

ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК БАЛОК З МАГНЕТОРЕОЛОГІЧНИМИ ПРОШАРКАМИ

Б. М. ДІВЕСВ¹, О. З. ГОРБАЙ¹, І. Б. БУТИТЕР², Г. Т. ЧЕРЧИК³

¹ Національний університет "Львівська політехніка";

² Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів;

³ Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Проаналізовано динамічні характеристики шаруватих пластин, що складаються з жорстких зовнішніх шарів і внутрішніх з магнетореологічними (МР) властивостями. Оцінено вплив магнетного поля на частоту і коефіцієнт втрат для різних МР шарів і зовнішніх жорстких шарів матеріалів. Застосована уточнена теоретична модель враховує деформації кожного шару, в тому числі деформації поперечного зсуву та поперечну нормальну, а також нелінійні зміни переміщень по товщині пластини.

Ключові слова: магнетореологічні матеріали, шаруваті пластини, вібрація, уточнена теорія, демпфування.

Вступ. Шаруваті композитні тонкостінні елементи з керованими властивостями все частіше застосовують у конструкціях сучасних об'єктів. Порівняно з ізотропними металевими одношаровими пластинами та оболонками вони володіють поліпшеними властивостями, через що ефективніші у використанні. Вібрації в шаруватих пластинах контролюють магнетореологічними віскоеластомерами (МРВЕ). Тому тут важливо прогнозувати динамічні характеристики таких елементів, зокрема розсіювання енергії (демпфування), контрольоване прикладеним магнетним полем.

Аналіз досліджень. МРВЕ звичайно складаються зі силіконової гуми і розподілених пропорційно карбонатних часток заліза. Вони поєднують такі динамічні характеристики магнетореологічної рідини і гнучкого еластичного полімеру, як контрольована жорсткість і частотно залежне демпфування, які можуть змінюватися за мілісекунди зі зміною магнетного поля. Магнетореологічні (МР) матеріали, що різко змінюють свої властивості, вперше досліджували в працях [1, 2]. Виявили, що під час прикладання магнетного поля міняються як жорсткісні, так і демпфувальні властивості. Механічні характеристики композитів, що складаються з ферочастинок у полімерній матриці, аналізували в праці [3]. Зосередили увагу також на застосуванні таких матеріалів і їх МР властивостях [4–8].

Для визначення характеристик шаруватих структур з МР шарами застосовували, як правило, класичні моделі. Досліджували [4] тришарові конструкції (сандвічі) з внутрішнім магнетним шаром, вживаючи і аналітичні методи, і метод скінченних елементів (МСЕ) [5–7].

Для знаходження характеристик шаруватих композицій користуються різними числовими схемами, які тісно корелюють з відомими числовими моделями визначення динаміки композитних шаруватих пластин. Порівняльний аналіз теорій шаруватих елементів за різних умов навантаження наведено в працях [9]. Для дослідження динаміки тонкостінних елементів все частіше залучають теорії висо-

кого порядку. Тут найважливіше визначити демпфувальні властивості елементів конструкцій, зокрема тонкостінних шаруватих, які використовують в аерокосмічній техніці, машинобудуванні та будівництві. Нижче вжито адаптивний алгоритм на основі узагальнених кінематичних апроксимацій і класичний метод Гальоркіна для системи рівнянь лінійної теорії пружності [10–16].

Розрахункова модель згину шаруватих балок. Розглянемо такі кінематичні апроксимації довжини L і товщини $2H_p$ (рис. 1) тришарової балки:

$$U_s^e - \begin{cases} u_s^e = \sum_{i,k} u_{iks}^e z^{(2i-1)} \Phi_k(x) / L, \\ w_s^e = \sum_{i,k} w_{iks}^e z^{(2i-2)} \gamma_k(x) / L, \end{cases} \quad (1)$$

де u, w – тангенціальні і нормальні переміщення шарів відповідно; $u_{ik}^e, w_{ik}^e, u_{ik}^d, w_{ik}^d$ – невідомі величини, а $\Phi_k(x), \gamma_k(x)$ – відомі координатні функції, що залежать від граничних умов на краях балки. Вважаємо, що матеріал шарів анізотропний з коефіцієнтами жорсткості, які відповідають закону Гука:

$$\sigma_{xx} = C_{xx} \varepsilon_{xx} + C_{xz} \varepsilon_{zz}, \quad \sigma_{zz} = C_{zx} \varepsilon_{xx} + C_{zz} \varepsilon_{zz}, \quad \tau_{xz} = G_{xz} \gamma_{xz}. \quad (2)$$

