

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ МОЩНОСТЬ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ ПЕРЕМЕШИВАТЕЛЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В КРИСТАЛЛИЗАТОРЕ МАШИН НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ ЗАГОТОВОК

Т.В. Виштак, вед. инж., **А.Н. Карлов**, канд. техн. наук, **И.П. Кондратенко**, докт. техн. наук, **А.П. Ращепкин**, докт. техн. наук
Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина,
E-mail: dep7ied@ukr.net

На основании решения уравнений Максвелла и материальных уравнений выведены функциональные зависимости и расчетные формулы для определения распределения векторного магнитного потенциала во всех конструктивных элементах кристаллизатора машины непрерывного литья заготовок, возбуждаемого вращающейся магнитной системой с постоянными магнитами электромагнитного перемешивателя жидкого металла. Решения получены при допущении о бесконечной высоте перемешивателя. Постоянные магниты по распределению внешнего магнитного поля эквивалентны соленоидам, которые расположены на боковых поверхностях магнитов и равны их высоте. Поверхностная плотность тока в соленоиде равна величине намагниченности магнита. Решение получено с использованием дискретного преобразования Фурье, выполненного по азимутальной составляющей поля во вращающейся вместе с магнитами системой координат. По найденным на внешней поверхности корпуса кристаллизатора напряженностям электрического и магнитного полей с использованием плотности потока электромагнитной энергии Умова-Пойнтинга определены мощность потерь в кристаллизаторе и соответственно требуемая мощность привода для вращения магнитной системы с постоянными магнитами, которая и составляет цель работы. Проведенные расчеты при любом распределении скорости вращения жидкого металла показали, что основные потери мощности выделяются в корпусе и гильзе кристаллизатора. На перемешивание жидкого металла и джоулевы потери в нем требуется меньшая на три порядка мощность. Поэтому суммарные потери в кристаллизаторе практически не зависят от скорости вращения жидкого металла, и электромагнитная мощность привода может определяться при допущении, что скорость вращения жидкого металла равна нулю. Библ. 4, рисунок.

Ключевые слова: магнитное поле, электромагнитный перемешиватель, постоянные магниты, непрерывное литье, кристаллизатор.

В состав перемешивателя на постоянных магнитах входит двухполосная магнитная система, выполненная в виде пары магнитов, закрепленных на внутренней поверхности полового цилиндрического ферромагнитного корпуса, установленного вертикально в подшипниковых опорах, и вращающаяся в азимутальном направлении (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**унок). В общем случае (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**) для перемешивателя на постоянных магнитах, состоящего из вращающейся стальной трубы (5) с установленными на внутренней стенке магнитными полюсами (4), в полости перемешивателя размещаются корпус кристаллизатора из немагнитной стали (3), медная гильза (2) и непосредственно жидкий металл (1). Для охлаждения гильзы с ее наружной стороны устанавливается выполненная из нержавеющей и немагнитной стали обечайка (на рисунке не показана). Между ней и гильзой с большой скоростью протекает вода. Для упрощения расчетов в электромагнитном анализе влияние ее будем учитывать эквивалентным увеличением электропроводности гильзы. В некоторых случаях обечайка выполняется из пластических неэлектропроводных материалов и тогда необходимость в такой корректировке отпадает.

Результирующее электромагнитное поле в описанной системе зависит от скорости движения жидкого металла. В таком случае решение о электромеханическом преобразовании энергии должно сводиться к совместному решению задачи электромагнетизма и гидродинамики. Последняя задача сопряжена с применением исключительно численных методов расчета. В то же время определение мощности электропривода перемешивателя на базе постоянных магнитов целесообразно выполнять при «заторможенном» теле вращения. Поэтому **целью настоящей работы** является разработка метода расчета электромагнитного поля и электромагнитной мощности вращающейся магнитной системы возбуждения на постоянных

магнитах для перемешивания жидкого металла в кристаллизаторах машин непрерывного литья заготовок.

