

УДК 539.3

ПЕРІОДИЧНА СИСТЕМА БЛИЗЬКО РОЗТАШОВАНИХ ОТВОРІВ У КВАЗІОРТОТРОПНІЙ ПЛОЩИНІ

М. П. САВРУК¹, А. КАЗБЕРУК², А. Б. ЧОРНЕНЬКИЙ¹

¹ Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів;

² Білостоцька політехніка, Польща

Методом сингулярних інтегральних рівнянь вивчено плоску періодичну задачу теорії пружності для квазіортотропної площини з нескінченним рядом близько розміщених криволінійних отворів. За використання єдиного підходу до розв'язування задач концентрації напружень біля отворів з гострими та закругленими вершинами отримано коефіцієнти інтенсивності напружень у гострих та закруглених вершинах отворів. Граничним переходом знайдено коефіцієнти концентрації напружень у закруглених та гострих вершинах двобічних параболічного та U-подібного вирізів.

Ключові слова: квазіортотропний матеріал, періодична система отворів, метод сингулярних інтегральних рівнянь, коефіцієнт інтенсивності напружень, двобічний виріз.

Періодичні задачі теорії пружності для площини з нескінченним рядом гладких криволінійних отворів розглядали багато дослідників. В основному числові значення коефіцієнтів концентрації напружень (ККН) отримано для еліптичних та кругових отворів у ізотропній [1–4] та анізотропній [5–8] площинах, коли віддалі між ними великі. Коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) та ККН у гострих і закруглених вершинах близько розташованих отворів у ізотропній площині знайдено методом сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) [9, 10] з використанням єдиного підходу до розв'язування задач концентрації напружень біля отворів з такими ж вершинами.

Нижче за цим підходом розв'язано плоску періодичну задачу для квазіортотропної площини з нескінченним рядом близько розміщених криволінійних отворів. За допомогою граничного переходу, коли отвори наближаються один до одного, з цього розв'язку отримано ККН у закруглених вершинах двобічних вирізів у квазіортотропній площині.

Інтегральне рівняння задачі. Розглянемо квазіортотропну площину (вироджений ортотропний матеріал [10–15]), послаблену періодичним рядом криволінійних отворів. Початок декартової системи координат Oxy розташований всередині отвору із гладким контуром L в основній смузі періодів шириною d . Осі Ox і Oy вибрали вздовж головних осей ортотропії. Отвори розміщено рівномірно вздовж осі Ox . За додатний прийняли напрям обходу контуру L , за якого область тіла S залишається зліва (рис. 1).

Квазіортотропна площина на нескінченності розтягується напруженнями $\sigma_x^\infty = q$ і $\sigma_y^\infty = p$, а на краях отворів задано самозрівноважене навантаження

$$N^*(t) + iT^*(t) = p_*(t), \quad t \in L,$$

де $N^*(t)$ і $T^*(t)$ – нормальна і дотична компоненти вектора напружень відповідно.

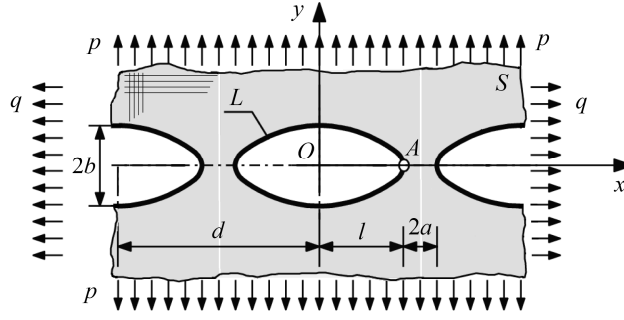


Рис. 1. Періодична система криволінійних отворів у квазіортотропній площині.

Fig. 1. Periodic system of curvilinear holes in quasi-orthotropic plane.

