## НАПРЯЖЁННОЕ СОСТОЯНИЕ СТЫКОВОГО СВАРНОГО СОЕДИНЕНИЯ С УЧЁТОМ СМЕЩЕНИЯ ЦЕНТРОВ ИНЕРЦИИ

А. В. МОЛТАСОВ

Институт электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины, Киев

Установлены математические выражения, которые описывают изменение напряжений растяжения и изгиба в зонах их концентрации как по контуру, так и по глубине сварного соединения в виде кусочно-непрерывных функций. Получены аналитические зависимости для определения суммарных напряжений от осевой нагрузки и изгибающего момента на лицевой и корневой сторонах сварного шва с учётом их концентрации. Для стыкового сварного соединения с односторонним усилением и заданными размерами сравнены эпюры суммарных напряжений без и с учётом их концентрации. Выявлено, что вследствие концентрации напряжения перераспределяются таким образом, что на лицевой стороне максимальное их значение возрастает на 19%, а на корневой – уменьшается на 13% от номинального.

**Ключевые слова:** стыковое сварное соединение, одностороннее усиление, концентрация напряжений, гипотеза ломаных сечений, эксцентриситет.

Вступление. Напряжённое состояние вблизи одностороннего выступа различными методами и подходами механики деформируемого твёрдого тела исследовали ранее [1–3], однако, не учитывали изгибные напряжения, вызванные эксцентриситетом приложения растягивающей нагрузки по отношению к центрам инерции сечений на участке с выступом. Эти напряжения в тонколистовых сварных соединениях с односторонним усилением значительно повышают суммарные в корневой части сварного шва и снижают в лицевой [4, 5].

Напряжения в корневой части сварного шва определяли [5] по формуле

$$\sigma_r = P \frac{\delta + 8e}{\left(\delta + 2e\right)^2},\tag{1}$$

где *P* – растягивающая нагрузка, действующая на единицу ширины сварного соединения; δ – толщина основного металла; *e* – эксцентриситет приложения растягивающей нагрузки, а на лицевой – из выражения

$$\sigma_f = P \frac{\delta - 4e}{\left(\delta + 2e\right)^2} \,. \tag{2}$$

Отметим, что формулы (1) и (2) не учитывают вторичную концентрацию напряжений, связанную с геометрией зоны перехода шва на основной металл [6]. При исследовании напряжённого состояния соединений внахлёст обоснована [7] необходимость комплексного учёта влияния на него эксцентриситета приложения осевой нагрузки и концентрации напряжений. Для стыкового сварного соединения с односторонним усилением следует ожидать, что повышение напряжений на поверхности галтелей лицевого усиления для выполнения условий равновесия в соответствующих сечениях должно быть компенсировано некоторым их снижением в корневой части сварного соединения. Поэтому актуально разработать новый комплексный подход к изучению закономерностей распределения напряжений в зонах концентрации стыкового сварного соединения.

Контактная особа: А. В. МОЛТАСОВ, e-mail: moltasov@gmail.com

Цель настоящего исследования – разработать аналитический метод описания напряжённого состояния в зонах концентрации напряжений при растяжении стыкового сварного соединения с учётом геометрии зоны перехода шва на основной металл и эксцентриситета приложения нагрузки.

Метод испытаний. Он основан на гипотезе ломаных сечений [8]. Суть подобных способов – определить условия равновесия действующих в ломаном сечении напряжений с внешними силовыми факторами, приложенными к детали или элементу конструкции сложной конфигурации [9]. С их помощью можно описать [10] напряжённое состояние в зонах концентрации напряжений при совместном действии растягивающей нагрузки и изгибающего момента.

Результаты и их обсуждение. Геометрическую форму галтели и выпуклой части усиления опишем в виде дуг соприкасающихся окружностей (рис. 1). Через точку A, находящуюся на контуре галтели, проведём ломаное сечение ABC, при этом участок AB разместим нормально к контуру на глубину  $a_0$ , а участок BC – перпендикулярно линии действия нагрузки (рис. 2). Через точку  $A_1$ , следуя этому правилу, проведём ломаное сечение  $A_1B_1C_1$  таким образом, чтобы продолжения отрезков AB и  $A_1B_1$  образовывали бесконечно малый угол  $\Delta\alpha_1$ .



Рис. 1. Геометрические параметры идеализированной модели стыкового сварного соединения с односторонним усилением.

