УДК 622.692.4

ЗАЛИШКОВА МІЦНІСТЬ НАДЗЕМНОЇ ДІЛЯНКИ МАГІСТРАЛЬ-НОГО ТРУБОПРОВОДУ З КІЛЬЦЕВИМИ ТРІЩИНАМИ

А. Р. ДЗЮБИК¹, Л. В. ДЗЮБИК¹, Г. В. ПОХМУРСЬКА¹, І. А. ПРОКОПИШИН^{1, 2}

¹ Національний університет "Львівська політехніка";
² Львівський національний університет імені Івана Франка

Запропоновано методику оцінки показників крихкого та в'язкого руйнування для багатоопорних надземних ділянок трубопроводів з кільцевими півеліптичними тріщинами, яка враховує мембранні, глобальні моментні та залишкові зварювальні напруження. Для опису згину трубопроводу використано модель балки кусково-змінної жорсткості з урахуванням пружності, можливих зміщень опор та ґрунтових масивів.

Ключові слова: надземні переходи трубопроводів, кільцеві тріщини, крихке руйнування, в'язке руйнування.

Поширеними ушкодженнями магістральних трубопроводів є гострокінцеві поперечні дефекти в зоні зварних швів, які моделюють кільцевими тріщинами. Для підземних ділянок трубопроводів статична міцність у зоні таких дефектів залежить від рівня мембранних та залишкових напружень. На ділянках надземних переходів, влаштованих на опорах, виникає глобальний згин трубопроводу, який зумовлює додаткові моментні осьові напруження. Визначальним параметром крихкого руйнування для такого виду тріщин і навантаження є коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) для першої моди деформації – K_1 . Цей коефіцієнт для циліндричних оболонок з кільцевими тріщинами розраховують адитивно через осесиметричні осьові змінні за товщиною оболонки та глобальні моментні напруження, він добре вивчений і описаний у довідниках, настановах та стандартах [1–3]. Останні досягнення та перспективи оцінювання міцності та локального руйнування на основі концепції КІН викладено у працях [4, 5].

Показником в'язкого руйнування за одного типу навантаження ϵ його відношення до критичного значення, за якого розпочинається в'язке руйнування. Однак за комбінованого навантаження сукупний показник в'язкого руйнування не визначають адитивно через маргінальні показники [1, 3, 6]. Огляд методів оцінки показників в'язкого руйнування для циліндричних оболонок з кільцевими тріщинами та їх порівняння зроблено у працях [7, 8].

Раніше проаналізована [9] статична міцність підземних ділянок трубопроводів з кільцевими півеліптичними тріщинами під дією осьових напружень, зумовлених внутрішнім тиском, перепадами температури та залишковими зварними напруженнями. Вплив залишкових напружень на граничну рівновагу циліндричної оболонки з внутрішньою тріщиною довільної конфігурації в зоні зварного шва за критерієм критичного розкриття тріщини досліджено у праці [10]. Однак вплив напружень глобального згину на статичну міцність трубопроводів з кільцевими тріщинами вивчено недостатньо.

Контактна особа: А. Р. ДЗЮБИК, e-mail: dar.lviv@gmail.com

Нижче запропонована методика оцінки статичної міцності за критеріями крихкого та в'язкого руйнування прямолінійного багатоопорного надземного переходу магістрального нафтопроводу з кільцевими півеліптичними тріщинами. Для опису згину трубопроводу використано модель балки кусково-змінної жорсткості з урахуванням пружності та можливого зміщення опор та ґрунту. Для надземної ділянки з трьома опорами розраховано коефіцієнти запасу міцності за крихкого та в'язкого руйнування з урахуванням осьових та кільцевих мембранних напружень, залишкових напружень у зварному шві та глобальних моментних напружень.

Визначення напруженого стану надземного переходу магістрального трубопроводу. Розглянемо ділянку надземного переходу магістрального нафтопроводу, яка охоплює надземну ділянку та прилеглі підземні ділянки (рис. 1).



Рис. 1. Схема трубопроводу в зоні надземного переходу.

Fig. 1. Sheme of the pipeline in the aboveground transition zone.

Для опису статичної рівноваги трубопроводу використаємо модель балки кусково-сталої жорсткості з трьома ділянками: лівою підземною, надземною і правою підземною. Систему координат xOy розмістимо на початку надземної ділянки, вісь Ox направимо вздовж осі балки вправо, а вісь Oy – вниз.