Задачу розв'язуватимемо методом СІР [9, 10]. Застосуємо метод суперпозиції, шукаючи комплексні потенціали напружень для квазіортотропного тіла у вигляді [16]

$$\Phi_1^*(z_1) = \Phi_1^0(z_1) + \Phi_1(z_1), \quad \Psi_1^*(z_1) = \Psi_1^0(z_1) + \Psi_1(z_1),$$

де

$$\Phi_1^0(z_1) = (p + \gamma^{-2}q)/4, \quad \Psi_1^0(z_1) = (p - \gamma^{-2}q)/2 + i\gamma^{-1}\tau$$

– задані функції, що описують однорідний напружено-деформований стан у суцільній квазіортотропній площині без отворів, а потенціали $\Phi_1(z_1)$ і $\Psi_1(z_1)$ визначають збурений напружений стан, зумовлений отворами. Тут $z_1 = x + i\gamma y$ – комплексна змінна, γ – параметр ортотропії, який за плоского напруженого стану має вигляд $\sqrt[4]{E_x/E_y}$ [12, 13].

Використовуючи аналогію між плоскими задачами теорії пружності для ізотропного та квазіортотропного тіл [12], візьмемо потенціали $\Phi_1(z_1)$ і $\Psi_1(z_1)$ для квазіортотропної площини з періодичною системою отворів у вигляді

$$\begin{aligned} \Phi_1(z_1) = \frac{1}{2d} \int_{L_1} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (t_1 - z_1) g_1'(t_1) dt_1, \quad \Psi_1(z_1) = \frac{1}{2d} \int_{L_1} \left\{ \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (t_1 - z_1) \overline{g_1'(t_1)} d\bar{t}_1 - \right. \\ \left. - \left[\operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (t_1 - z_1) + \frac{\pi}{d} (\bar{t}_1 - t_1 + z_1) \operatorname{csc}^2 \frac{\pi}{d} (t_1 - z_1) \right] g_1'(t_1) dt_1 \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут $g_1'(t_1)$ – шукана комплекснозначна неперервна функція на контурі L_1 у площині z_1 , що відповідає контуру L у площині z . Індекс “1” біля всіх комплексних величин вказує на їх пов'язаність з комплексною площиною $z_1 = x + i\gamma y$. Поклавши параметр $\gamma = 1$, отримуємо відповідні співвідношення (без індексу 1) для ізотропного матеріалу [16]. Між параметрами, зв'язаними з площинами z і z_1 , існують певні залежності, зокрема:

$$t_1 = \frac{1}{2}[(1 + \gamma)t + (1 - \gamma)\bar{t}], \quad \frac{dt_1}{dt} = \frac{1}{2} \left[(1 + \gamma) + (1 - \gamma) \frac{d\bar{t}}{dt} \right]. \quad (2)$$

Для визначення збуреного напруженого стану маємо крайову умову на контурі L :

$$N(t) + iT(t) = p(t) = p_*(t) - \left\{ \Phi_0(t) + \overline{\Phi_0(t)} + \frac{dt}{dt} \left[t \overline{\Phi_0'(t)} + \overline{\Psi_0(t)} \right] \right\}, \quad t \in L, \quad (3)$$

причому на нескінченності напруження зникають.

Нехай X_n і Y_n – декартові компоненти вектора напружень, що діють на криволинійному контурі L від зовнішньої нормалі n . Вони пов'язані з нормальною і дотичною компонентами напружень N і T залежністю [17]

$$X_n + iY_n = -i \frac{dt}{ds} (N + iT) = \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial y} - i \frac{\partial F}{\partial x} \right), \quad (4)$$

де s – дугова абсциса на контурі L , що відповідає точці $t = x + iy \in L$.