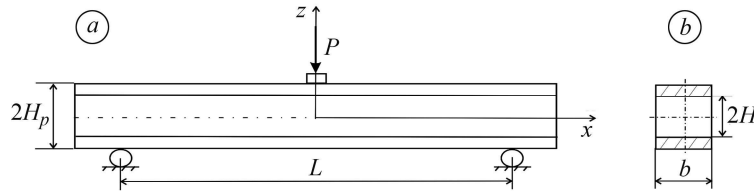


Рис. 1. Схема навантаження (а) і перетин тришарової балки (b).

Fig. 1. Loading scheme (a) and cross-section of a three-layered beam (b).

За плоского згину коефіцієнти жорсткості матеріалу балки можна виразити через технічні константи:

$$C_{xx} = \frac{E_1}{1 - \nu^2 E_2 / E_1}, \quad C_{zz} = \frac{E_2}{1 - \nu^2 E_2 / E_1}, \quad C_{xz} = \frac{\nu E_1}{1 - \nu^2 E_2 / E_1}, \quad G_{xz} = G. \quad (3)$$

Підставивши кінематичні апроксимації (1) і співвідношення (2), (3) у варіаційне рівняння Гамільтона–Остроградського

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\int_V (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{zz} \delta \varepsilon_{zz} + \tau_{xz} \delta \varepsilon_{xz} - \rho \frac{\partial u}{\partial t} \delta \frac{\partial u}{\partial t} - \rho \frac{\partial w}{\partial t} \delta \frac{\partial w}{\partial t}) dV + \int_{S_K} k U \delta U dS - \int_{S_P} P \delta U dS \right) dt = 0, \quad (4)$$

з використанням методу Гальоркіна для гармонійних коливань

$$u_{ik}^e = \bar{u}_{ik}^e e^{i\omega t}, \quad w_{ik}^e = \bar{w}_{ik}^e e^{i\omega t}, \quad u_{ik}^d = \bar{u}_{ik}^d e^{i\omega t}, \quad w_{ik}^d = \bar{w}_{ik}^d e^{i\omega t}$$

отримуємо систему лінійних алгебричних рівнянь для обчислення амплітуд переміщень:

$$-\omega^2 [M] \bar{U} + i\omega [C] \bar{U} + [K] \bar{U} = \bar{p}. \quad (5)$$

Тут ε_{ii} – поздовжні деформації; γ_{ij} – деформації зсуву; σ_{ii}, τ_{ij} – нормальні і дотичні напруження; V – об'єм балки; S_K, S_P – поверхні пружного защемлення та з відомими зусиллями; \bar{U}, \bar{p} – вектори амплітуд переміщень і зовнішніх зусиль; k – жор-

сткість затиску (основа Вінклера); $[M]$, $[C]$ – матриці мас та в'язкопружного демпфування; $[K]$ – матриця жорсткості; ω – частота коливань.

Використовуючи матрицю жорсткості системи рівнянь (5), встановимо за відомою формулою [14, 15] динаміку демпфування шаруватої балки для неоднорідних матеріалів:

$$\eta = \frac{\eta_1 [q_1]^T [K_1] [q_1] + \eta_2 [q_2]^T [K_2] [q_2] + \dots + \eta_N [q_N]^T [K_N] [q_N]}{[q]^T [K] [q]} . \quad (6)$$

Тут $[K_i]$ – компоненти матриці жорсткості для i -го прошарку; η_i – рівень демпфування в i -му прошарку; $|q|$ – вектор розв'язку; T – індекс транспонування. Вважаємо, що матриця демпфування пропорційна матриці жорсткості $C_i = \eta_i [K_i]$.

Верифікація моделі. Порівняємо модель (1)–(5) з МСЕ (використовуємо пакет АРМ WinMachin). Використовуючи вирази (1)–(5), оцінимо коливання сталевий смуги завдовжки $L = 0,3$ м та завтовшки $H = 0,01$ м. Отримані значення (див. таблицю) близькі до одержаних МСЕ, але вищі частоти трохи менші. Це викликано тим, що в МСЕ розглядають плоскі елементи. Точних результатів можна досягнути, взявши об'ємні елементи, як у праці [15], і достатньо подрібнивши розбиття.