Электромагнитное поле в перемешивателе жидкого металла описывается системой уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j} + \mathbf{j}_{\text{ст}}, \operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t, \operatorname{div}\mathbf{j} = 0 \quad (1)$$

и материальными уравнениями, дополняющими уравнения Максвелла, которые определяют связь между магнитной индукцией и напряженностью магнитного поля, плотностью тока и напряженностью электрического поля в движущихся проводящих средах [3]:

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}, \mathbf{j} = \sigma[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (2)$$

где $\mathbf{H}, \mathbf{B}, \mathbf{E}, \mathbf{j}$ – соответственно векторы напряженности магнитного и электрического полей, электромагнитной индукции, плотности тока; \mathbf{v} – вектор скорости движения среды; σ и μ – удельная электропроводность и магнитная проницаемость среды.

Для решения системы уравнений (1), (2) предполагается, что существуют только z -составляющая плотности тока, а также μ, σ постоянные для каждой области. Тогда система уравнений (1), (2) для векторного магнитного потенциала \mathbf{A} ($\mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$), удовлетворяющего условию Кулоновской калибровки ($\operatorname{div}\mathbf{A} = 0$), в предположении, что электрический потенциал равен нулю, так что $E = -\partial A/\partial t$, сводится к уравнению

$$\Delta\mathbf{A} = \sigma\mu\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \sigma\mu(\mathbf{v} \times \operatorname{rot}\mathbf{A}) - \mu\mathbf{j}_{\text{ст}}. \quad (3)$$

В цилиндрической системе координат в случае принятия условия о бесконечной высоте перемешивателя отличны от нуля лишь A_z и E_z составляющие векторного магнитного потенциала и напряженности электрического поля. Кроме того, полагается, что существует только v_φ составляющая скорости и производные векторов электромагнитного поля по координате z равны нулю. В таком случае распределение A_z составляющей векторного магнитного потенциала в перемешивателе описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} - \mu\sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} - \mu\sigma v_\varphi \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} = -\mu j_{\text{ст}}, \quad (4)$$

решение которого будем искать в классе ограниченных функций, удовлетворяющих в предположении о бесконечной магнитной проницаемости ярма 5 (Ошибка! Источник ссылки не найден.унок) граничному условию Неймана:

$$\text{при } \rho = r_5, \partial A_z / \partial \rho = 0. \quad (5)$$

Здесь $j_{\text{ст}}$ – плотность сторонних токов, возбуждающих магнитное поле в полости перемешивателя. Согласно теории магнетиков (намагничивающихся сред) [4] постоянный магнит по распределению внешнего магнитного поля эквивалентен соленоиду, который расположен на боковой поверхности магнита и равен его высоте. Поверхностной плотности токов в соленоиде ставится в соответствие величина намагниченности магнита I_0 .

Применительно к идеализированным магнетикам с независимым от напряженности магнитного поля вектором намагниченности I_0 , к которым близки по свойствам постоянные магниты из сплава $NdFeB$, зависимость индукции от напряженности магнитного поля имеет вид

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 (\mathbf{H} + I_0). \quad (6)$$

При $H = 0$ величина остаточной магнитной индукции равна $B_r = \mu_r \mu_0 I_0$. Тогда относительная магнитная проницаемость магнитов равна $\mu_r = B_r / \mu_0 I_0$, и для магнитов $N35$ из $NdFeB$, например, при $B_r = 1,2$ Тл, $I_0 = 900$ кА/м составляет $\mu_r = 1,06$.

Размещая эквивалентный постоянным магнитам токовый соленоид в воздушной среде с $\mu = \mu_0$, следовало бы уменьшить поверхностную плотность его тока в μ_r раз. Но, с другой стороны, в связи с допущением о бесконечно большой магнитной проницаемости ярем, по-

верхностную плотность следовало бы увеличить во столько же (μ_r) раз. Поэтому с достаточной для технических расчетов точностью будем полагать токовый контур размещенным в воздухе, а магнитную проницаемость ярма перемешивателя равной бесконечности.