Надземна ділянка довжиною l вільно лежить на пружних опорах, a_i , κ_i , z_i , $i = 1, ..., N_R$ – координати, кое-

фіцієнти податливості та початкові зміщення опор відповідно. Вона складається з частин $x \in [d_n, d_{n+1})$, $n = 1, 2, ..., N_D$, де серединний радіус труби r_n , її товщина t_n та модуль Юнга матеріалу E_n – сталі. Тому жорсткість трубопроводу на згин є кусково-сталою функцією координати x:

$$D(x) = D_n = \pi t_n r_n^3 E_n, \ x \in [d_n, d_{n+1}), \ n = 1, 2, ..., N_D.$$
(1)

У точках $x = c_k$, $k = 1, 2, ..., N_p$, на трубопровід діють зосереджені зусилля P_k , а на ділянках $[b_j, b_{j+1})$, $j = 1, ..., N_q$, розподілені навантаження сталої інтенсивності q_j . Зовнішнє навантаження зумовлює реакції опор R_i , $i = 1, ..., N_R$, які прикладені у точках з координатами a_i .

Прогин надземної ділянки w(x) задовольняє диференціальне рівняння [11]

$$\left(D(x)w''(x)\right)'' = q(x), \ x \in (0,l),$$
(2)

де зовнішнє навантаження визначаємо так:

$$q(x) = \sum_{i=1}^{N_R} R_i \delta(x - a_i) + \sum_{k=1}^{N_P} P_k \delta(x - c_k) + \sum_{j=1}^{N_q} q_j \left[\theta(x - b_j) - \theta(x - b_{j+1}) \right], \quad (3)$$

 $\delta(x)$ – дельта-функція Дірака, $\theta(x) = (0, x < 0) \lor (1, x \ge 0)$ – функція Гевісайда.

З урахуванням пружності та можливого попереднього вертикального зміщення опор умови контакту балки з опорами матимуть вигляд

$$v(a_i) = -\kappa_i R_i + z_i, \quad i = 1, 2, ..., N_R.$$
(4)

Згинний момент та перерізувальну силу в балці визначаємо за формулами

$$M(x) = -D(x)w''(x), \quad Q(x) = M'(x).$$
(5)

Методом функцій Коші [11] загальний розв'язок рівняння (2) подамо у вигляді [12]

$$w(x) = w_0 + \theta_0 x + M_0 \frac{\partial}{\partial \alpha} K(x,0) + Q_0 K(x,0) + w^*(x,0), \qquad (6)$$

де
$$K(x,\alpha) = \int_{\alpha}^{x} \frac{(x-s)(s-\alpha)}{D(s)} ds$$
 – функція Коші, w_0 , θ_0 , M_0 , Q_0 – параметри,
 $w^*(x) = \sum_{i=1}^{N_R} R_i \theta(x-a_i) K(x,a_i) + \sum_{k=1}^{N_P} P_k \theta(x-c_k) K(x,c_k) + \sum_{j=1}^{N_q} q_j H_j(x),$
 $H_j(x) = \int_{b_j}^{\varphi_j(x)} K(x,t) dt, \quad \varphi_j(x) = \begin{cases} b_j, & x < b_j \\ x, & b_j \le x < b_{j+1}, \\ b_{j+1}, & b_{j+1} \le x \end{cases}$
(7)

Враховуючи, що жорсткість балки на згин (1) є кусково-сталою функцією, аналітичні вирази для прогину w(x) та його похідних записуємо аналогічно [12].

Прогини балки w_1 і w_2 на підземних ділянках $x \in (-\infty, 0)$ та $x \in (l, \infty)$ задовольняють диференціальне рівняння

$$(D_m^0 w_m'')'' = k_m (f_m - w_m) + q_m^0, \ m = 1, 2,$$
(8)