Власні частоти за різних апроксимацій

МСЕ	$N_z = 1,$ $N_x = 7$	$N_z = 2,$ $N_x = 7$	$N_z = 3,$ $N_x = 7$	$N_z = 2,$ $N_x = 11$	$N_z = 3,$ $N_x = 17$
91,365	94,18	92,64	92,64	91,11	91,11
575,65	586,97	570,88	570,88	570,88	566,89
1629,15	1626,63	1586,21	1586,21	1579,53	1579,53
3196,13	3161,74	3077,13	3077,13	3058,49	3058,49
				4988,10	4976,21

Починаючи з апроксимації $N_z = 2, N_x = 7$, ці частоти міняються незначно. Для вільно опертої балки МСЕ дає такі значення власних частот (Hz): 267,45; 2337,0; 6513,8; 12787,0, а знайдені аналітично: 251,96; 2265,19; 6106,77; 11484,43.

Числові приклади. Розглянемо тришарову балку з внутрішнім МР шаром (ядром). Тут модулі пружності внутрішнього шару змінюються зі зміною магнетного поля, що діє на нього. Комплексний модуль зсуву ядра сандвіча

$$G_c = G^I + iG^{II}, \quad (7)$$

де G^I і G^{II} – дійсна та уявна частини модуля зсуву. Можлива й інша форма запису виразу (7):

$$G_c(\omega, B) = G_0(\omega, B)(1 + i\eta(\omega, B)), \quad (8)$$

де $G_0(\omega, B)$ і $\eta(\omega, B)$ – дійсна частина модуля і коефіцієнти втрат за в'язкопружного демпфування.

На рис. 2 подані залежності модуля зсуву (дійсна і уявна частини) і коефіцієнта втрат внутрішнього магнетного шару від частоти коливань і напруженості магнетного поля.

Модулі для кривих 1 взято з праці [5]:

$$G^I = -0,0143B^2 + 250,71B + 987714, \quad G^{II} = -0,005B^2 + 90,39B + 338970, \quad (9)$$

для кривих 2 – з [6]

$$G^I = -3,7434B^2 + 4543,2B + 950000, \quad G^{II} = -B^2 + 900B + 209500, \quad (10)$$

а для кривих 3 – з [7]

$$G^I = -3,37B^2 + 4997B + 873000, \quad G^{II} = -0,9B^2 + 812,4B + 185500. \quad (11)$$

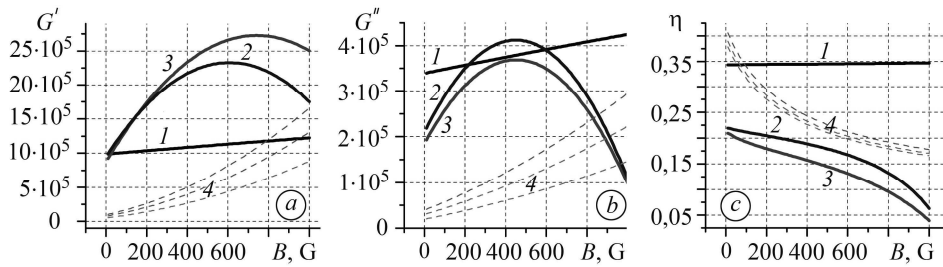


Рис. 2. Зміна дійсної G^I (a) та уявної G^{II} (b) частин і демпфування (c) комплексного модуля зсуву МР шару залежно від напруженості магнетного поля: 1–4 – модулі, отримані відповідно за формулами (9)–(12); штрихові лінії – матеріал MRF 132DG за частот 1 Hz; 100; 300 Hz.

Fig. 2. Variations in the real G^I (a), imaginary parts G^{II} (b) and damping (c) of the complex shear modulus of the magneto-rheological (MR) layer by magnetic flux density: 1 – the moduli, obtained by Eqs. (9)–(12); dashed line – material MRF 132DG at frequencies 1 Hz; 100; 300 Hz.

Подано (рис. 3) залежність амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) і демпфування консольно закріпленої балки-сандвіча від напруженості магнетного поля. Довжина балки $L = 300$ mm, товщина всіх шарів 1 mm. Зовнішні шари з алюмінію, $E = 70$ GPa.