В системе координат (ρ, ψ) , вращающейся вместе с магнитной системой с угловой скоростью ω так, что

$$\psi = \varphi - \omega t, \quad (7)$$

плотность сторонних токов можно представить как

$$j_{ct} = I_0 \sum_{s=1}^p \left\{ \delta \left[\rho \left(\psi + \pi - \frac{\psi_1}{2} - \frac{2(s-1)\pi}{p} \right) \right] - \delta \left[\rho \left(\psi + \pi - \frac{\psi_1}{2} - \psi_2 - \frac{2(s-1)\pi}{p} \right) \right] - \delta \left[\rho \left(\psi + \pi - \frac{3\psi_1}{2} - \psi_2 - \frac{2(s-1)\pi}{p} \right) \right] + \delta \left[\rho \left(\psi + \pi - \frac{3\psi_1}{2} - 2\psi_2 - \frac{2(s-1)\pi}{p} \right) \right] \right\} \times \quad (8)$$

$$\times [\Theta(\rho - r_4) - \Theta(\rho - r_5)].$$

Здесь $\delta(\dots)$ – дельта-функция Дирака; $\Theta(\dots)$ – единичная обобщенная функция; p – число пар полюсов магнитной системы; ψ_1 – угловой размер между полюсами по азимуту; ψ_2 – угловой размер полюса.

Для магнитной системы с произвольным числом пар полюсов должны удовлетворяться условия

$$\psi_1 + \psi_2 = \pi/p; \quad \psi_2 = k\pi/p; \quad \psi_1 = (1-k)\pi/p, \quad (9)$$

где k – любое положительное число, определяющее степень перекрытия полюсного деления магнитом, меньше единицы.

Применим к уравнению (4) дискретное преобразование Фурье [2] по переменной ψ с учетом равенства (7):

$$A_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} A_z e^{in\psi} d\psi. \quad (10)$$

Умножим уравнение (4) на $e^{in\psi}$ и выполним интегрирование его по ψ согласно (10) и с учетом зависимостей, полученных согласно выражению (7)

$$\frac{\partial A}{\partial \varphi} = \frac{\partial A}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = \frac{\partial A}{\partial \psi}; \quad \frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\omega \frac{\partial A}{\partial \psi}, \quad (11)$$

найдем, что преобразованное значение A_z компоненты векторного магнитного потенциала описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 A_n}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_n}{\partial \rho} - \left(n^2 / \rho^2 + in \mu \sigma (\omega - v_\varphi / \rho) \right) A_n = -\mu j_n, \quad (12)$$

где

$$j_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} j_{ct} e^{in\psi} d\psi = \frac{I_0}{\pi \rho} \sin \left(k \frac{n\pi}{2p} \right) \sin(n\pi) / \cos \left(\frac{n\pi}{2p} \right) \times \quad (13)$$

$$\times [\Theta(\rho - r_4) - \Theta(\rho - r_5)].$$

Решение уравнения (12) в воздушном зазоре между корпусом кристаллизатора и магнитами $r_3 < \rho < r_4$ и в области размещения магнитов $r_4 < \rho < r_5$ ($\sigma = 0$), используя метод вариации произвольных постоянных, представим зависимостью

$$A_n = C_1 \rho^n + C_2 \rho^{-n} - \frac{\mu I_0 k_w}{2\pi n} \left[\rho^n \int_{\rho}^{r_5} \rho^{-n} \Theta(\rho - r_4) d\rho - \rho^{-n} \int_{\rho}^{r_5} \rho^n \Theta(\rho - r_4) d\rho \right], \quad (14)$$

$$k_w = -2e^{-in\pi(1-1/p)} \sin\left(k \frac{n\pi}{2p}\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2p}\right) \sum_{s=1}^p e^{2in\pi(s-1)/p}.$$

