

## АПРОКСИМАЦІЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАМАГНІЧУВАННЯ ТРАНСФОРМАТОРІВ СТРУМУ

**В.І. Паньків<sup>1</sup>**, інж., **Є.М. Танкевич<sup>2</sup>**, докт. техн. наук, **М.М. Лутчин<sup>3</sup>**, асп.

1, 2 – Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

3 – Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут",  
пр. Перемоги, 37, Київ-56, 03056, Україна

*Проведено огляд і оцінювання способів апроксимації характеристик намагнічування магнітопроводів трансформаторів струму з точки зору правомірності їх застосування при математичному моделюванні трансформаторів струму залежно від характеру розв'язуваних задач. Наведено приклад апроксимації характеристики намагнічування магнітопроводу трансформатора струму декількома способами і зроблено їх порівняльний аналіз за точністю та простотою реалізації. Запропонований алгоритм апроксимації характеристик намагнічування трансформаторів струму, що ґрунтується на використанні алгоритму Флоатера-Хормана, адаптовано до задач моделювання трансформаторів струму. Бібл. 16, рис. 7.*

**Ключові слова:** характеристика намагнічування, апроксимація, трансформатор струму.

В електроенергетиці досі актуальна задача підбору функцій, які б дали змогу якомога точніше аналітично описати експериментально зняті характеристики намагнічування (ХН) трансформаторів струму (ТС). Аналітичне вираження кривої намагнічування використовується при проектуванні ТС: розрахунку похибок і конструктивних параметрів магнітної системи; для розрахунків перехідних процесів (ПП) в ТС; частково для вивчення питань поведінки релейних захистів у перехідних режимах. Проте перед тим, як розглядати методи апроксимації ХН, дослідимо як отримують і від чого залежить вигляд характеристики намагнічування ТС.

На сьогоднішній день більшість магнітопроводів трансформаторів струму виготовляється з електротехнічної холодно- та гарячекатаної сталей, причому слід зазначити, що розкид характеристик намагнічування однієї марки від партії до партії може сягати значних відхилень. Наприклад, магнітопровід виконаний з марки сталі М6Х товщиною 0,35 мм, залежно від якості виготовлення сталі має значну розбіжність ХН [13] (рис. 1: крива 1 – кращої якості, крива 2 – середньої якості та крива 3 – гіршої якості).

На вигляд характеристики намагнічування впливають геометричні розміри магніто-

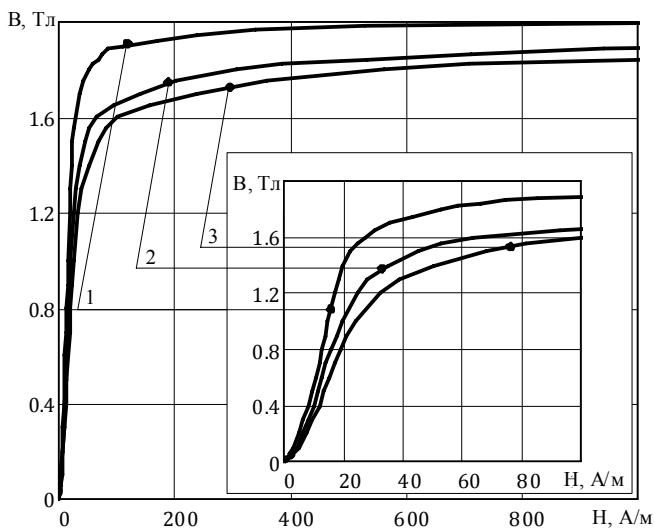


Рис. 1

проводів, наявність зазорів, розташування обмоток, механічні фактори, температура, вресіті-решт, магнітопроводи з однієї марки сталі можуть мати різноманітне конструктивне виконання: виті, шихтовані, набрані з декількох сортів сталі [4].