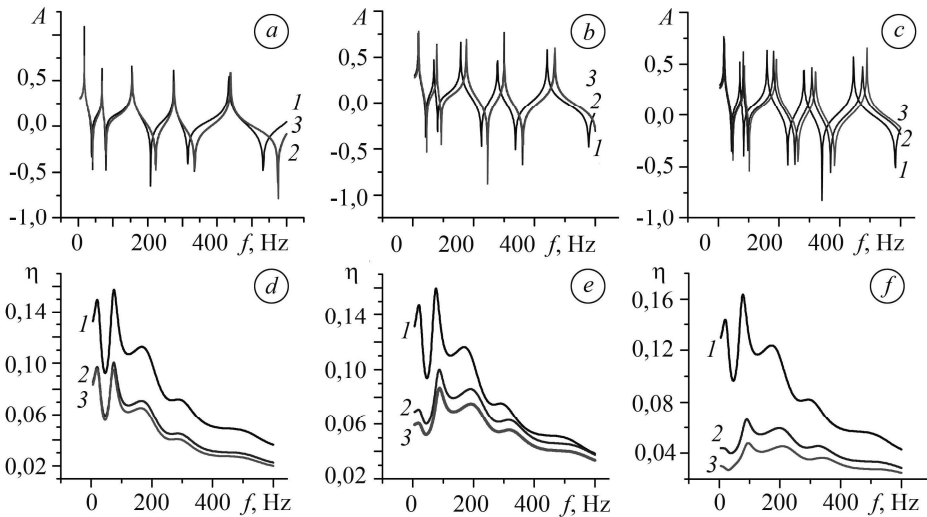


Рис. 3. АЧХ сандвіча (a–c) та залежність демпфування в ньому (d–f) від напруженості магнетного поля (a, d – $B = 0$; b, e – 250 G; c, f – 800 G): 1–3 – модулі, отримані за формулами (9)–(11).

Fig. 3. Sandwich frequency response function (FRF) (a–c) and sandwich damping (d–f) by magnetic flux density: (a, d – $B = 0$; b, e – 250 G; c, f – 800 G): 1 – 3 – the moduli, obtained by Eqs. (9)–(11).

Відомі [8] дещо складніші залежності модулів МР прошарку з матеріалу MRF 132DG не тільки від напруженості магнетного поля, але й від частоти:

$$G = (a_0 + a_1 B + a_2 B^2)(1 - e^{-a_3 \omega}) , \quad (12)$$

де для модулів G^I і G^{II} – $a_0 = 192\,160,6$ і $45\,524,40$; $a_1 = 30\,663,56$ і $6757,977$; $a_2 = 243,6247$ і $6,441\,200$; $a_3 = 0,004\,080$ і $0,007\,416$, відповідно.

Далі дослідимо консольно затиснуту балку з алюмінієвими, мідними та композитними обкладинками (рис. 4). Для міді $E = 95$ GPa, $\rho = 8900$ kg/m³, а для композиту $C_{xx} = 5400$; $C_{zz} = 750$ МПа; $G = 200$ МПа; $C_{xz} = 372$ МПа; $\rho = 2400$ kg/m³.