Fig. 1. Geometrical parameters of the idealized model of a butt weld with a one-sided convexity.

Предположим, что вследствие деформации сечение  $A_1B_1C_1$  осталось неподвижным, а *ABC* заняло положение, указанное пунктиром (рис. 2*a*), при этом волокно *KF*, находящееся на расстоянии *u* от центра инерции сечения, удлинится на величину *KN*, в результате чего в нём возникнет нормальное напряжение растяжения:

$$\sigma_u^T = \frac{KN \cdot E}{KF} = \frac{KN \cdot E}{(r + a_{e1} - u) \cdot \tan \Delta \alpha_1} = \frac{KN \cdot E}{(r + a_{e1} - u) \cdot \Delta \alpha_1},$$
(3)

где *r* – радиус перехода шва на основной металл.

Геометрическая характеристика ломаного сечения

$$u_{e1} = \frac{\delta - 2y_1 + 2r(1 - \cos \alpha_1)}{2\cos \alpha_1},$$
(4)

где член  $y_1$  учитывает расстояние между осью приложения нагрузки и центрами инерции сечений. Если отрезок *AB* пересекает линию центров инерции на её вогнутом участке, то

$$y_{1} = \frac{\left(\frac{\delta}{2} + r\right) \cdot \tan^{2} \alpha_{1} + 2r - \sqrt{4r^{2} - \delta \cdot (2r + \delta) \cdot \tan^{2} \alpha_{1}}}{4 + \tan^{2} \alpha_{1}}, \qquad (5)$$

а если на выпуклом, то

$$y_{1} = \frac{2h - 2R + \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \cdot \tan^{2} \alpha_{1} - \frac{g}{2} \tan \alpha_{1}}{4 + \tan^{2} \alpha_{1}} + \frac{\sqrt{4R^{2} - g^{2} + 2g \cdot (R + \delta - h + 2r) \cdot \tan \alpha_{1}}}{4 + \tan^{2} \alpha_{1}} + \dots$$
(6)  
$$\dots + \frac{\overline{[2R(h - \delta - r) - (\delta - h)^{2} + 4r(h - \delta - r)] \cdot \tan^{2} \alpha_{1}}}{4 + \tan^{2} \alpha_{1}},$$

где *h* и *g* – высота и ширина усиления соответственно; *R* – радиус выпуклой части усиления [11]





Fig. 2. Translational displacement of a broken section under tension (*a*) and its turning (*b*) in a bended butt weld.

В то же время волокно QS, находящееся на расстоянии v от центра инерции сечения, удлинится на величину ST, в результате чего в нём возникнет нормальное напряжение растяжения:

$$\sigma_{v}^{T} = \frac{ST \cdot E}{QS} = \frac{KN \cdot \cos \alpha_{1} \cdot E}{(r+a_{0}) \cdot \cos \alpha_{1} \cdot \tan \Delta \alpha_{1}} = \frac{KN \cdot E}{(r+a_{0}) \cdot \Delta \alpha_{1}}.$$
(8)

Условие равновесия для соединения единичной толщины имеет вид

$$P = \int_{a_{e1}-a_0}^{a_{e1}} \sigma_u^T du \cdot \cos \alpha_1 + \int_{-y_B+y_0}^{0/2+y_0} \sigma_v^T dv , \qquad (9)$$

57

$$y_B = \frac{\delta}{2} + r \cdot (1 - \cos \alpha_1) - a_0 \cdot \cos \alpha_1.$$
<sup>(10)</sup>

где

Параметр  $y_0$  также учитывает расстояние между осью приложения нагрузки и центрами инерции сечений. Если отрезок *BC* пересекает линию центров инерции на её вогнутом участке, то

$$y_0 = \frac{1}{2} \left( r - \sqrt{r^2 - (r + a_0)^2 \cdot \sin^2 \alpha_1} \right), \tag{11}$$

а если на выпуклом, то

$$y_0 = \frac{1}{2} \left( h - R + \sqrt{R^2 - \left(\frac{g}{2} - (r + a_0)\sin\alpha_1\right)^2} \right).$$
(12)

Подставляя выражения (3) и (8) в условие равновесия (9), после интегрирования получим:

$$\frac{P}{T_0} = \frac{KN \cdot E}{\Delta \alpha_1} \,, \tag{13}$$

где  $T_0$  – геометрическая характеристика ломаного сечения при растяжении, которая изменяется от сечения к сечению по закону

$$T_0 = \cos \alpha_1 \cdot \ln \frac{r + a_0}{r} + \frac{\delta + 2y_B}{2(r + a_0)}.$$
 (14)