де D_m^0 – жорсткість відповідної ділянки трубопроводу на згин, q_m^0 – зовнішнє навантаження на підземні ділянки; $k_m = 2k_g(r_m^0 + t_m^0)$ – приведений коефіцієнт жорсткості основи, k_g – коефіцієнт жорсткості грунту, $f_1(x) = \alpha_1 x + \delta_1$, $f_2(x) = \alpha_2(x-l) + \delta_2$ – форма осьової лінії після зсуву грунту. Загальні вирази для цих прогинів мають вигляд:

$$w_{1}(x) = A_{1}e^{\beta_{1}x}\sin\beta_{1}x + A_{2}e^{\beta_{1}x}\cos\beta_{1}x + f_{1}(x) + q_{1}^{0}/k_{1}, \qquad (9)$$

$$w_2(x') = B_1 e^{-\beta_2 x'} \sin \beta_2 x' + B_2 e^{-\beta_2 x'} \cos \beta_2 x' + f_2(x') + q_2^0 / k_2, \qquad (10)$$

де $\beta_i^4 = k_i / 4D_i^0$; x' = x - l; A_1 , A_2 , B_1 , B_2 – невідомі сталі.

Формули для кутів повороту, моментів та перерізувальних сил на підземних ділянках отримаємо диференціюванням виразів (9), (10).

Загалом маємо вісім невідомих сталих w_0 , θ_0 , M_0 , Q_0 , A_1 , A_2 , B_1 , B_2 та N_R невідомих реакцій R_i , $i = 1, N_R$. Для їх знаходження використовуємо умови рівності переміщень, кутів повороту, моментів та перерізувальних сил у точках з'єднання ділянок, а також умови контакту балки з опорами (4).

Осьові напруження, зумовлені згином труби, розраховуємо за формулою

$$\sigma^b = My / (\pi t r_n^3) \,. \tag{11}$$

Досліджували ділянку трубопроводу довжиною l = 74,5 m, який лежить на трьох опорах з координатами: $a_1 = 19,8$ m, $a_2 = 39,93$ m, $a_3 = 60,2$ m (рис. 1). Зовнішній діаметр труби $2r_o = 529$ mm, внутрішній – $2r_i = 513$ mm, товщина t = 8 mm. Матеріал – сталь 14ХГС з параметрами: густина $\rho_s = 7850$ kg/m³, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,3$, границя плинності $\sigma_Y = 400$ MPa, критичне значення КІН $K_{IC} = 93$ MPa, коефіцієнт температурного розширення $\alpha_t = 1,58 \cdot 10^{-5} \circ \text{C}^{-1}$. Продукт – нафта, $\rho_0 = 895 \text{ kg/m}^3$, тиск у трубо-проводі p = 5,0 МРа, можливий перепад температури $\Delta t = -20^\circ \text{C}$.

Параметри ґрунту (суглинок): густина $\rho_g = 2750 \text{ kg/m}^3$; коефіцієнт жорсткості $k_g = 10 \text{ MPa/m}$; висота насипу над підземною частиною трубопроводу $H_g = 1,2 \text{ m}$; коефіцієнт податливості опор $\kappa = 0,1 \text{ m/MN}$.

У трубопроводі виникають мембранні осьові напруження, зумовлені перепадом температури та внутрішнім тиском [13]:

$$\sigma_0^x = \sigma_0^{\Delta t} + \sigma_0^p, \ \sigma_0^{\Delta t} = -\alpha_T \ \Delta t \ E \ , \ \sigma_0^p = \mu \ p \ r_i \ / t \ , \tag{12}$$

мембранні кільцеві напруження від внутрішнього тиску

$$\sigma_0^c = p r_i / t \,, \tag{13}$$

а також осьові напруження від глобального згину (11), максимальні значення яких досягаються на верхній та нижній твірних труби:

$$\sigma_0^b = \pm M \,/(\pi t \, r^2) \,. \tag{14}$$

На рис. 2 показано розподіл осьових напружень у стінці труби вздовж верхньої твірної.



Мембранні напруження становлять: $\sigma_0^{\Delta t} = 63,2$ MPa, $\sigma_0^p = 47,6$ MPa. Максимуми моментних напружень глобального згину σ_0^b досягаються на опорах та на підземних ділянках недалеко від їх початку. Максимальне розтягувальне напруження σ_0^b виникає над першою опорою і дорівнює $\sigma_0^b = 57,0$ MPa. Воно становить близько третини сумарних напружень.

Оцінка параметрів крихкого та в'язкого руйнування в області кільцевих півеліптичних тріщин трубопроводів. На міцність та довговічність розглянутої наземної ділянки трубопроводу суттєво впливають гострокінцеві поверхневі поперечні дефекти, які зазвичай схематизують півеліптичними тріщинами (рис. 3).