Используя граничное условие (5), в (14) находим

$$C_2 = C_1 \cdot r_5^{2n}. \quad (15)$$

Отсюда функция A_n (14) при $\rho > r_4$ равна

$$A_n = C_1(\rho^n + \rho^{-n}r_5^{2n}) - \frac{\mu I_0 k_w}{2\pi n} \left[\rho^n \int_{\rho}^{r_5} \rho^{-n} d\rho - \rho^{-n} \int_{\rho}^{r_5} \rho^n d\rho \right],$$

при $\rho < r_4$

$$A_n = C_1(\rho^n + \rho^{-n}r_5^{2n}) - \frac{\mu I_0 k_w}{2\pi n} \int_{r_4}^{r_5} \left(\frac{\rho^n}{s^n} - \frac{s^n}{\rho^n} \right) ds. \quad (16)$$

Согласно теореме о среднем, последнее выражение (16) можно представить, полагая $s = r_6 = (r_4 + r_5)/2$, в виде

$$A_n = C_1(\rho^n + \rho^{-n}r_5^{2n}) - \frac{\mu I_0 k_w (r_5 - r_4)}{2\pi n} \left(\frac{\rho^n}{r_6^n} - \frac{r_6^n}{\rho^n} \right). \quad (17)$$

В области корпуса кристаллизатора $r_2 < \rho < r_3$ решение уравнения (12) с учетом $v_\varphi = 0$ и $j_n = 0$ описывается модифицированными функциями Бесселя:

$$A_n = C_3 I_n(a_1 \rho) + C_4 K_n(a_1 \rho), \quad a_1 = \sqrt{in\mu\sigma_k \omega}, \quad (18)$$

где μ и σ_k – магнитная проницаемость и электропроводность материала корпуса кристаллизатора, который обычно выполняется из нержавеющей немагнитной стали.

На границе раздела сред решения для векторного магнитного потенциала удовлетворяют условиям сопряжения

$$A_n(\rho+0) = A_n(\rho-0), \quad \frac{\partial A_n(\rho+0)}{\partial \rho} = \frac{\partial A_n(\rho-0)}{\partial \rho}, \quad (19)$$

которые следуют из условий равенства нормальной составляющей индукции и тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля. С помощью решений (17) и (18), используя равенства (19) при $\rho = r_3$, установим зависимость между постоянными интегрирования C_3 и C_4 :

$$\begin{aligned} C_3 I_n(a_1 r_3) + C_4 K_n(a_1 r_3) &= C_1 (r_3^n + r_3^{-n} r_5^{2n}) - \frac{\mu I_0 k_w (r_5 - r_4)}{2\pi n} \left(\frac{r_3^n}{r_6^n} - \frac{r_6^n}{r_3^n} \right); \\ C_3 I'_n(a_1 r_3) + C_4 K'_n(a_1 r_3) &= \frac{n}{r_3} C_1 (r_3^n - r_3^{-n} r_5^{2n}) - \frac{n \mu I_0 k_w (r_5 - r_4)}{r_3 2\pi n} \left(\frac{r_3^n}{r_6^n} + \frac{r_6^n}{r_3^n} \right); \\ C_3 b + C_4 d &= C_{11}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{где} \quad C_{11} = \frac{2 \mu I_0 k_w (r_5 - r_4) r_3^n}{2\pi r_3 r_6^n} \left(1 + \frac{r_6^{2n}}{r_5^{2n}} \right); \quad b = \frac{n}{r_3} \left(1 - \frac{r_3^{2n}}{r_5^{2n}} \right) I_n(a_1 r_3) + \left(1 + \frac{r_3^{2n}}{r_5^{2n}} \right) \frac{\partial I_n(a_1 r_3)}{\partial r_3};$$

$$d = \frac{n}{r_3} \left(1 - \frac{r_3^{2n}}{r_5^{2n}} \right) K_n(a_1 r_3) + \left(1 + \frac{r_3^{2n}}{r_5^{2n}} \right) \frac{\partial K_n(a_1 r_3)}{\partial r_3}.$$