Таким чином, для точного аналізу конкретного трансформатора струму необхідно мати дані саме його ХН з урахуванням розміщення обмоток, а не каталожні дані ХН марки сталі, яка використовується для виготовлення магнітопроводу ТС. Згідно з ДСТУ 7746-2003 [12] в інформаційних матеріалах підприємство-виробник зобов'язане вказувати типові криві намагнічування магнітопроводів вторинних обмоток для захисту,

знятих при практично синусоїдальній напрузі. Але навіть тоді, коли завод надає такі параметри, з часом відбувається старіння та можлива заміна мастила, що впливає на зміну робочої температури, а відповідно і на вигляд ХН. Тому для більш точного моделювання конкретного ТС необхідно періодично знімати ХН.

Вимоги до апроксимованої характеристики намагнічування слід встановлювати відповідно до задачі, яку розглядають, і можна класифікувати наступним чином:

1. Точність апроксимації: наприклад, для наближених розрахунків ПП за основною ХН можна використовувати менш точну апроксимуючу формулу; для гістерезисних моделей, в яких ядром є апроксимована ХН, та при проектуванні ТС слід використовувати якомога точнішу апроксимацію. При цьому треба зазначити, що в цьому випадку похідні  $dB/dH$  чи  $dH/dB$  також мають бути якомога точнішими.

2. Апроксимуючі формули мають містити якомога менше коефіцієнтів, до того ж вони мають бути прості для обчислення. Важливість цієї вимоги пояснюється нагальною необхідністю врахування впливу ПП у групах ТС на функціонування релейних захистів (РЗ) при проектуванні захистів, виборів уставок їх спрацювання, оскільки ще досі це робиться за результатами розрахунків ПП в електричній мережі без урахування ПП у ТС. Зрозуміло, що це значно ускладнює опис і розрахунок ПП, але зараз розв'язання цієї складної задачі вже стає можливим завдяки сучасним комп'ютерним засобам. Тому вибір формули апроксимації ХН відіграє важливу роль при аналізі електромагнітних процесів ТС та проектуванні РЗ.

За останні більш як 100 років було запропоновано велику кількість публікацій про апроксимацію ХН. З аналізу значної кількості цих праць витікає можлива їх класифікація, представлена на рис. 2.



Рис. 2

Характерною ознакою інтерполяції є те, що інтерполяційна формула охоплює усі задані експериментально зняті точки ХН. З одного боку, це досить позитивний момент, оскільки є можливість побудувати криву з високою точністю, з іншого – потрібно розуміти, що зняті експериментальні дані можуть містити в собі похибки, й інтерпольована функція повторить ці похибки. Також слід зауважити, що при інтерполяції немає значення як ми бажаємо апроксимувати ХН: як функцію  $B(H)$  чи як функцію  $H(B)$ .

Нижче розглянуто декілька методів апроксимації інтерпольованими функціями  $B(H)$  і зроблено їх порівняння з точки зору точності та ефективності застосування.

Найпростішим видом інтерполяції є кусково-лінійна інтерполяція, її можна назвати ще сплайном першого ступеня. Така інтерполяція базується на заміні кривої намагнічування прямими лініями, що дає змогу звести задачу від нелінійної до лінійної. Це значно спрощує розрахунок процесів у ТС, проте знижує точність моделювання. Найпростішими прикладами кусково-лінійної апроксимації є прямокутна та спрямлена характеристики намагнічування, тобто ХН трансформатора струму задається всього двома лініями [6]. Проте ХН можна задати й  $n$  кількістю точок, відповідно кількість ліній, якими ми апроксимуємо ХН, становитиме  $n - 1$ , чому відповідає наступна формула:

$$B(H) = B_i + (H - H_i) \left[ \frac{B_{i+1} - B_i}{H_{i+1} - H_i} \right]. \quad (1)$$

Така апроксимація є досить ефективною за простотою обчислень, оскільки не потрібно розв'язувати ніяких систем рівнянь для визначення коефіцієнтів. Проте вона має значний недолік, а саме тільки сама функція буде неперервною, а її перша похідна це вже розривна функція. Область задач, в яких варто застосовувати таку апроксимацію ХН, там, де не потріб-