Додатково позначимо: c, a – півдовжина та глибина тріщини; θ – кут розкриття тріщини, $\theta = c/r_i$ – для внутрішньої тріщини, $\theta = c/r_o$ – для зовнішньої; u – локальна координата вглиб тріщини по центру від поверхні труби; φ – еліптичний кут, $\varphi = \pi/2$ – у центрі фронту тріщини, $\varphi = 0$ – на краю. Припустимо, що тріщина розміщена у центрі шва у верхній або нижній частині труби, де напруження від глобального згину (11) – максимальні, а по нормалі до неї, окрім осьових напружень (12) та (14), діють залишкові напруження від зварювання, які усереднюємо за шириною шва:

$$\sigma^r\left(u\right) = \sigma_0^r + \sigma_1^r \frac{u}{t} + \sigma_2^r \left(\frac{u}{t}\right)^2.$$

(15)



Рис. 3. Переріз труби з кільцевими півеліптичними тріщинами.

Fig. 3. The tube cross-section with circumferential semi-elliptical cracks.

За результатами праць [9, 14, 15] для внутрішньої тріщини знайшли: $\sigma_0^r = 44$ MPa, $\sigma_1^r = -60$ MPa, $\sigma_2^r = -36$ MPa.

Коефіцієнт інтенсивності напружень виражаємо через складові осьового напруження в області тріщини так [1, 2]:

$$K_1(\varphi) = \left[G_0(\varphi) \left(\sigma_0^x + \sigma_0^r \right) + G_1(\varphi) \sigma_1^r \left(\frac{a}{t} \right) + G_2(\varphi) \sigma_2^r \left(\frac{a}{t} \right)^2 + G_b(\varphi) \sigma_0^b \right] \sqrt{\frac{\pi a}{Q}}, \quad (16)$$

де $G_i(\phi) = G_i(\phi, \mathbf{g})$ – коефіцієнти впливу, які залежать від геометричних параметрів тріщини та труби \mathbf{g} ; $Q = 1, 0+1, 464(a/c)^{1,65}$ при $c/a \ge 1$.

Максимум коефіцієнта інтенсивності при $c/a \ge 2$ досягається на фронті тріщини в центрі ($\phi = \pi/2$), тому далі розглядатимемо лише цю точку.

Як показник міцності за крихкого руйнування для такого виду тріщин і навантаження використовують нормований КІН [13]:

$$K_r = K_{\rm I} / K_{\rm IC} \,, \tag{17}$$

а коефіцієнт запасу визначають як обернену величину:

$$n_r = 1/K_r \,. \tag{18}$$

3 урахуванням формули (16) нормований КІН подамо як суму:

$$K_r = K_r^x + K_r^b + K_r^r, (19)$$

де складова K_r^x відповідає осьовому розтягу, K_r^b – глобальному згину, K_r^r – залишковим напруженням.

Для оцінки показників в'язкого руйнування використано результати [6], рекомендовані у настанові [3]. У ній критичні значення осьового зусилля, внутрішнього тиску та глобального моменту визначені з умови текучості Мізеса у поперечному перерізі труби з тріщиною.

Припускаємо, що залишкові напруження повністю релаксують до початку пластичної нестійкості. Означимо безрозмірні напруження:

$$\sigma^{x} = \sigma_{0}^{x} / \sigma_{Y} = \sigma^{\Delta t} + \sigma^{p}, \ \sigma^{\Delta t} = \sigma_{0}^{\Delta t} / \sigma_{Y}, \ \sigma^{p} = \sigma_{0}^{p} / \sigma_{Y},$$
(20)

$$\sigma^c = \sigma_0^c / \sigma_Y, \ \sigma^b = \sigma_0^b / \sigma_Y.$$
(21)

Нехай F_e , p_e , M_e – критичні значення осьової сили, внутрішнього тиску та згинного моменту. Введемо відповідні їм безрозмірні осьове, кільцеве та моментне критичні напруження:

$$\sigma_e^x = \frac{F_e}{2\pi t R_m \sigma_Y}, \ \sigma_e^c = \frac{R_i \ p_e}{t \sigma_Y}, \ \sigma_e^b = \frac{M_e}{\pi t R_m^2 \sigma_Y}.$$
(22)