С использованием установленной связи (20) распределение магнитного потенциала в корпусе кристаллизатора $r_2 < \rho < r_3$ согласно (18) описывается функцией

$$A_n = C_{11} I_n(a_1 \rho) / b - C_4 (I_n(a_1 \rho) d / b - K_n(a_1 \rho)). \quad (21)$$

В области воздушного промежутка между корпусом кристаллизатора и медной гильзой $r_1 < \rho < r_2$, так как электропроводимость воды $\sigma = 0$, решение уравнения (12) имеет вид

$$A_n = C_5 \rho^n + C_6 \rho^{-n}. \quad (22)$$

Удовлетворяя на границе раздела сред $\rho = r_2$ условиям сопряжения (19) решения (21) и (22), находим связь между C_5 и C_6 : $C_5 = \frac{C_{11}}{r_2 P} - C_6 \frac{Q}{P}$ и, следовательно, A_n согласно (22) равен

$$A_n = \frac{C_{11} \rho^n}{r_2 P} + C_6 \left(\rho^{-n} - \frac{Q}{P} \rho^n \right); \quad (23)$$

$$P = r_2^n \left(d \frac{\partial I_n(a_1 r_2)}{\partial r_2} - b \frac{\partial K_n(a_1 r_2)}{\partial r_2} - \frac{n}{r_2} (d I_n(a_1 r_2) - b K_n(a_1 r_2)) \right);$$

$$Q = r_2^{-n} \left(d \frac{\partial I_n(a_1 r_2)}{\partial r_2} - b \frac{\partial K_n(a_1 r_2)}{\partial r_2} + \frac{n}{r_2} (d I_n(a_1 r_2) - b K_n(a_1 r_2)) \right).$$

Решение уравнения в медной гильзе $r < \rho < r_1$ равно

$$A_n = C_7 I_n(a_2 \rho) + C_8 K_n(a_2 \rho), \quad (24)$$

где $a_2 = \sqrt{in \mu \sigma_i \omega}$, σ_i – электропроводность медной гильзы.

Используя граничные условия (19) при $\rho = r_1$, установим связь между коэффициентами интегрирования C_7 и C_8 :

$$C_7 M + C_8 N = 2 C_{11} \frac{n}{r_1 r_2}; \quad (25)$$

$$M = \frac{n}{r_1} (P r_1^{-n} + Q r_1^n) I_n(a_2 r_1) + (P r_1^{-n} - Q r_1^n) \frac{\partial I_n(a_2 r_1)}{\partial r_1};$$

$$N = \frac{n}{r_1} (P r_1^{-n} + Q r_1^n) K_n(a_2 r_1) + (P r_1^{-n} - Q r_1^n) \frac{\partial K_n(a_2 r_1)}{\partial r_1}.$$

С учетом полученных соотношений (25) решение A_n (24) и его производная по ρ с точностью до коэффициента C_8 равны

$$A_n = \frac{2 C_{11} n}{r_1 r_2 M} I_n(a_2 \rho) + C_8 \left(K_n(a_2 \rho) - \frac{N}{M} I_n(a_2 \rho) \right); \quad (26)$$

$$\frac{\partial A_n}{\partial \rho} = \frac{2 C_{11} n}{r_1 r_2 M} \frac{\partial I_n(a_2 \rho)}{\partial \rho} + C_8 \left(\frac{\partial K_n(a_2 \rho)}{\partial \rho} - \frac{N}{M} \frac{\partial I_n(a_2 \rho)}{\partial \rho} \right).$$

