\delta_{fC} - \delta_{t\max})^{-1}. \qquad (25)$$

Якщо зовнішнє навантаження є достатньо мале $p/\sigma_t \to 0$, то співвідношення (25) на основі (17) зведемо до такого виду:

$$V = dl/dt = \alpha(1-R)^4(K_{\mathrm{I}\max}^4 - K_{th}^4)[E\sigma_t(K_{fC}^2 - K_{\mathrm{I}\max}^2)]^{-1}, \qquad (26)$$

де K_{fC} – критичне значення КІН за циклічного навантаження; K_{th} – нижнє порогове значення $K_{\mathrm{I}\max}$.

Перевіряли коректність застосування формул (25) і (26) для опису росту коротких втомних тріщин на експериментальних результатах для сплаву Fe–3% Si [12]. Експерименти виконували для шістьох рівнів навантаження p = 560; 640; 720; 800; 840; 880 MPa. За цими результатами побудована діаграма $V \sim K_{\mathrm{I}}$ (рис. 5*a*). Як видно із цього рисунка, для одного і того ж КІН можуть бути різні швидкості V (лінія для $K_{\mathrm{I}i}$ на рис. 5*a*) поширення коротких втомних тріщин, які суттєво відрізняються одна від одної. Це ще раз підтверджує, що КІН не може бути інваріантною характеристикою для визначення швидкості V поширення короткої втомної тріщини.

Застосуємо тепер співвідношення (25) для визначення швидкості V поширення короткої втомної тріщини в параметрах δ_t, використовуючи формулу (17) й експериментальні результати [12]. На основі цього побудуємо кінетичну діаграму (рис. 5*b*) росту короткої втомної тріщини (графічна залежність $V \sim \delta_t$) за різних навантажень. Як видно з рис. 5*b*, всі експериментальні результати [12] лягли (в межах їх розкиду) на одну криву і описуються однією аналітичною залежністю (25). Це підтверджує, що співвідношення (25), а також (11), добре описують експериментальні результати і їх можна застосовувати для коректного визначення залишкового ресурсу тонкостінних елементів конструкцій з короткими тріщинами.

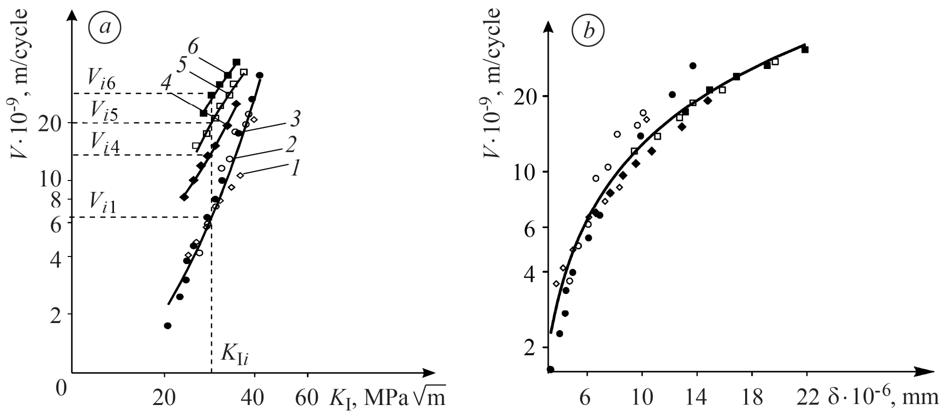

Рис. 5. Кінетичні діаграми $V \sim K_{\mathrm{I}}$ (*a*) та $V \sim \delta_t$ (*b*) поширення втомної тріщини в сплаві Fe–3% Si [12] за таких навантажень p: *1* – 560 MPa; *2* – 640; *3* –720; *4* – 800; *5* – 840; *6* – 880 MPa.

Fig. 5. Kinetic diagrams $V \sim K_{\mathrm{I}}$ (*a*) and $V \sim \delta_t$ (*b*) propagation of fatigue cracks in Fe–3% Si alloy [12] under such loads p: *1* – 560 MPa; *2* – 640; *3* – 720; *4* – 800; *5* – 840; *6* – 880 MPa.

Оцінка періоду докритичного росту корозійно-втомних тріщин у тонкостінних елементах конструкцій за дії корозивного середовища. Розглянемо тонкостінний елемент конструкції з короткою прямолінійною тріщиною довжини $2l_0$ за циклічного навантаження зовнішніми зусиллями інтенсивності p. Вважаємо, що зовнішні зусилля викликають в елементі симетричний відносно лінії розміщення тріщини напружений стан. Задача полягає у визначенні періоду $N = N_*$ докритичного росту корозійно-втомної тріщини, зокрема, $N_{\delta*}$ за деформаційним підходом з рівняння (11) і N_{K*} за силовим підходом з рівняння (22).