Використовуючи подання (3) і (4), знаходимо:

$$\left((i/\gamma)X_n - Y_n \right) \frac{ds}{dt_1} = \Phi_1(t_1) + \overline{\Phi_1(t_1)} + \frac{dt_1}{dt_1} \left(t_1 \overline{\Phi_1'(t_1)} + \overline{\Psi_1(t_1)} \right), \quad t_1 \in L_1.$$

Задовольняючи крайову умову (3) за допомогою потенціалів (1), зведемо сформульовану крайову задачу до СІР [10]

$$\frac{1}{\pi} \int_{L_1} \left[K_1(\tau_1, t_1) g_1'(\tau_1) d\tau_1 + L_1(\tau_1, t_1) \overline{g_1'(\tau_1)} d\overline{\tau_1} \right] - \frac{1}{2i} \frac{M_0}{(\overline{t_1})^2} \frac{d\overline{t_1}}{dt_1} + \frac{a_0}{l} \frac{ds_1}{dt_1} = \tilde{P}_1(t_1), \quad t_1 \in L_1 \quad (5)$$

для визначення невідомої функції $g_1'(t_1)$. До лівої частини рівняння (5) додано нульові (за умови самозрівноваженого навантаження на краю отвору) функціонали

$$M_0 = i \int_{L_1} \left[\overline{\tau_1} g_1'(\tau_1) d\tau_1 - \tau_1 \overline{g_1'(\tau_1)} d\overline{\tau_1} \right], \quad a_0 = \int_{L_1} g_1'(\tau_1) d\tau_1,$$

які забезпечують єдиний розв'язок для довільної правої частини $\tilde{P}_1(t_1)$ [16]. Тут враховано також, що початок координат $z = 0 \notin S$ розміщений всередині отвору, s_1 – дугова абсциса точки t_1 на контурі L_1 , а l – довільний параметр розмірності довжини.

Ядра і праву частину інтегрального рівняння (5) визначають формули

$$K_1(\tau_1, t_1) = \frac{\pi}{2d} \left[\operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (\tau_1 - t_1) + \frac{d\overline{t_1}}{dt_1} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (\overline{\tau_1} - \overline{t_1}) \right],$$

$$L_1(\tau_1, t_1) = \frac{\pi}{2d} \left[\left(1 - \frac{d\overline{t_1}}{dt_1} \right) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (\overline{\tau_1} - \overline{t_1}) - \frac{\pi}{d} \frac{d\overline{t_1}}{dt_1} (\tau_1 - t_1 + \overline{t_1} - \overline{\tau_1}) \operatorname{csc}^2 \frac{\pi}{d} (\overline{\tau_1} - \overline{t_1}) \right],$$

$$\tilde{P}_1(t_1) = \frac{1}{2\gamma} \left[(1 + \gamma) p(t) - (1 - \gamma) \overline{p(t)} \frac{d\overline{t}}{dt} \right] \frac{dt}{dt_1}.$$

Записавши параметричне рівняння контуру L у вигляді

$$\tau = l\omega(\xi), \quad \tau \in L, \quad 0 \leq \xi \leq 2\pi,$$

після відповідної заміни змінних ($t = l\omega(\eta)$) зведемо інтегральне рівняння (5) до безрозмірної канонічної форми:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left[M_1(\xi, \eta) u_1(\xi) + N_1(\xi, \eta) \overline{u_1(\xi)} \right] d\xi = \tilde{P}_1(\eta), \quad 0 \leq \eta \leq 2\pi, \quad (6)$$

де

$$M_1(\xi, \eta) = lK_1(l\omega_1(\xi), l\omega_1(\eta)) - \frac{\overline{\omega_1(\xi)} \overline{\omega_1'(\eta)}}{2\omega_1^2(\eta) \omega_1'(\eta)} + \frac{|\omega_1'(\eta)|}{\omega_1'(\eta)},$$

$$N_1(\xi, \eta) = lL_1(l\omega_1(\xi), l\omega_1(\eta)) + \frac{\omega_1(\xi) \overline{\omega_1'(\eta)}}{2\omega_1^2(\eta) \omega_1'(\eta)},$$

$$u_1(\xi) = g_1'(\omega_1(\xi)) \omega_1'(\xi) / p, \quad \tilde{P}_1(\eta) = \tilde{P}_1(\omega_1(\eta)) / p, \quad l\omega_1(\eta) = t_1.$$

Для гладких криволінійних отворів шукана 2π -періодична функція $u_1(\xi)$ неперервна, але у вершинах контуру з великою відносною кривиною вона має квазіособливості, що зумовлено зі значною концентрацією напружень. Тоді для поліпшення збіжності числового розв'язку інтегрального рівняння (6), коли контур L має k циклічно розміщених вершин, використовуємо нелінійне перетворення змінних [18]:

$$\xi = G(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq 2\pi, \quad \eta = G(\theta), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad (7)$$