Освобождаясь в системе (26) от слагаемого пропорционального C_8 , найдем граничное условие, которому согласно (19) должно удовлетворять решение уравнения (11) в области жидкого металла при $\rho = r$:

$$\frac{\partial A_n}{\partial \rho} (M K_n(a_2 \rho) - N I_n(a_2 \rho)) - A_n \left(M \frac{\partial K_n(a_2 \rho)}{\partial \rho} - N \frac{\partial I_n(a_2 \rho)}{\partial \rho} \right) = \frac{2 C_{11} n}{r_1 r_2 r}. \quad (27)$$

Ограниченное в области жидкого металла $0 < \rho < r$ решение уравнения (12), удовлетворяющего граничному условию (27) при $v_\varphi = 0$, равно

$$A_n = C_9 I_n(a_3 \rho), \quad a_3 = \sqrt{in \mu \sigma \omega}; \quad (28)$$

$$C_9 = \left(\frac{2 C_{11} n}{r r_1 r_2} \right) / \left[\frac{\partial I_n(a_3 \rho)}{\partial \rho} (M K_n(a_2 \rho) - N I_n(a_2 \rho)) - I_n(a_3 \rho) \left(M \frac{\partial K_n(a_2 \rho)}{\partial \rho} - N \frac{\partial I_n(a_2 \rho)}{\partial \rho} \right) \right]_{\rho=r},$$

где σ – электропроводность и $\mu = \mu_0$ – магнитная проницаемость жидкого металла.

Определим C_8 через $A_n(r)$ согласно (28) при $\rho = r$ с помощью первого равенства (26) на границе $\rho = r$:

$$C_8 = \frac{A_n(r) \cdot M - (2 \cdot C_{11} \cdot n \cdot I_n(a_2 \cdot r)) / (r_1 \cdot r_2)}{M \cdot K_n(a_2 \cdot r) - N \cdot I_n(a_2 \cdot r)}. \quad (29)$$

После подстановки C_8 согласно (29) в первое равенство (26) найдем зависимость распределения векторного потенциала A_n в области $r < \rho < r_1$. Обозначим распределение векторного магнитного потенциала для этой области на границе $\rho = r_1$ через $A_n(r_1)$. С использованием условий сопряжения (19) на границе $\rho = r_1$ найдем величину коэффициента C_6 из равенства (23):

$$C_6 = \frac{A_n(r_1) \cdot P - (C_{11} \cdot r_1^n) / r_2}{P \cdot r_1^{-n} - Q \cdot r_1^n}. \quad (30)$$

Используя значения коэффициента C_6 по (30), определим из (23) величину векторного магнитного потенциала при $\rho = r_2$:

$$A_n(r_2) = \frac{C_{11} r_2^n}{r_2 P} + C_6 (r_2^{-n} - \frac{Q}{P} r_2^n). \quad (31)$$

Установим связь между коэффициентом C_4 и $A_n(r_2)$ с использованием условия сопряжения (19) на границе $\rho = r_2$ из решения (21):

$$C_4 = \frac{A_n(r_2) \cdot b - C_{11} \cdot I_n(a_1 \cdot r_2)}{b \cdot K_n(a_1 \cdot r_2) - d \cdot I_n(a_1 \cdot r_2)}. \quad (32)$$

Тогда решение (21) для $A_n(\rho)$ с учетом C_4 по (32) примет вид

$$A_n(\rho) = C_{11} I_n(a_1 \cdot \rho) / b - C_4 (I_n(a_1 \cdot \rho) d / b - K_n(a_1 \cdot \rho)). \quad (33)$$

Электромагнитную мощность перемешивателя определим, используя плотность потока электромагнитной энергии Умова-Пойнтинга [4] через наружную поверхность корпуса кристаллизатора ($\rho = r_3$). С учетом того, что вектор Умова-Пойнтинга имеет только ρ составляющую, активную мощность определим из зависимости

$$P_1 = \oint (\text{Re}[E_z] \cdot \text{Re}[H_\varphi]) ds = \int_0^c \int_{-\pi}^{\pi} (\text{Re}[E_z] \text{Re}[H_\varphi]) \rho d\psi dz |_{\rho=r_3}, \quad (34)$$

где c – высота перемешивателя.