Тоді для відповідних маргінальних показників в'язкого руйнування знайдемо:

$$L_r^x = \frac{F}{F_e} = \frac{\sigma^x}{\sigma_e^x}, \quad L_r^p = \frac{p}{p_e} = \frac{\sigma^c}{\sigma_e^c}, \quad L_r^b = \frac{M}{M_e} = \frac{\sigma^b}{\sigma_e^b}.$$
 (23)

На основі результатів [6] для тріщин у зоні розтягу ($\beta + \theta \le \pi$) отримаємо:

$$\sigma_e^b = \frac{2}{\pi} \bigg[s_{12} \sin\left(\beta\right) - s_1 \frac{a}{t} \sin\theta \bigg], \qquad (24)$$

де

$$\beta = \frac{\pi s_1}{s_{12}} \left(1 - \frac{\theta}{\pi} \frac{a}{t} - \frac{\sigma_e^x}{s_1} \right), \quad s_{12} = \sqrt{4 - 3(\sigma_e^c)^2}, \quad s_1 = (\sigma_e^c + s_{12})/2.$$
(25)

Рівності (24), (25) у координатах $X = \sigma^x$, $Y = \sigma^c$, $Z = \sigma^b$ визначають критичну поверхню в'язкого руйнування:

$$\sigma_e^b = Z(\sigma_e^x, \sigma_e^c) \,. \tag{26}$$

Оскільки точка (σ^x , σ^c , σ^b) визначає напружений стан у зоні тріщини, то загальний коефіцієнт запасу міцності – це множник пропорційності d_r , за якого точка ($d_r \sigma^x$, $d_r \sigma^c$, $d_r \sigma^b$) належатиме критичній поверхні. Тому на основі виразу (26) рівняння для знаходження d_r матимуть вигляд

$$d_r \sigma^b = Z(d_r \sigma^x, d_r \sigma^c).$$
⁽²⁷⁾

Аналогічно можна означити маргінальні показники за окремими чинниками, коли інші – фіксовані. Наприклад, якщо фіксованими є осьове напруження та внутрішній тиск, то для коефіцієнта запасу за глобальним моментом d_r^b отримаємо рівняння

$$d_r^b \sigma^b = Z(\sigma^x, \sigma^c).$$
⁽²⁸⁾

Якщо вважати фіксованими σ^p та σ^c , а змінювати пропорційно $\sigma^{\Delta t}$ та σ^b , то для визначення коефіцієнта запасу d_r^* отримаємо:

$$d_r^* \sigma^b = Z(d_r^* \sigma^{\Delta t} + \sigma^p, \sigma^c).$$
⁽²⁹⁾

Розраховували для трубопроводу діаметром 529 mm і тріщини глибиною a = 0,0048 m.

Показано (рис. 4) залежність показника ушкодженості за крихкого руйнування та його складових (19) від відносної довжини тріщини c/a. Для зовнішньої тріщини значення K_r є менші, оскільки залишкові напруження від зварювання на зовнішній поверхні труби є стискувальними. Вклад у величину K_r напружень від глобального згину σ^b становить 30%.

Визначальні співвідношення в'язкого руйнування (24), (25) для внутрішньої та зовнішньої тріщин відрізняються лише значенням кута θ. Тому розглянемо результати для внутрішньої тріщини, для зовнішньої вони є подібними.



Рис. 4. Залежність показника K_r та його складових від відносної довжини внутрішньої тріщини: $I - K_r^r$, $2 - K_r^b$, $3 - K_r^x$, 4 - сумарний K_r , 5 - сумарний K_r для повної кільцевої тріщини сталої глибини, 6 - сумарний K_r для зовнішньої тріщини.

Fig. 4. Dependence of index K_r and its components on the relative length

of the internal crack: $I - K_r^r$, $2 - K_r^b$, $3 - K_r^x$, $4 - \text{total } K_r$, $5 - \text{total } K_r$ for the complete circumferential constant-depth crack, $6 - \text{total } K_r$ for the external crack.

Рис. 5. Критичні криві в'язкого руйнування за фіксованого внутрішнього тиску для різних довжин внутрішньої тріщини: *1 – с/а –* 1; *2 –* 16; *3 –* 64.

Fig. 5. Critical ductile fracture curves for the fixed internal pressure for different internal crack lengths: 1 - c/a - 1; 2 - 16; 3 - 64.