де

$$G(\tau) = \tau - (1/k) \sin k\tau, \quad 0 \leq \tau \leq 2\pi.$$

Після заміни (7) в інтегральному рівнянні (6) отримуємо:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [M_1(\xi, \eta) u_1(\tau) + N_1(\xi, \eta) \overline{u_1(\tau)}] G'(\tau) d\tau = \tilde{P}_1(\theta), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad (8)$$

де

$$u_1(\tau) = u_1(G(\tau)), \quad \tilde{P}_1(\theta) = \tilde{P}_1(G(\theta)).$$

Розв'язуючи СІР (8) методом квадратур, прийдемо до системи лінійних алгебричних рівнянь [9, 10, 14, 16]

$$\frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{4n} [M_1(\xi_k, \eta_m) u_1(\tau_k) + N_1(\xi_k, \eta_m) \overline{u_1(\tau_k)}] G_1'(\tau_k) = \tilde{P}_1(\theta_m), \quad m = 1, \dots, 4n, \quad (9)$$

де квадратурні вузли та точки колокації

$$\begin{aligned} \xi_k &= G(\tau_k), \quad \tau_k = \pi(2k-1)/(4n), \quad k = 1, \dots, 4n, \\ \eta_m &= G(\theta_m), \quad \theta_m = \pi(m-1)/(2n), \quad m = 1, \dots, 4n \end{aligned}$$

внаслідок перетворення (7) згущуються біля вершин отвору.

Вважатимемо, що контур L має дві осі геометричної та силової симетрії, які збігаються з осями Ox і Oy . Тоді порядок системи алгебричних рівнянь (9) можна зменшити в чотири рази. Врахувавши відповідні умови подвійної симетрії [10] $u_1(2\pi - \xi) = \overline{u_1(\xi)}$, $u_1(\pi - \xi) = -\overline{u_1(\xi)}$ для шуканої функції $u_1(\xi)$, прийдемо до системи n комплексних лінійних алгебричних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{1}{n} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^n [M_1^*(\xi_k, \eta_m) u_1(\tau_k)] G_1'(\tau_k) = \tilde{P}_1(\theta_m), & m = 1, n+1 \\ \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n [M_1^*(\xi_k, \eta_m) u_1(\tau_k) + N_1^*(\xi_k, \eta_m) \overline{u_1(\tau_k)}] G_1'(\tau_k) = \tilde{P}_1(\theta_m), & m = 2, \dots, n, \end{cases} \quad (10)$$

для визначення n невідомих значень комплексних функцій $u_1(\tau_k)$, $k = 1, \dots, n$. Тут позначено:

$$\begin{aligned} M_1^*(\xi_k, \eta_m) &= M_1(\xi_k, \eta_m) - N_1(\pi - \xi_k, \eta_m) - M_1(\pi + \xi_k, \eta_m) + N_1(2\pi - \xi_k, \eta_m), \\ N_1^*(\xi_k, \eta_m) &= N_1(\xi_k, \eta_m) - M_1(\pi - \xi_k, \eta_m) - N_1(\pi + \xi_k, \eta_m) + M_1(2\pi - \xi_k, \eta_m). \end{aligned}$$

Після розв'язання рівнянь (10) визначаємо комплексні потенціали напружень (1) і (2), через які можна знайти напружено-деформований стан у всій пружній області. Нормальне напруження σ^s уздовж краю отвору виражаємо безпосередньо через знайдену функцію $u_1(\tau)$ [9, 10].