Так как E_z, H_φ в формуле (34) не зависят от координаты z , учитывая, что $\text{Re}[H_\varphi] = 0,5 \cdot (H_\varphi + H_\varphi^*)$, электромагнитная мощность вращающейся магнитной системы возбуждения определяется зависимостью

$$P_1 = \frac{r_3 \cdot c}{2} \int_{-\pi}^{\pi} (\text{Re}[E_z (H_\varphi + H_\varphi^*)]) d\psi. \quad (35)$$

Представив H_φ, E_z через векторный магнитный потенциал из третьего уравнения Максвелла (1), и с учетом, что согласно (7) $\frac{d\psi}{dt} = -\omega$, при $\rho = r_3$ получим

$$H_\varphi = \frac{B_\varphi}{\mu} = -\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A_z(r_3)}{\partial r_3}; \quad E_z = -\frac{\partial A_z(r_3)}{\partial t} = \omega \frac{\partial A_z(r_3)}{\partial \psi}. \quad (36)$$

Принимая во внимание, что обратное преобразование магнитного потенциала дается рядом

$$A_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-in\psi}, \quad (37)$$

представим H_φ , E_z согласно (36) через преобразование по Фурье значения векторного потенциала при $\rho = r_3$:

$$H_\varphi = -\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial r_3} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n(r_3) \cdot e^{-in\psi} \right); \quad E_z = -\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \omega \cdot i \cdot n \cdot A_n(r_3) \cdot e^{-in\psi}. \quad (38)$$

Так как $\sum_{n=-\infty}^0 A_n e^{-in\psi} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^* e^{in\psi}$, то и $\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-in\psi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^* e^{in\psi}$, тогда H_φ и H_φ^* рав-

ны между собой, поэтому в окончательном уравнении используем H_φ^* .

В связи с тем, что подынтегральная часть уравнения (35) не зависит от ψ , то окончательно активная мощность определяется зависимостью

$$P_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_3 \cdot c \cdot i \cdot \omega}{\mu} \operatorname{Re} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} (n \cdot A_n(r_3)) \frac{\partial}{\partial r_3} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^*(r_3) \right) \right]. \quad (39)$$

Чтобы найти активную мощность при $v_\varphi \neq 0$, необходимо определить $A_n(r)$ численными методами из уравнения (12) с учетом скорости вращения, которая определяется при решении уравнения Навье-Стокса [1].

Проведенные расчеты при любом распределении скорости вращения жидкого металла показали, что основные потери мощности выделяются в корпусе (3130 Вт) и гильзе (1650 Вт) кристаллизатора. На перемешивание жидкого металла и джоулевы потери в нем требуется на три порядка меньшая мощность (7 Вт). Поэтому суммарные потери в кристаллизаторе практически не зависят от скорости вращения жидкого металла, и электромагнитная мощность перемешивателя может определяться при допущении $v_\varphi = 0$ с использованием аналитического решения (28).

Выводы. Разработана методика расчета электромагнитной мощности перемешивателя жидкого металла с вращающейся магнитной системой на постоянных магнитах в кристаллизаторе машин непрерывного литья заготовок.

Основные потери сосредоточены в корпусе и гильзе кристаллизатора при любой скорости вращения жидкого металла, и электромагнитную мощность перемешивателя можно рассчитывать допуская, что скорость жидкого металла равна нулю.