Подставив тождество (13) в выражение (3) и положив в нём  $u = a_{e1}$ , найдем напряжение от растягивающей нагрузки на лицевом участке соединения

$$\sigma_f^T = \frac{P}{r \cdot T_0},\tag{15}$$

а подставив его в выражение (8) – на корневом:

$$\sigma_r^T = \frac{P}{(r+a_0) \cdot T_0} \,. \tag{16}$$

Эти формулы справедливы, когда  $a_0 \le a_{e1}$ . Если же это условие не выполняется, то в выражениях (8)–(10) следует положить  $a_0 = a_{e1}$ , а в выражении (9) –  $y_0 = y_1$ , тогда нижние пределы в обоих интегралах (9) обращаются в нуль и характеристику  $T_0$  следует заменить на

$$T_1 = \cos \alpha_1 \cdot \ln \frac{r + a_{e1}}{r} + \frac{\delta + 2y_1}{2(r + a_{e1})}.$$
 (17)

Тогда напряжения от растягивающей нагрузки соответственно на обоих участках сварного соединения определим так:

$$\sigma_f^T = \frac{P}{r \cdot T_1} \tag{18}$$

И

$$\sigma_r^T = \frac{P}{(r+a_{e1}) \cdot T_1} \,. \tag{19}$$

Изгибающий момент [5], действующий на участке с односторонним выступом стыкового сварного соединения,

$$M = P \cdot e_1, \tag{20}$$

где  $e_1$  – эксцентриситет приложения растягивающей нагрузки на вогнутом участке, который согласно принятой геометрической модели (см. рис. 1) изменяется по закону

$$e_1 = \frac{r(1 - \cos \alpha_1)}{2}.$$
 (21)

Предположим, что вследствие изгиба сечение  $A_1B_1C_1$  осталось неподвижным, а *ABC* повернулось на малый угол  $\Delta \gamma$  и заняло положение, указанное пунктиром (рис. 2*b*). При этом волокно *KF*, находящееся на расстоянии *u* от центра инерции сечения, удлинится на величину *KN*, в результате чего в нём возникнет нормальное напряжение растяжения

$$\sigma_u^B = \frac{KN \cdot E}{KF} = \frac{\frac{y_B - y_0}{\cos \alpha_1} \tan \Delta \gamma + (u - a_{e1} + a_0) \cdot \tan \Delta \gamma}{(r + a_{e1} - u) \cdot \tan \Delta \alpha_1} = \frac{\left(\frac{y_B - y_0}{\cos \alpha_1} + u - a_{e1} + a_0\right) \Delta \gamma \cdot E}{(r + a_{e1} - u) \cdot \Delta \alpha_1}.$$
(22)

Волокно QS, находящееся на расстоянии v от центра инерции сечения, укоротится на величину ST и в нём возникнет нормальное напряжение сжатия

$$\sigma_{v}^{B} = \frac{v \cdot \Delta \gamma \cdot E}{(r+a_{0}) \cdot \Delta \alpha_{1} \cdot \cos \alpha_{1}}.$$
(23)

Условие равновесия для соединения единичной толщины имеет вид

$$M = \int_{a_{e1}-a_0}^{a_{e1}} \sigma_u^B \cdot \left(\frac{y_B - y_0}{\cos \alpha_1} + u - a_{e1} + a_0\right) du + \int_{-y_B + y_0}^{\delta/2 + y_0} \sigma_v^B \cdot v dv.$$
(24)

Подставляя выражения (22) и (23) в условие равновесия (24), после интегрирования получим:

$$\frac{M}{B_0} = \frac{\Delta \gamma \cdot E}{\Delta \alpha_1} \,, \tag{25}$$

где  $B_0$  – геометрическая характеристика ломаного сечения при изгибе, которая изменяется от сечения к сечению по закону

$$B_{0} = \frac{(y_{B} - y_{0} - (a_{e1} - a_{0})\cos\alpha_{1})^{2}}{\cos^{2}\alpha_{1}} \cdot \ln\frac{r + a_{0}}{r} + (r + a_{e1})^{2}\ln\frac{r + a_{0}}{r} - a_{0}(r + 2a_{e1}) + \frac{a_{0}^{2}}{2} + \frac{2(y_{B} - y_{0} - (a_{e1} - a_{0})\cos\alpha_{1})}{\cos\alpha_{1}} \cdot \left[(r + a_{e1})\ln\frac{r + a_{0}}{r} - a_{0}\right] + (26) + \frac{(y_{B} - y_{0})^{3} + \left(\frac{\delta}{2} + y_{0}\right)^{3}}{3(r + a_{0})\cos\alpha_{1}}.$$