Періодична система еліптичних отворів. Розглянемо систему еліптичних отворів у пружній квазіізотропній площині, що розтягується на нескінченності

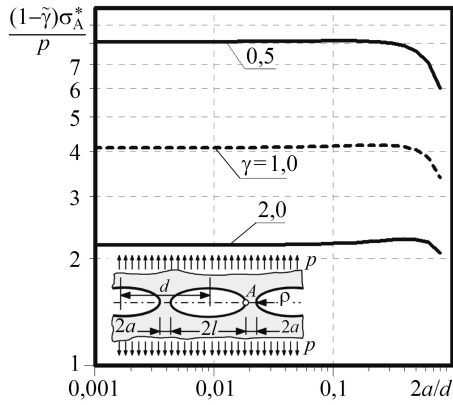


Рис. 2. Залежність функції $(1-\tilde{\gamma})\sigma_A^*/p$ у вершині еліптичних отворів у розтягненій пружній площині від параметра $2a/d$ ($\chi = 0,1$).

Fig. 2. Dependence of function $(1-\tilde{\gamma})\sigma_A^*/p$ at the tip of elliptical hole in a stretched elastic plane on parameter $2a/d$ ($\chi = 0.1$).

квазіортотропній площині для малих відносних віддалей між сусідніми отворами ($\tilde{\gamma} \rightarrow 1$) (рис. 2), можна здійснити граничний перехід до двобічного симетричного параболічного вирізу в квазіортотропній площині, яка на нескінченності розтягується силами $P = pd$ (рис. 3):

$$k_t = \frac{\sigma_S^*}{P/2a} = \lim_{\tilde{\gamma} \rightarrow 1} (1-\tilde{\gamma}) \frac{\sigma_A^*}{p}, \quad (11)$$

де σ_S^* – нормальне напруження у вершині такого вирізу.

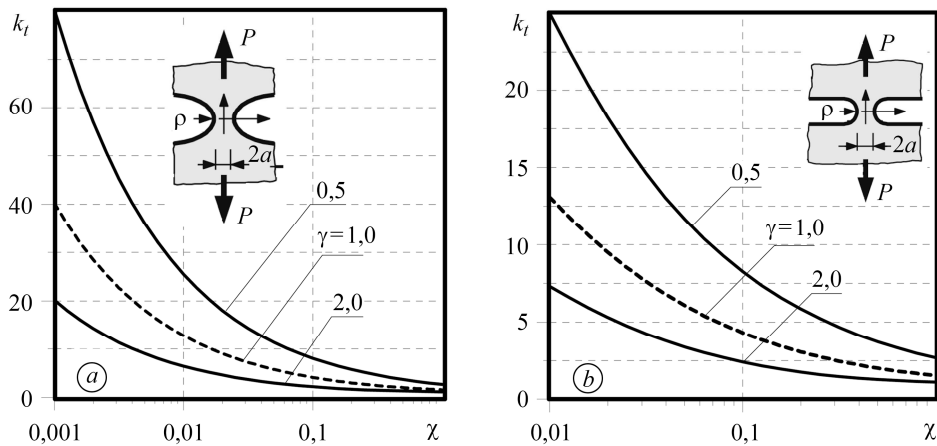


Рис. 3. Залежність ККН k_t у вершині двобічного параболічного (a) та U-подібного (b) вирізів від параметра $\chi = \rho/a$.

Fig. 3. Stress concentration factor k_t at the tip of bilateral parabolic (a) and U-shaped (b) notches with respect to parameter $\chi = \rho/a$.

напруженнями $\sigma_y^\infty = p$ у напрямі, перпендикулярному до лінії центрів отворів, контури яких вільні від навантаження ($\sigma_x^\infty = q = 0, p_*(t) = 0$). Півосі еліпса позначено через l і b . Введемо безрозмірні параметри: $\tilde{\gamma} = 2l/d$ – відношення більшої осі еліпса до ширини смуги періодів d ; $(1-\tilde{\gamma}) = 2a/d$ – відносна віддалі між отворами, де a – віддалі між вершинами сусідніх контурів; $\chi = \rho/a = \varepsilon\tilde{\gamma}/(1-\tilde{\gamma})$ – відношення радіуса кривини ρ до віддалі між контурами, де $\varepsilon = \rho/\ell$ – відносний радіус кривини у вершині отвору (рис. 1).