1. Виштак Т.В., Карлов А.Н., Кондратенко И.П., Ращепкин А.П. Электромагнитное перемешивание жидкого металла в кристаллизаторе машин непрерывного литья заготовок с использованием постоянных магнитов // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету ім. М. Остроградського. – 2009. – № 3 (56). – Ч. 2. – С. 82 – 85.
2. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. – М.: Наука, 1978. – 296 с.
3. Нейман Л.Д., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: в 2 т. – Л.: Энергоиздат, 1981. – Т. 2. – 416 с.
4. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1989. – 504 с.

УДК 621.313.8

Т.В. Виштак, пров. інж., **О.М. Карлов**, канд. техн. наук, **І.П. Кондратенко**, докт. техн. наук, **А.П. Ращепкін**, докт. техн. наук

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

Електромагнітна потужність магнітної системи перемішувача рідкого металу в кристалізаторі машини безперервного лиття заготовок

На основі рішення рівнянь Максвелла виведено функціональні залежності та розрахункові формули для визначення розподілу векторного магнітного потенціалу в усіх конструктивних елементах кристалізатора машини безперервного лиття заготовок, збуджуваного обертовою магнітною системою з постійними магнітами електромагнітного перемішувача рідкого металу. Рішення отримано при припущенні, що висота перемішувача нескінченна. Постійні магніти за розподілом зовнішнього магнітного поля еквівалентні соленоїдам, які розта-

шовані на бічних поверхнях магнітів і дорівнюють їх висоті. Поверхнева густина струму в соленоїдах дорівнює величині намагніченості магніту. Рішення отримано з використанням дискретного перетворення Фур'є по азимутальній складовій поля в системі координат, що обертається разом з магнітною системою. Використовуючи густину потоку електромагнітної енергії Умова-Пойнтинга, визначено потужність втрат у кристалізаторі й відповідно потужність приводу для обертання магнітної системи з постійними магнітами, яка і складає мету роботи. Проведені розрахунки при будь-якому розподілі швидкості обертання рідкого металу засвідчили, що основні втрати потужності виділяються в корпусі й гільзі кристалізатора. На перемішування рідкого металу і джоулеві втрати в ньому потрібна на три порядки менша потужність. Тому повні втрати в кристалізаторі мало залежать від швидкості обертання рідкого металу, і електромагнітна потужність приводу може визначатися при швидкості обертання рідкого металу, яка дорівнює нулю. Бібл. 4, рисунок.

Ключові слова: магнітне поле, електромагнітний перемішувач, постійні магніти, безперервне лиття, кристалізатор.

T.V. Vishtak, O.M. Karlov, I.P. Kondratenko, A.P. Rashchepkin

Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,
Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

Electromagnetic power of magnetic system stirrer liquid metal in the mold of continuous casting machine

Based on the solutions of Maxwell's equations and constitutive equations were derived functional relationships and formulas to determine the distribution of the magnetic vector potential in all the structural elements of the mold continuous casting machine excited by a rotating magnetic system with a permanent magnet electromagnetic stirrer liquid metal. Solutions are obtained under the assumption of infinite height stirrer. The permanent magnets on the external magnetic field distribution equivalent to the solenoids, which rely on the side surfaces of the magnets and equal to their height. The surface current density in the solenoid is equal to the magnitude of the magnetization of the magnet. The solution obtained by using a discrete Fourier transform. Found on the outer surface of the body of the mold of the electric and magnetic fields using electromagnetic energy flux density Poynting defined power loss in the mold and thus drive power for the rotation of the magnetic system with a permanent magnet, which is the purpose of the work. The calculations for any distribution of the speed of rotation of the liquid metal showed that the main power losses are allocated to the case and the sleeve of the mold. On the stirring of the liquid metal and the Joule losses it requires three orders of magnitude less power. Therefore, the total loss in the mold are practically independent of the rotational speed of the molten metal, and an electromagnetic drive power may be determined on the assumption that the rotation speed of the molten metal is equal to zero. References 4, figure.

Key words: magnetic field, electromagnetic stirrer, permanent magnets, continuous casting, mold.

Надійшла 6.08.2013
Received 6.08.2013