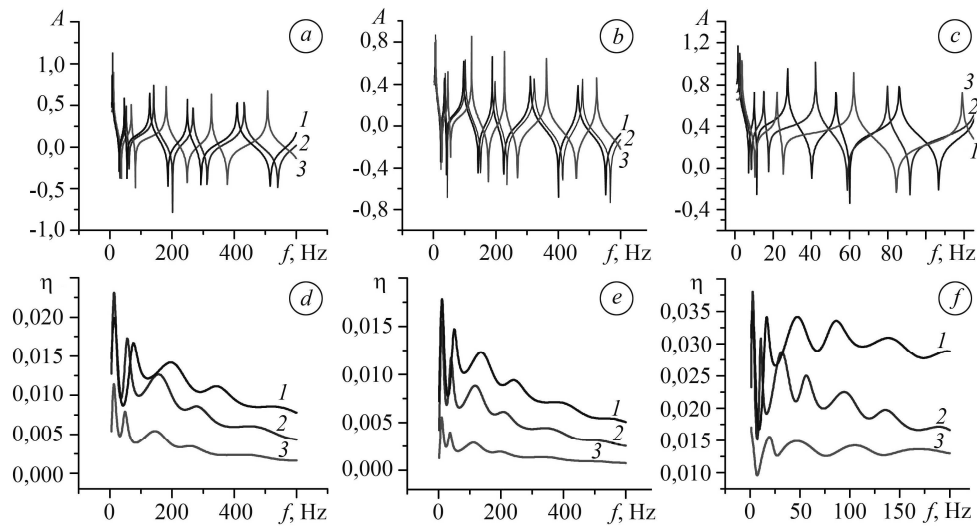


Рис. 4. АЧХ (а-с) та демпфування сандвіча (d-f) з алюмінієвими (а, d), мідними (b, e) та композитними (с, f) обкладками залежно від напруженості магнетного поля: 1 – $B = 0$; 2 – $B = 250$ G; 3 – $B = 800$ G. (1-3 – модулі, отримані за формулами (9)–(11)).

Fig. 4. Sandwich FRF (a-c) and damping (d-f) for aluminum (a, d), copper (b, e) and composite (c, f): face layers by magnetic flux density: (a, d – $B = 0$; b, e – 250 G; c, f – 800 G). (1-3 – the moduli, obtained by Eqs. (9)–(11)).

Дослідимо п'ятишарову балку (рис. 5) з товщиною внутрішнього жорсткого шару $h_1 = 1$ mm, двох симетрично розташованих МР $h_2 = 1$ mm та обкладки $h_3 = 0,5$ mm. Матеріал жорстких шарів – композит, матеріал МР шарів – MRF 132DG. Балка завдовжки 300 mm вільно оперта.

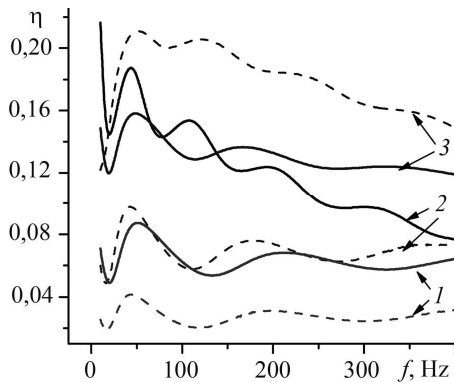


Рис. 5. Залежність демпфування у три- та п'ятишаровій балці за напруженості магнетного поля: 1 – $B = 10$ G; 2 – 75 G; 3 – 150 G; суцільні лінії – тришарова балка; штрихові – п'ятишарова.

Fig. 5. Dependence of damping in the three- and five-layered beam on the magnetic flux density: 1 – $B = 10$ G; 2 – 75 G; 3 – 150 G; solid lines – three-layered beam; dashed – five-layered.

ВИСНОВКИ

За уточненими розрахунковими схемами визначено вплив магнетного поля в шаруватій балці на її частотний спектр і демпфування. Досліджено консольну і вільно оперту балки з різними МР матеріалами жорстких шарів: алюміній, мідь, композит. Якісний характер АЧХ і демпфування балок подібний для всіх матеріалів обкладок. Розглянуто чотири типи МР матеріалів: три – з частотно незалежними параметрами, четвертий – зі залежними від частоти і напруженості магнетного поля модулями. Матеріал типу 1 найменш жорсткий і має найбільше демпфування, особливо за вищих частот. Матеріали 2 і 3 подібні за властивостями і володіють близькими динамічними характеристиками для всіх типів балок з різними жорсткими шарами. Порівняно динамічні характеристики три- і п'ятишарової балок за малих магнетних полів. Виявлено, що п'ятишарова балка має дещо більше демпфування (за інтенсивності магнетного поля 150 G), ніж тришарова з подібним розподілом матеріалів (сумарна товщина МР шарів і жорстких однакова).

РЕЗЮМЕ. Проаналізовано динамічні характеристики пластин, состоящих из жестких внешних слоев и внутренних с магнито-реологическими (МР) свойствами. Оценено влияние магнитного поля на частоту и коэффициент потерь для разных МР слоев и внешних жестких слоев материалов. Предложенная уточненная теоретическая модель включает деформацию каждого слоя, в том числе деформации поперечного сдвига и поперечную нормальную, а также нелинейные изменения перемещений по толщине пластины.