Подставив тождество (25) в выражение (23) и положив в нём  $u = a_{e1}$ , получим напряжение от изгиба на лицевом участке соединения:

$$\sigma_f^B = \frac{M\left(\frac{y_B - y_0}{\cos\alpha_1} + a_0\right)}{r \cdot B_0},\tag{27}$$

а подставив его в выражение (24) и положив в нём  $v = y_0 + \delta/2$  – на корневом:

$$\sigma_r^B = \frac{M \cdot (\delta + 2y_0)}{2(r + a_0) \cdot B_0 \cdot \cos \alpha_1} \,. \tag{28}$$

Эти формулы справедливы, когда  $a_0 \le a_{e1}$ . Если же это условие не выполняется, то в выражениях (22)–(24) нужно положить  $a_0 = a_{e1}$ ,  $y_0 = y_1$ , тогда геометри-

ческую характеристику  $B_0$  следует заменить на

$$B_{1} = (r + a_{e1})^{2} \ln \frac{r + a_{e1}}{r} - a_{e1}(r + 2a_{e1}) + \frac{a_{e1}^{2}}{2} + \frac{(\delta/2 + y_{1})^{3}}{3(r + a_{e1})\cos\alpha_{1}},$$
(29)

а напряжения от изгиба на обоих участках сварного соединения

$$\sigma_f^B = \frac{a_{e1} \cdot M}{r \cdot B_1} \tag{30}$$

$$\sigma_r^B = \frac{(\delta + 2y_1) \cdot M}{2(r + a_{e1}) \cdot B_1 \cdot \cos \alpha_1}.$$
(31)

Для стыкового сварного соединения алюминиевого сплава АМг2М толщиной 1,5 mm, радиусом перехода шва на основной металл 2,8 mm, высотой и шириной выпуклости 0,9 и 5,6 mm соответственно построены эпюры напряжений (рис. 3) на лицевом и корневом участках шва [12].

Для принятой геометрической модели фланговый угол  $\theta_f$  и параметр ломаного сечения  $a_0$ , который характеризует глубину действия концентратора напряжений, определим [11] по формулам

$$\theta_f = \arcsin\frac{4g \cdot h}{g^2 + 4h^2} \tag{32}$$

И

И

$$a_0 = 4\sqrt{2} \frac{r \cdot h}{\sqrt{g^2 + 4h^2}} \,. \tag{33}$$

Подставив формулу (32) в (4), для рассматриваемого сварного соединения получим  $a_{e1}(\theta_f) < a_0$ . Таким образом, на всём интервале изменения параметра  $\alpha_1$  с учётом выражений (20) и (21) суммарные напряжения на лицевом участке шва можно определить как разницу напряжений от растяжения (18) и от изгиба (30), а суммарные на корневом – как сумму напряжений от растяжения (19) и от изгиба (31).



Рис. 3. Эпюры суммарных напряжений от растяжения и изгиба на лицевом и корневом участках стыкового сварного соединения с учётом (сплошные линии) и без (штриховые) концентрации напряжений.



## выводы

Разработан аналитический метод описания напряжённого состояния в зонах концентрации напряжений стыкового сварного соединения с односторонним усилением, который учитывает смещение центров инерции сечений, находящихся на участке с выступом, относительно линии действия растягивающей нагрузки. Получены выражения, описывающие изменение напряжений от растягивающей нагрузки и изгибающего момента в зоне концентрации как по контуру, так и по глубине сварного соединения. Установлено, что из-за концентрации напряжений в тонколистовом стыковом соединении алюминиевого сплава АМг2М существенно изменяется их распределение в лицевой и корневой частях сварного шва с односторонней выпуклостью. Анализ эпюр свидетельствует, что напряжения повышаются на лицевой части сварного шва и снижаются на корневой. У подножия выступа они на 19% выше от номинального напряжения (принятого равным едини-

це), а максимальное в корневой части на 13% ниже от номинального. Таким образом, без учёта концентрации максимальное напряжение в корневой части на 32% выше, чем в лицевой, а с её учётом они равны.