Загальний коефіцієнт запасу за в'язкого руйнування d_r знаходимо з рівняння (27), зокрема, для тріщини довжиною c/a = 64 отримали $d_r = 2,11$. Якщо знехтувати напруженнями σ^b , тоді він збільшується на 20% – $d_r = 2,55$.

На рис. 5 показані межі в'язкого руйнування за фіксованого значення внутрішнього тиску у трубопроводі для різних довжин внутрішньої тріщини. Точка А ($\sigma^x = 0, 28, \sigma^b = 0, 14$) відображає досягнутий напружений стан.

Для тріщини довжиною c/a = 64 точка В відповідає критичному значенню моментного напруження $\sigma_e^b = 0,72$, коли інші складові напруженого стану фіксовані. Коефіцієнт запасу d_r^b визначаємо з рівняння (28): $d_r^b = 5,25$. Критичному стану за пропорційного збільшення напружень $\sigma^{\Delta t}$ та σ^b відповідає точка C, з рівняння (29) знаходимо $d_r^* = 2,71$.

Показана (рис. 6) залежність загальних коефіцієнтів запасу за крихкого та в'язкого руйнування від відносної довжини внутрішньої тріщини.

Коефіцієнт запасу за крихкого руйнування n_r знижується зі збільшенням довжини тріщини і асимптотично наближається до значення коефіцієнта запасу для повної кільцевої тріщини сталої глибини. Залежність коефіцієнта запасу за в'язкого руйнування d_r від довжини тріщини близька до лінійної. Для коротких тріщин з c/a < 4,5 він є меншим, ніж коефіцієнт запасу за крихкого руйнування, а при $c/a \ge 4,5$ визначальним є крихке руйнування.



висновки

Аналіз напруженого стану надземного переходу магістрального нафтопроводу з трьома опорами показав, що глобальні моментні напруження досягають максимуму на опорах та в центральній частині між ними. Їхній внесок у сумарні осьові напруження становить близько третини.

Враховуючи комбіноване навантаження ділянок трубопроводу з кільцевими тріщини, за показник міцності за в'язкого руйнування доцільно брати загальний коефіцієнт запасу – коефіцієнт пропорційності, який переносить точку комбінованого напруженого стану у точку на критичній поверхні. Для стрес-тестування цікавими є також маргінальні показники за окремими чинниками.

Розроблена методика оцінки статичної міцності трубопроводів з кільцевими тріщинами за глобальних моментних напружень дає можливість розглядати складні задачі для багатоопорних ділянок трубопроводів з урахуванням пружності та зміщень опор, зсувів ґрунту та додаткових силових навантажень.

РЕЗЮМЕ. Предложена методика оценки показателей хрупкого и вязкого разрушения для многоопорных надземных участков трубопроводов с кольцевыми полуэллиптическими трещинами, учитывающая мембранные, глобальные моментные и остаточные сварочные напряжения. Для описания изгиба трубопровода использована модель балки кусочно-постоянной жесткости с учетом упругости и возможного перемещения опор и грунтовых массивов.

SUMMARY. The method of the brittle and ductile fracture indicators evaluation is proposed for the aboveground multi-support sections of the pipelines with circumferential semielliptical cracks, which takes into account the membrane, global moment and residual welding stresses. To describe the pipeline bending, the model of the beam with piecewise rigidity is used, taking into account the elasticity and possible displacements of the supports and soil massif.

- Zahoor A. Ductile Fracture Handbook. Gaithersburg: Novotech. Cop & EPRI, Res. Proj. 1757-69, 1990.
- Fitness-for-Service. American Petroleum Institute. Recommended Practice 579. Washington, 2000. – 625 p.
- FITNET Fitness-for-Service (FFS) Annex / Eds. M. Koçak, I. Hadley, S. Szavai, Y. Tkach, N. Taylor. – Geesthacht: GKSS Research Center, 2008.
- Дмитрах I. М. Фізико-хімічна механіка руйнування тіл з тріщинами: досягнення та перспективи // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2010. – 46, № 2. – С. 31–41.
 (Dmytrakh I. M. Physicochemical fracture mechanics of bodies with cracks: achievements and prospects // Materials Science. – 2010. – 46, № 2. – Р. 166–176.)
- 5. *Метод* оцінювання роботоздатності та ризику руйнування елементів конструкцій з тріщиноподібними дефектами / В. В. Панасюк, І. М. Дмитрах, Л. Тот, О. Л. Білий, А. М. Сиротюк // Фіз.-хім. механіка матеріалів. 2013. **49**, № 5. С. 10–20.