SUMMARY. The dynamic characteristics of the layered plates consisting of rigid outer layers and inner layers with magneto-rheological (MR) properties are analyzed. The magnetic field influence on the frequency and the loss factor for various MR layers and outer layers is evaluated. The proposed refined theoretical model includes the deformation of each layer and takes into account the effects of deformation of the transverse shear, transverse normal deformation, and nonlinear displacement changes with respect to the plate thickness.

1. *Rabinow J.* Magnetic fluid torque and force transmitting device // US Patent 2575360. – 1951.
2. *Shiga T., Okada A., and Kurauchi T.* Magnetoviscoelastic behavior of composite gels // *J. Appl. Polym. Sci.* – 1995. – **58**. – P. 787–792.
3. *The magnetoviscoelastic response of elastomer composites consisting of ferrous particles embedded in a polymer matrix / M. R. Jolly, J. D. Carlson, B. C. Munoz, and A. Bullions // J. Intell. Mater. Syst. Struct.* – 1996. – **7** – P. 613–722.
4. *Zhou G. Y. and Wang Q.* Study on the adjustable rigidity of magnetorheological-elastomer-based sandwich beams // *Smart Mater. Struct.* – 2006. – **15**. – P. 59–74.
5. *Ramesh Babu V. and Vasudevan R.* Dynamic analysis of tapered laminated composite magnetorheological elastomer (MRE) sandwich plates // *Smart Mater. Struct.* – 2016. – **25**. – P. 035006 (19 p.).
6. *Rajamohan V., Rakheja S., and Sedaghati R.* Vibration analysis of a multi-layer beam containing magnetorheological fluid // *Smart Mater. Struct.* – 2010. – **19**. – P. 015013 (12 p.).
7. *Manoharan R., Vasudevan R., and Jeevanantham A. K.* Dynamic characterization of a laminated composite magnetorheological fluid sandwich plate // *Smart Mater. Struct.* – 2014. – **23**. – P. 025022 (16 p.).
8. *Eshaghi M., Rakheja S., and Sedaghati R.* An accurate technique for pre-yield characterization of MR fluids // *Smart Mater. Struct.* – 2015. – **24**. – P. 065018 (13 p.).
9. *Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites / M. Potier-Ferry, El M. Daya, and H. Hu, S. Belouettar // Comp. Struct.* – 2008. – **84**. – P. 282–292.
10. *Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites / H. Hu, S. Belouettar, M. Potier-Ferry, and El M. Daya // Comp. Struct.* – 2008. – **84**. – P. 282–292.
11. *Diveyev B. M. and Nykolyshyn M. M.* Refined numerical schemes for a stressed-strained state of structural joints of layered elements // *J. Math. Sci.* – 2011. – **107**. – P. 3666–3670.
12. *Diveyev B., Butyter I., and Shcherbyna N.* High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 1. Theoretical approach // *Mech. of Comp. Mat.* – 2008. – **44**, № 1. – P. 25–36.
13. *Diveyev B., Butyter I., and Shcherbyna N.* High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 2. Theoretical-experimental approach // *Mech. of Comp. Mat.* – 2008. – **44**, № 2. – P. 139–144.
14. *Визначення модулів пружності шаруватих балок на основі експериментальних досліджень та розрахункових моделей / Б. М. Дівеєв, І. С. Когут, І. Б. Бутитер, Г. Т. Черчик // Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2012. – **48**, № 3. – С. 24–30.
(*Determination of the elastic moduli of layered beams based on the results of experimental investigations and numerical models / B. M. Diveev, I. S. Kohut, I. B. Butyter, H. T. Cherchuk // Materials Science.* – 2012. – **48**, № 3. – P. 281–288.)
15. *Визначення розсіяння енергії в шаруватих балках за вібраційного навантаження / Б. М. Дівеєв, І. С. Когут, І. Б. Бутитер, Г. Т. Черчик // Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2016. – **52**, № 6. – С. 41–48.
(*Diveyev B. M., Kohut I. S., Butyter I. B., and Cherchuk H. T.* Determination of energy dissipation in layered beams under vibratory loads // *Materials Science.* – 2017. – **52**, № 6. – P. 786–794.)
16. *Diveyev B., Konyk S., and Malcolm C. J.* Dynamic properties and damping predictions for laminated plates: High order theories // *Timoshenko beam. J. of Sound and Vibration.* – 2018. – **413**. – P. 173–190.

Одержано 12.09.2018