бне неперервне визначення похідних. За останні роки зросла кількість публікацій, наприклад [16], де пропонуються нові алгоритми кусково-лінійної апроксимації, де ще з більшою точністю при  $n$  заданих точках можна наблизити апроксимовану криву намагнічування до експериментальної в порівнянні з формулою (1). Такий вид апроксимації можна побачити в значній кількості публікацій, де в загальному він є одним із найскладніших і має такий вигляд:

$$B(H) = \sum_{j=1}^s a_j H^j \Big/ \sum_{j=0}^p b_j H^j. \quad (2)$$

Коефіцієнти  $a_1, \dots, a_s, b_0, \dots, b_p$  можна визначити за наявності  $n = s + p + 1$  експериментально знятих точок ХН. Тоді можливий запис системи рівнянь наступного виду:

$$\sum_{j=1}^s a_j H_i^j - B_i \sum_{j=0}^p b_j H_i^j = 0. \quad (3)$$

Перевагою таких апроксимацій є висока точність. Однак одним із недоліків є те, що не для кожного набору точок вдається побудувати раціональну функцію. До того ж, вирішуючи систему (3) при визначенні значної кількості коефіцієнтів, завжди буде накопичуватись похибка в коефіцієнтах і апроксимована функція не зможе правильно описати експериментальну функцію. Для того щоб уникнути таких проблем, існує декілька алгоритмів визначення коефіцієнтів і побудови апроксимуючої функції. Одним із таких алгоритмів є алгоритм Флоатера-Хормана, запропонований у 2005 р., який нічим не поступається кубічним сплайнам, розглянутим далі [14]. Для кривої намагнічування апроксимуючу формулу за алгоритмом Флоатера-Хормана можна записати у такому вигляді:

$$B(H) = \sum_{i=0}^n B_i \left[ \frac{k_i}{H - H_i} \right] \Big/ \sum_{i=0}^n \left[ \frac{k_i}{H - H_i} \right], \quad (4)$$

де  $k_i$  – ваговий коефіцієнт, який визначається як

$$k_i = \sum_{s=0}^{n-d} (-1)^s \cdot \prod_{\substack{j=s \\ j \neq i}}^{s+d} \left[ \frac{1}{H_i - H_j} \right]. \quad (5)$$

У формулі (5) порядок інтерполяційної схеми Флоатера-Хормана  $d$  можна приймати в межах  $0 \leq d < n$ . Число  $d$  задає порядок точності апроксимації, і його не завжди варто приймати великим. Цей алгоритм має значну перевагу, оскільки не потрібно розв'язувати системи рівнянь для визначення коефіцієнтів формули.

Далі розглянемо апроксимацію сплайнами. Теорія сплайнів розроблена досить недавно і дає високу точність у побудові апроксимуючих формул [9]. Як і в кусково-лінійній апроксимації, маючи  $n$  експериментально знятих точок, ХН розбивається на  $n - 1$  відрізок. Згідно з теорією сплайнів кожний такий відрізок можна апроксимувати поліномом невисокого ступеня, експонентою, тригонометричними функціями і т. д, тобто варіантів є досить багато. Проте для ХН, яка знімається з невисокою точністю, використовувати математичний апарат, який потребує значних обчислювальних затрат, мабуть, немає ніякого сенсу. При аналізі різних публікацій нам найчастіше зустрічались параболічна та кубічна інтерполяції сплайнами. Тобто кожен відрізок  $[H_{i-1}, H_i]$  замінюється квадратичним та кубічним поліномами відповідно. Параболічний сплайн для ХН на кожній ділянці має такий вид:

$$B_i(H) = a_i + b_i(H - H_{i-1}) + c_i(H - H_{i-1})^2. \quad (6)$$

Кількість коефіцієнтів у виразі (6), які необхідно визначити для апроксимації, становить  $3n$  і відповідно до праці [11] вони мають наступний вигляд

$$\begin{aligned} a_i &= B_{i-1}; & c_i &= \frac{B_i - B_{i-1}}{(H_i - H_{i-1})^2} - \frac{b_i}{H_i - H_{i-1}}; & i &= 1, \dots, n; \\ b_1 &= 0; & b_{i+1} &= 2 \frac{B_i - B_{i-1}}{H_i - H_{i-1}} - b_i; & i &= 1, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (7)$$