(A method for the assessment of the serviceability and fracture hazard for structural elements with crack-like defects / V. V. Panasyuk, I. M. Dmytrakh, L. Toth, O. L. Bilyi, A. M. Syrotyuk // Materials Science. -2014. -49, $N \ge 5. -P. 565-576.$)

- 6. Lei Y. and Budden P. J. Limit load solutions for thin-walled cylinders with circumferential cracks under combined internal pressure, axial tension and bending // J. Strain Analysis. 2004. **39**, № 6. P. 673–683.
- Eren S. E., Hadley I., and Nikbin K. Differences in the assessment of plastic collapse in BS 7910:2005 and R6/FITNET FFS PROCEDURES, PVP2011-57255 // Proc. of the ASME 2011 Pressure Vessels and Piping Division Conf. (Baltimore, 17–21 July, 2011). – New York: ASME, 2011. – P. 1–28.
- 8. Орыняк И. В., Агеев С. М. Расчет ссылочных напряжений для поперечных дефектов сложной формы в трубах // Проблемы прочности. 2011. № 6. С. 117–135. (Orynyak I. V. and Ageev S. M. Calculation of reference stresses for circumferential irregular-shaped defects in pipes // Strength of Materials. 2011. **43**, № 6. Р. 673–686.)
- 9. Осадчук В. А., Банахевич Ю. В. Оцінка допустимості дефектів типу кільцевих тріщин в зоні зварних монтажних швів магістральних трубопроводів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2010. 53, № 2. С. 37–45.

(*Osadchuk V. A. and Banakhevych Yu. V.* Estimation of the admissibility of circular-crack-type defects in the zone of welded field joints of main pipelines // J. of Math. Sci. -2011. -178, No 4. -P. 409–420.)

 Дзюбик А. Р., Николишин Т. М., Пороховський Ю. В. Вплив залишкових напружень на граничну рівновагу трубопроводу з внутрішньою тріщиною довільної конфігурації // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2016. – 52, № 1. – С. 83–90.

(*Dzyubyk A. R., Nykolyshyn T. M., and Porokhovs'kyi Yu. V.* Influence of residual stresses on the limit equilibrium of a pipeline with internal crack of arbitrary configuration // Materials Science. -2016. -52, $N_{\rm D} 1. - P. 89-98.$)

- 11. Гащук П., Зорій Л.-М. Лінійні моделі дискретно-неперервних механічних систем. Львів: Українські технології, 1999. 372 с.
- 12. Дзюбик Л., Кузьо І., Прокопишин І. Статична рівновага балки змінної жорсткості на пружних опорах з попереднім зміщенням // Машинознавство. 2009. № 11. С. 27–30.
- ДСТУ-Н Б В.2.3-21:2008. Магістральні трубопроводи. Настанова. Визначення залишкової міцності магістральних трубопроводів з дефектами. – К.: Мінрегіонбуд України, 2008. – 61 с.
- Осадчук В. А., Банахевич Ю. В., Іванчук О. О. Визначення напруженого стану магістральних трубопроводів в зоні кільцевих зварних швів // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2006. – 42, № 2. – С. 99–104.

(*Osadchuk V. A., Banakhevych Yu. V., and Ivanchuk O. O.* Determination of the stressed state of main pipelines in the zones of circular welds // Materials Science. -2006. -42, No 2. -P. 256-262.)

15. Осадчук В. А., Цимбалюк Л. І., Дзюбик А. Р. Визначення тривісного розподілу залишкових напружень в зварних з'єднаннях елементів конструкцій прямолінійними швами і оцінка їх впливу на міцність з'єднань за наявності дефектів типу тріщин // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2011. – 54, № 1. – С. 101–10940.

(*Osadchuk V. A., Tsymbalyuk L. I., and Dzyubyk A. R.* Determination of the triaxial distribution of residual stresses in welded joints of structural elements with rectilinear seams and estimation of their influence on joint strength in the presence of crack-type defects // J. of Math. Sci. – 2012. – **183**, Nº 2. – P. 150–161.)

Одержано 23.07.2018