Для розв'язку такої задачі сформульована коректна (як зазначено вище) математична модель (11). Для її реалізації необхідно знайти функцію δ_t розкриття вершини тріщини в замкнутому аналітичному вигляді. Це досить складна задача і тому використаємо наближену формулу (17). Підставляючи вираз (17) у рівняння (11), для визначення періоду докритичного росту корозійно-втомної тріщини отримаємо простішу математичну модель:

$$V = \frac{dl}{dt} = \frac{\alpha(K_{\mathrm{I}\max}^2 - K_{scc}^2)[(1-R)^4(K_{\mathrm{I}\max}^2 + K_{scc}^2) + \eta_2 E\sigma_t(1-\xi^2)]}{E\sigma_t(1-\xi^2)(K_{fCC}^2 - K_{\mathrm{I}\max}^2)}, \qquad (27)$$

$$N = 0,\ \ l(0) = l_0;\ \ N = N_*,\ \ l(N_*) = l_*;\ \ K_{\mathrm{I}\max}(l_*) = \sqrt{E\sigma_t\delta_{fCC}(1-\xi^2)}\,.$$

Оскільки рівняння (27) ідентичне рівнянню (11) (із нього воно й отримане), то вважаємо, що і воно буде інваріантне відносно розмірів корозійно-втомної тріщини.

У зв'язку з тим, що в рівнянні (27) змінні розділяються, то його розв'язок можна записати в такому вигляді

$$N_{\delta^*} = E\sigma_t\alpha^{-1}\int_{l_0}^{l_*} \frac{(1-\xi^2)(K_{fCC}^2 - K_{\mathrm{I}\max}^2)dl}{(K_{\mathrm{I}\max}^2 - K_{scc}^2)[(1-R)^4(K_{\mathrm{I}\max}^2 + K_{scc}^2) + \eta E\sigma_t(1-\xi^2)]}. \qquad (28)$$

Якщо б для розв'язання такої задачі використовувати положення лінійної механіки руйнування, тобто математичну модель (4), то її розв'язок виглядав би так:

$$N_{K^*} = E\sigma_t\alpha^{-1}\int\limits_{l_0}^{l_*}\frac{(K_{fCC}^2 - K_{\mathrm{I}\max}^2)dl}{(K_{\mathrm{I}\max}^2 - K_{scc}^2)[(1-R)^4(K_{\mathrm{I}\max}^2 + K_{scc}^2) + \eta E\sigma_t]}. \tag{29}$$

Співвідношення (28) і (29) відрізняються за великих навантажень, тобто силовим параметром ξ, і збігаються при $\xi \to 0$. Розглянемо це на прикладі узагальненої задачі Гріффітса.

Реалізуємо сформульовану задачу для силової схеми узагальненої задачі Гріффітса (див. рис. 3). Вважаємо, що пластина зі сталі X70 знаходиться в ґрунтовому середовищі і піддана циклічному навантаженню з амплітудою p = 400 MPa. На основі співвідношень (12), (17), (22) і (24) знайдемо, що критичні довжини тріщини за деформаційним і силовим критеріями відповідно дорівнюватимуть $l_{\delta*}$ = 12,1 mm, l_{K*} = 20,3 mm. Підставляючи ці результати разом з виразом (5) у співвідношення (28) і (29), отримаємо:

$$N_{\delta^*} = \int\limits_{l_0}^{0,0121}\frac{8\cdot 10^2(0,0203 - l)dl}{(l - 1,6\cdot 10^{-4})(l + 1,6\cdot 10^{-3})}, \tag{30}$$

$$N_{K^*} = \int\limits_{l_0}^{0,0203}\frac{12,9\cdot 10^2(0,0203 - l)dl}{(l - 1,6\cdot 10^{-4})(l + 2,4\cdot 10^{-3})}. \tag{31}$$

Інтеграли в співвідношеннях (30) і (31) знаходимо числово. На основі цього побудовані графічні залежності $N_{\delta*} \sim l_0$ і $N_{K*} \sim l_0$ (рис. 6) Як бачимо, період докритичного росту короткої корозійно-втомної тріщини (крива *2*), обчислений за силовим підходом, більший (як і критична довжина тріщини) за період, обчислений за коректним деформаційним (крива *1*). Це означає, що ця похибка піде не в запас довговічності, а в ризик непередбачуваного руйнування. Це ще раз підтверджує, що силовий підхід для визначення докритичного росту коротких втомних і корозійно-втомних тріщин не слід використовувати, бо це може призвести до серйозних помилок і непередбачуваних аварійних ситуацій.

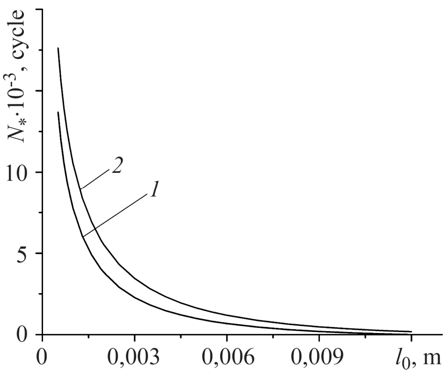

Рис. 6. Залежності періодів докритичного росту короткої корозійно-втомної тріщини: *1* – $N_{\delta*} \sim l_0$; *2* – $N_{K*} \sim l_0$.