Числові результати для знаходження ККН біля вершин еліптичних отворів отримано методом СІР [10] для геометричних параметрів $0,001 \leq \chi \leq 1$ і $0,001 \leq 2a/d < 1$ за різних значень параметра ортотропії γ (рис. 2).

Отримавши ККН для періодичної системи еліптичних отворів у пружній

Коли напрям розтягу квазіортотропної площини збігається з напрямом осі більшого модуля пружності ($\gamma < 1$), ККН k_t у вершині параболічного вирізу більший, ніж в ізотропній площині ($\gamma = 1$) і навпаки (рис. 3).

Система фізичних щілин. Аналогічно отримуємо розв'язок задачі про концентрацію напружень у розтягненій квазіортотропній площині з періодичною системою фізичних щілин завдовжки $2l$ (контури яких утворюють два паралельні відрізки, з'єднані півколами радіуса ρ) (рис. 4).

Параметричне рівняння контуру L , подвійно симетричного відносно осей Ox та Oy , подамо у вигляді

$$t = l\omega(\xi) = l \begin{cases} \omega_0(\xi), & 0 \leq \xi < \pi/2, \\ -\overline{\omega_0(\pi - \xi)}, & \pi/2 \leq \xi < \pi, \\ -\omega_0(\xi - \pi), & \pi \leq \xi < 3\pi/2, \\ \overline{\omega_0(2\pi - \xi)}, & 3\pi/2 \leq \xi < 2\pi, \end{cases} \quad (12)$$

де функція $\omega_0(\xi)$ описує частину контуру L , яка лежить у четвертій чверті системи координат:

$$\omega_0(\xi) = \begin{cases} 1 - \varepsilon + \varepsilon(\cos c\xi - i \sin c\xi), & 0 \leq \xi < \pi/(2c), \\ \varepsilon c(\pi/2 - \xi) - i\varepsilon, & \pi/(2c) \leq \xi \leq \pi/2. \end{cases}$$

За допомогою граничного переходу, коли відносні віддалі між щілинами прямують до нуля, отримали ККН у вершинах двобічного U-подібного вирізу (рис. 3b).

Значення ККН k_t у вершині двобічного U-подібного вирізу в квазіортотропній площині досить близькі до таких для двобічного параболічного, коли параметр $0,01 \leq \chi \leq 1$ (див. рис. 3).

Система ромбічних отворів. Розглянемо задачу про концентрацію напружень у закруглених (дугами радіусом ρ) вершинах ромбічних отворів, періодично розміщених у розтягненій пружній квазіортотропній площині. Вважатимемо, що внутрішні кути ромба з вершинами на осі Ox рівні 2β ($0 \leq 2\beta \leq \pi$); $2l$ – проекція контуру отвору L на вісь Ox ; $2a$ – віддаль між вершинами сусідніх отворів.

За значенням ККН для закруглених вершин можна знайти ККН у відповідних гострих вершинах отворів [10]:

$$\tilde{K}_I^V = \frac{1}{R_I} \lim_{\rho \rightarrow 0} [(2\pi\rho)^{\lambda_1} \sigma_A^*], \quad (13)$$

де R_I – коефіцієнт впливу закруглення вирізу на напруження у вершині гострого кутового вирізу [10, 19]; λ_1 – показник особливості напружень. Для квазіортотропного матеріалу маємо [10]:

$$\lambda_1 = 1,247 \cos \tilde{\beta} - 1,312 \cos^2 \tilde{\beta} + 0,8532 \cos^3 \tilde{\beta} - 0,2882 \cos^4 \tilde{\beta},$$

де $\tilde{\beta} = \pi - \beta_1(\alpha)$, $\beta_1(\alpha) = \pi + \arctg(\gamma \tg \alpha)$, $\alpha = \pi - \beta$.