*РЕЗЮМЕ*. Побудовано математичні вирази, що описують зміну напружень розтягу та згину в зонах їх концентрації як по контуру, так і по глибині зварного з'єднання у вигляді кусково-неперервних функцій. Отримано аналітичні залежності для визначення сумарних напружень від осьового навантаження та згинального моменту на лицьовій та кореневій ділянках зварного шва з урахуванням їх концентрації. Для стикового зварного з'єднання з одностороннім підсиленням та заданими розмірами порівняно епюри сумарних напружень без та з урахуванням їх концентрації. Виявлено, що внаслідок концентрації напруження перерозподіляються так, що на лицьовій ділянці максимальне зростає на 19%, а на кореневій зменшується на 13% від номінального.

SUMMARY. Mathematical expressions that describe the change in tensile and bending stresses in the concentration areas both on the contour and in the depth of a welded joint are established. Analytical dependences which consider stress concentration for determining the total stress of axial load and bending moment both on the face and root regions of the weld are given. For the butt welded joint with a one-sided weld convexity which has specified geometric dimensions the comparative analysis of total stress diagram without stress concentration and with its account is carried out. It is shown that due to stress concentration the stresses are redistributed in such a way that on the face region the maximum stress increases by 19%, and on root region it decreases by 13% of the nominal stress.

- 1. *Neuber H.* Kerbspannungslehre: Theorie der Spannungskonzentration Genaue Berechnung der Festigkeit. Vierte Verlag; Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001. 326 s.
- 2. *Кархин В. А., Ксенофонтов А. А.* Распределение напряжений в сварных стыковых соединениях при растяжении // Изв. вузов. Машиностроение. 1985. № 2. С. 136–139.
- 3. *Молтасов А. В.* Применение метода неплоских сечений к определению напряжений в зонах концентрации, вызванной усилением стыкового сварного соединения // Проблемы прочности. 2013. № 1. С. 159–167.
- 4. *Цумарев Ю. А.* Влияние асимметрии односторонних стыковых швов на распределение напряжений в сварном соединении // Сварка и диагностика. 2010. № 5. С. 24–27.
- 5. *Цумарев Ю. А.* Влияние внецентренного растяжения на напряженное состояние стыкового сварного соединения // Сварочное производство. 2010. № 6. С. 6–10.
- 6. *Коростылёв Л. И., Литвиненко Д. Ю*. Оценка коэффициента концентрации напряжений в сварных узлах тонкостенных конструкций расчётом макро- и микроконцентрации // Наук. вісник Херсонськ. держ. морської академії. 2015. **13**, № 2. С. 184–194.
- Improved scheme of analysis and stress computation in lap welded joints with fillet welds transversely and longitudinally loaded / R. Goytisolo, H. Hernandez, J. Moya, and I. Jackson // Proc. of 2005 ASME Int. Mech. Eng. Congress and Exposition (Orlando, Florida USA, November, 5–11, 2005). – New York: American Soc. of Mech. Eng. – P. 757–762.
- 8. Верховский А. В. Гипотеза ломаных сечений и её применение к расчёту стержней сложной конфигурации // Изв. Томск. политехн. ин-та. 1947. 61, № 1. С. 3–46.
- Определение напряжений в опасных сечениях деталей сложной формы / А. В. Верховский, В. П. Андронов, В. А. Ионов, О. К. Лупанова, В. И. Чевкинов. М.: Машгиз, 1958. 148 с.
- 10. Молтасов А. В., Клочков И. Н., Кныш В. В. Инженерный метод расчёта коэффициента концентрации напряжений в нахлёсточном сварном соединении при растяжении и изгибе // Вісник НТУУ "КПІ", Сер. Машинобудування. – 2013. – **69**, № 3. – С. 150–157.
- 11. Молтасов А. В. Исследование напряжённого состояния в зонах концентрации напряжений при растяжении стыкового сварного соединения с асимметричным усилением // Проблемы прочности. 2017. № 5. С. 131–139.
- Исследовать сопротивление усталости сварных соединений алюминиевых сплавов, выполненных современными способами сварки: отчёт о НИР (заключ.) – ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины; рук. В. И. Кирьян; исполн.: В. В. Кныш, В. С. Ковальчук, С. А. Соловей и др. – № ГР 0107U004035. – Киев, 2011. – 140 с.

Получено 07.12.2016