Спершу визначаються коефіцієнти  $a_i$  та  $b_i$ , потім коефіцієнти  $c_i$ . Далі, після визначення коефіцієнтів для визначення самого сплайну, достатньо визначити номер інтервалу, в який попадає точка інтерполювання, і скористатися формулою (6). Ефективність параболічного сплайну полягає в тому, що не потрібно розв'язувати системи рівнянь для визначення коефіцієнтів. У такому сплайні забезпечується неперервність першої похідної. Проте кількість коефіцієнтів становить  $3n$ , тобто потребує більших затрат пам'яті обчислювальних засобів у порівнянні з алгоритмом Флоатера-Хормана.

Кубічний сплайн сьогодні, мабуть, є одним із найточніших та найефективніших методів інтерполяції. Він широко застосовується у всіх матпакетах і у загальному має такий вигляд:

$$B_i(H) = a_i + b_i(H - H_{i-1}) + c_i(H - H_{i-1})^2 + d_i(H - H_{i-1})^3. \quad (8)$$

Як видно з формули (8), коефіцієнтів тут налічується  $4n$  і відповідно до праці [11] спершу методом прогонки розв'язують тридіагональну систему рівнянь і визначають коефіцієнти  $c_i$ :

$$c_1 = 0; \quad c_{n+1} = 0;$$

$$(H_{i-1} - H_{i-2})c_{i-1} + 2(H_i - H_{i-2})c_i + (H_i - H_{i-1})c_{i+1} = 3 \left( \frac{B_i - B_{i-1}}{H_i - H_{i-1}} - \frac{B_{i-1} - B_{i-2}}{H_{i-1} - H_{i-2}} \right); \quad i = 2, \dots, n,$$

далі знаходять коефіцієнти  $b_i$  та  $d_i$ :

$$b_i = \frac{B_i - B_{i-1}}{H_i - H_{i-1}} - \frac{H_i - H_{i-1}}{2} (c_{i+1} + 2c_i); \quad d_i = \frac{c_{i+1} - c_i}{3(H_i - H_{i-1})}; \quad i = 1, \dots, n-1$$

та коефіцієнти  $b_n$  та  $d_n$ :

$$b_n = \frac{B_n - B_{n-1}}{H_n - H_{n-1}} - \frac{2c_n(H_n - H_{n-1})}{3}; \quad d_n = -\frac{c_n}{3(H_n - H_{n-1})}.$$

Коефіцієнти  $a_i = B_{i-1}$  при  $i = 1, \dots, n$ . Кубічний сплайн дає можливість визначити неперевну не тільки першу, а й другу похідну.

З досить великої кількості емпіричних формул апроксимації, представлених у праці [3], звернемо увагу на формулу з арктангенсом та лінійним коефіцієнтом, яка має такий вигляд:

$$B(H) = A \cdot \arctg(\alpha \cdot H) + C \cdot H. \quad (9)$$

Для визначення коефіцієнтів  $A$  та  $C$  спершу необхідно визначити коефіцієнт  $\alpha$ , розв'язуючи ітераційним або графоаналітичним шляхом рівняння

$$\frac{B_1 \cdot H_2 - B_2 \cdot H_1}{B_3 \cdot H_2 - B_2 \cdot H_1} = \frac{H_2 \cdot \arctg(\alpha \cdot H_1) - H_1 \cdot \arctg(\alpha \cdot H_2)}{H_2 \cdot \arctg(\alpha \cdot H_3) - H_3 \cdot \arctg(\alpha \cdot H_2)}. \quad (10)$$