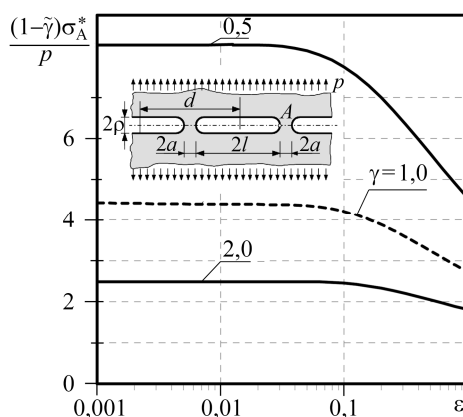


Рис. 4. Залежності функції $(1 - \tilde{\gamma})\sigma_A^*/p$ у вершинах фізичних щілин від відносного радіуса закруглення $\varepsilon = \rho/l$ ($\chi = 0,1$).

Fig. 4. Dependence of function $(1 - \tilde{\gamma})\sigma_A^*/p$ at the tip of narrow slots on relative curvature radius $\varepsilon = \rho/l$ ($\chi = 0.1$).

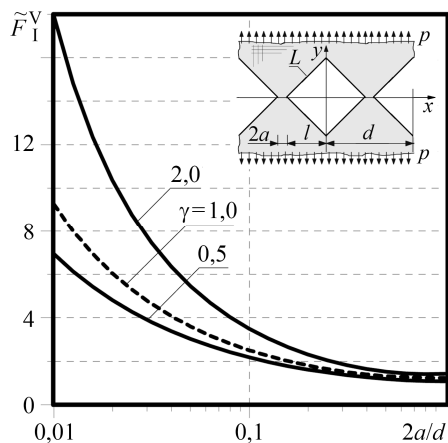


Рис. 5. Залежність безрозмірного КІН \tilde{F}_I^V у гострих вершинах квадратних отворів від відносної віддалі між ними $2a/d$.

Fig. 5. Dependence of dimensionless stress intensity factor \tilde{F}_I^V in sharp vertices of square holes on relative distance between them $2a/d$.

за допомогою граничного переходу, коли отвори наближаються один до одного, отримано КІН та ККН біля гострих та закруглених вершин двобічних вирізів у квазіортотропній площині. Досліджено вплив основного параметра ортотропії на напружений стан квазіортотропної площини зі симетричними отворами та вирізами.

РЕЗЮМЕ. Методом сингулярних інтегральних рівнянь изучена плоская периодическая задача теории упругости для квазиортотропной плоскости с бесконечным рядом близко расположенных криволинейных отверстий. При использовании единого подхода к решению задач концентрации напряжений у отверстий с острыми и закругленными вершинами получены коэффициенты интенсивности напряжений в острых вершинах отверстий. Предельным переходом найдено коэффициенты концентрации и интенсивности напряжений в закругленных и острых вершинах двусторонних параболических и U-образных вырезов.

SUMMARY. The method of singular integral equations to solve the periodic problem of elasticity theory for a quasi-orthotropic plane containing an infinite series of closely spaced curvilinear holes is considered. When using the unified approach to solving the problems of stress concentration at the sharp or rounded hole tips, the stress intensity factors at the sharp vertices of the holes are obtained. Using the limit transition, stress concentration and stress intensity factors in the rounded and sharp tips of bilateral parabolic and U-shaped notches are found.

1. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений. – М.: Мир, 1977. – 304 с.
2. Pilkey W. D. and Pilkey D. F. Peterson's Stress Concentration Factors. – New York: Wiley, 2008. – 570 p.
3. Neuber H. Kerbspannungslehre: Theorie der spannungskonzentration; genaue Berechnung der Festigkeit. – Berlin: Springer, 1985. – 326 s.
4. Космодамианский А. С. Распределение напряжений в изотропных многосвязных средах. – Донецк: ДонГУ, 1972. – 266 с.
5. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. – К.: Наук. думка, 1968. – 888 с.
6. Шерман Д. И. Весомая среда, ослабленная периодически расположенными отверстиями круговой и некруговой формы // Инж. журн. – 1961. – 1, № 1. – С. 92–103.

Цим методом отримали залежності безрозмірних КІН $\tilde{F}_I^V = \tilde{K}_I^V / (p(\pi l)^{\lambda_1})$ у гострих вершинах квадратних ($2\beta = \pi/2$) отворів від відносної віддалі між ними (рис. 5).