Fig. 6. Dependence of periods subcritical growth of a short corrosion-fatigue crack: *1* – $N_{\delta*} \sim l_0$; *2* – $N_{K*} \sim l_0$.

Слід зазначити, що для цієї праці використані деякі результати публікації [14].

ВИСНОВКИ

Використовуючи перший закон термодинаміки і основні положення фізико-хімічної механіки руйнування конструкційних матеріалів, побудували розрахункові моделі для визначення через деформаційні параметри (розкриття вершини тріщини) періоду докритичного росту коротких втомних тріщин в пружно-пластичних пластинах за дії силових і фізико-хімічних чинників. Результати розв’язку задач на основі цих моделей і порівняння їх з відомими експериментальними показали, що коефіцієнт інтенсивності напружень не може бути інваріантною характеристикою для визначення швидкості росту коротких тріщин.

РЕЗЮМЕ. На основе энергетического подхода разработаны расчетные модели для определения периода докритического роста коротких усталостных трещин в упруго-пластических телах за действия силовых и физико-химических факторов. Результаты сравнимы с известными литературными данными.

SUMMARY. On the basis of energy approach the computational models to determine the period of short fatigue cracks subcritical growth in elastic-plastic plates under action of long-term forcer, physical and chemical factors were built. The results were compared with known in the literature data.

1. *Schiyve. S.* Fatigue of structures and materials in the state of the art // Proc. of the ECF-14. – 2002 – **III**. – P. 211–262.
2. *Handbook* of Fatigue Propagation in Metallic Structures / Ed. A. Carpinteri. – Oxford: Elsevier Science Ltd., 1994. – 1765 p.
3. *Estimation* of the effects of plasticity and resulting crack closure during small fatigue crack growth / V. V. Panasyuk, O. Ye. Andreykiv, R. O. Ritchie, and O. I. Darchuk // Int. J. of Fracture. – 2001. – **107**. – P. 99–115.
4. *Андрейків О.Є., Кіт М. Б.* Залишкова довговічність тонкостінних елементів конструкцій під двовісним циклічним навантаженням // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2008. – **44**, № 1. – С. 14–23.

   (*Andreikiv O. E. and Kit M.* B. Residual service life of thin-walled structural elements under biaxial cyclic loading // Materials Science. – 2008. – **44**, № 1. – P. 14–22.)
5. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Механіка руйнування металічних пластин при високотемпературній повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2006. – **42**, № 2. – С. 62–68.

   (*Andreikiv O. E. and Sas N. B.* Fracture mechanics of metallic plates under the conditions of high-temperature creep // Materials Science. – 2006. – **42**, № 2. – P. 210–219.)
6. *Андрейкив А. Е., Дарчук А. И.* Усталостное разрушение и долговечность конструкций. – К.: Наук. думка, 1992. – 184 с.
7. *Андрейків О. Є., Гембара О. В*. Механіка руйнування та довговічність металевих матеріалів у водневмісних середовищах. – К.: Наук. думка, 2008. – 344 с.
8. *Розрахункова* модель поширення корозійно-механічної тріщини за високих температур / О. Є. Андрейків, І. Я. Долінська, А. Р. Лисик, Н. Б. Сас // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2016. – **52**, № 5. – С. 99–105.

   (*The calculation* model of propagation of corrosion-mechanical cracks at high temperatures / O. Ye. Andreikiv, I. Ya. Dolinska, A. R. Lysyk, N. B. Sas // Materials Science. – 2017. – **52**, № 1. – P.34–40.)
9. *Панасюк В. В.* Механика квазихрупкого разрушения материалов. – К.: Наук. думка, 1991. – 416 с.
10. *Stress* intensity factors handbook: In 2 Vol. / Ed. Yu. Murakami. – Oxford: Pergamon Press, 1987. – **XLIX, XXXIX**. − 1456 p.
11. *Hayes D. S. and Williams J. G.* A practical method for determining Dagdal model solutions for cracked bodies arbitrary shape // Int. J. of Frac. Mech. – 1972. – **8**, № 3. – P. 239–256.
12. *Nisitani H., Kawagoishi N., and Goto M.* Growth behavior of small fatigue cracks and relating problems // Handbook of Fatigue Propagation in Metallic Structures / Ed. A. Carpinteri. – Oxford: Elsevier Science Ltd., 1994. – P. 733–778.
13. *Електрохімічні* показники експлуатаційної деградації сталей нафто- та газогонів / О. Цирульник, З. Слободян, М. Греділь, О. Звірко, Д. Завербний // Фіз.-хім. мех. матеріалів. – 2006. – Спец. вип. № 5. – С. 284–289.
14. *Андрейків О. Є., Штаюра Н. С., Ярема Р. Я.* Енергетичний підхід до оцінки швидкості росту коротких утомних тріщин в пластинах // Проблеми міцності. – 2017. – № 6. – С. 53–63.

    (*Andreikiv O. E., Shtayura N. S., and Yarema R. Ya.* Energy approach for estimation of rate growth short fatigue cracks in plates // Strength of Materials. – 2017. – № 6. – P. 778–786.)

Одержано 23.07.2018