У рівнянні (10)  $H_1, H_2, H_3, B_1, B_2, B_3$  – це значення напруженостей та індукцій, вибраних за методом «вибраних точок». Їх слід вибирати таким чином: перша точка – до «коліна» ХН (в області середніх індукцій на лінійній ділянці); друга точка – за «коліном» ХН; третю точку необхідно брати в області максимального насичення. В іншому разі рівняння (10) не матиме розв'язку. Визначивши коефіцієнт  $\alpha$ , розраховуються коефіцієнти  $A$  та  $C$ :

$$A = \frac{B_1 \cdot H_2 - B_2 \cdot H_1}{H_2 \cdot \arctg(\alpha \cdot H_1) - H_1 \cdot \arctg(\alpha \cdot H_2)};$$

$$C = \frac{B_1 - A \cdot \arctg(\alpha \cdot H_1)}{H_1}.$$

У випадку, коли необхідно апроксимувати ХН формулою з аргументом  $B$ , пропонуємо використовувати удосконалену емпіричну формулу апроксимації гіперболічним синусом, до якої додамо лінійний коефіцієнт. Така формула матиме вигляд:

$$H(B) = A \cdot \sinh(\alpha \cdot B) + C \cdot B. \quad (11)$$

Аналогічно, як описано у праці [3] для арктангенсної апроксимації з лінійним коефіцієнтом (9), виведено формули для визначення коефіцієнтів апроксимації ХН за формулою (11). Послідовність розрахунку така, як і у попередньому випадку, тобто спершу знаходимо коефіцієнт  $\alpha$  як розв'язок рівняння

$$\frac{H_1 \cdot B_2 - H_2 \cdot B_1}{H_2 \cdot B_3 - H_3 \cdot B_2} = \frac{B_2 \cdot \sinh(\alpha \cdot B_1) - B_1 \cdot \sinh(\alpha \cdot B_2)}{B_3 \cdot \sinh(\alpha \cdot B_2) - B_2 \cdot \sinh(\alpha \cdot B_1)}$$

та визначаємо коефіцієнти

$$A = \frac{H_2 \cdot B_3 - H_3 \cdot B_2}{B_3 \cdot \sinh(\alpha \cdot B_2) - B_2 \cdot \sinh(\alpha \cdot B_3)};$$

$$C = \frac{H_1 - A \cdot \sinh(\alpha \cdot B_1)}{B_1}.$$

У формулах (9) та (11) лінійний коефіцієнт  $C$  визначає нахил кривої намагнічування до осі аргументу. Перевагою таких формул є те, що похідна є неперервною на всьому проміжку апроксимації. Віднесення тут поліномів до апроксимації емпіричними формулами, а не до інтерполяції, можна пояснити наступним чином. Зазвичай для побудови інтерполяційних поліномів використовують різні методи визначення коефіцієнтів полінома, такі як мінімак-ний метод, метод середніх і найпоширеніший серед них метод найменших квадратів [5, 11]. Побудований поліном за допомогою таких методів завжди буде мати деяке відхилення  $\varepsilon$  в заданих точках  $B_i$  та  $H_i$  експериментальної кривої, тобто такий поліном можна вважати емпіричним [5].

Апроксимація поліномами не завжди дає задовільне рішення задачі наближення функції з заданою точністю на даному проміжку, так як збіг заданої в табличній формі функції з поліномом  $B(H)$  навіть при близько заданих одна від одної точок  $H_i$  і  $H_{i+1}$  не гарантуватиме малість величини  $\varepsilon$  на відрізку  $[H_i, H_{i+1}]$ , оскільки поліному притаманні так звані осциляції. Ці осциляції відбуваються через те, що функція досить різко змінює значення [7] (так зване "коліно" характеристики намагнічування і область насичення).

Поліноміальній апроксимації присвячено також значну кількість праць, в яких автори пропонували усувати так звані осциляції, розбиваючи ХН на три ділянки і апроксимуючи кожну з них своїм поліномом [8], або використовуючи декілька членів полінома низького порядку і обов'язково додатково один член високого порядку [2].