На відміну від ККН у закруглених вершинах вирізів (див. рис. 3) значення КІН біля гострої вершини квадратного отвору (рис. 5) в квазіортотропній площині більші, коли її розтягують вздовж осі ортотропії, для якої параметр $\gamma > 1$. Такий висновок впливає з визначення КІН (13), коли враховувати залежність коефіцієнта R_I від параметра ортотропії γ [10].

ВИСНОВКИ

Розглянуто плоску періодичну задачу для квазіортотропної площини з нескінченним рядом близько розміщених криволинійних отворів (фізичні щілини, еліптичні та ромбічні отвори). Знайдено КІН та ККН у гострих та закруглених вершинах отворів у квазіортотропній площині за одновісного розтягу. За до-

7. *Nisitani H.* On the tension of an infinite plate containing an infinite row of elliptic holes // *Bull. JSME.* – 1963. – **6**, № 24. – P. 635–638.
8. *Noda N.-A., Oda K., and Inoue T.* Analysis of newly-defined stress intensity factors for angular corners using singular integral equations of the body force method // *Int. J. Fract.* – 1996. – **76**. – P. 243–261.
9. *Саврук М. П., Казберук А.* Концентрація напружень у твердих тілах з вирізами // *Механіка руйнування та міцність матеріалів: Довідн. пос. / За заг. ред. В. В. Панасюка.* – Львів: Сполом, 2012. – **Т. 14**. – 384 с.
10. *Savruk M. P. and Kazberuk A.* *Stress Concentration at Notches.* – Cham (Switzerland): Springer, 2017. – 516 p.
11. *Hasebe N. and Sato M.* Stress analysis of quasi-orthotropic elastic plane // *Int. J. Solids Struct.* – 2013. – **50**. – P. 209–216.
12. *Саврук М. П., Чорненко А. Б.* Плоска задача теорії пружності для квазіортотропного тіла з тріщинами // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2015. – **51**, № 3. – С. 17–24.
(*Savruk M. P. and Chornenkyi A. B.* Plane problem of the theory of elasticity for a quasi-orthotropic body with cracks // *Materials Science.* – 2015. – **51**, № 3. – P. 311–321.)
13. *Kazberuk A., Savruk M. P., and Chornenkyi A. B.* Stress distribution at sharp and rounded V-notches in quasi-orthotropic plane // *Int. J. Solids Struct.* – 2016. – **85**. – P. 134–143.
14. *Саврук М. П., Казберук А., Чорненко А. Б.* Інтегральні рівняння плоскої задачі теорії пружності для багатозв'язного квазіортотропного тіла // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2016. – **52**, № 4. – С. 30–39.
(*Savruk M. P., Kazberuk A., and Chornenkyi A. B.* Integral equations of plane elasticity problem for a multiply connected quasi-orthotropic body // *Materials Science.* – 2016. – **52**, № 4. – P. 472–484.)
15. *Казберук А., Саврук М. П., Чорненко А. Б.* Концентрація напружень біля еліптичного отвору чи параболічного вирізу у квазіортотропній площині // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2016. – **52**, № 3. – С. 7–14.
(*Kazberuk A., Savruk M. P., and Chornenkyi A. B.* Stress concentration around an elliptic hole or a parabolic notch in quasi-orthotropic plane // *Materials Science.* – 2016. – **52**, № 3. – P. 1–10.)
16. *Саврук М. П.* *Двумерные задачи упругости для тел с трещинами.* – К.: Наук. думка, 1981. – 324 с.
17. *Мусхелишвили Н. И.* *Некоторые основные задачи математической теории упругости.* – М.: Наука, 1966. – 708 с.
18. *Sidi A.* A new variable transformation for numerical integration / Eds.: H. Brass, G. Hammerlin // *Numerical Integration IV.* – Basel: Birkhäuser, 1993. – **112**. – P. 359–373.
19. *Benthem J. P.* Stresses in the region of rounded corners // *Int. J. Solids Struct.* – 1987. – **23**, № 2. – P. 239–252.

Одержано 12.06.2018