У загальному випадку при  $n$  експериментально знятих точках ХН можна побудувати апроксимуючий поліном степені  $m < n$ , який матиме вигляд

$$B(H) = \sum_{i=1}^m a_i H^i. \quad (12)$$

Для визначення найкращих коефіцієнтів  $a_1, a_2, \dots, a_m$  полінома (12), наприклад, за методом найменших квадратів, треба розв'язати систему з  $m$  рівнянь наступного вигляду:

$$\sum_{k=1}^m a_k \left[ \sum_{i=1}^n H_i^{k+j} \right] = \sum_{i=1}^m B_i H_i^j, \quad (13)$$

де  $j = 1 \dots m$  – порядковий номер рівняння в системі.

У випадку, якщо після апроксимації ХН сума квадратів відхилень досить велика, то апроксимуючу формулу пропонуємо уточнити деяким сталим коефіцієнтом, який згідно з [5] рівний середньому значенню суми відхилень, тобто

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ B_i - \sum_{j=1}^m a_j H_i^j \right].$$

Значення уточненого емпіричного полінома запишемо як

$$B(H) = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i H^i. \quad (14)$$

Також для побудови емпіричних поліномів для апроксимації ХН можна використовувати метод середніх. Він є дещо простішим у своїй реалізації в порівнянні з методом найменших квадратів, проте точність визначення коефіцієнтів у нього нижча.

Для контролю точності емпіричних апроксимацій можна використати такі характеристики [12]:

- максимальна відносна похибка методу апроксимації в точці, тобто

$$\Delta_1 = \max_{i=1, \dots, n} |y_i - f(x_i)|; \quad (15)$$

- середнє відхилення методу апроксимації на відрізку апроксимації, тобто

$$\Delta_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - f(x_i)|. \quad (16)$$

Для кількісної оцінки точності розглянутих апроксимуючих формул використаємо криву намагнічування магнітопроводу ТС марки сталі М6Х кращої якості (рис. 1). На рис. 3 зображена загальна картина апроксимації. На рис. 4 та 5 окремо у збільшеному вигляді для більш точного аналізу зображено ділянки апроксимованих ХН за рис. 3.

На рис. 4 та 5 кривій 1 належить апроксимація арктангенсом з лінійним коефіцієнтом за формулою (9); кривій 2 – апроксимація гіперболічним синусом з лінійним коефіцієнтом за формулою (11); кривій 3 – кусково-лінійна інтерполяція за формулою (1); кривій 4 – інтерполяція параболічним сплайном за формулою (6); кривій 5 – інтерполяція кубічним сплайном за формулою (8); кривій 6 – інтерполяція алгоритмом Флоатера-Хормана за формулою (4).

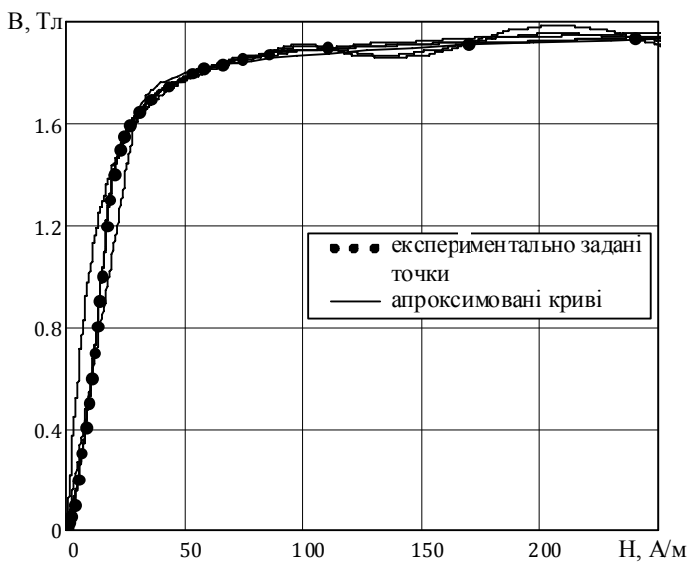


Рис. 3

З рис. 4 та 5 можна зробити наступні висновки. Формули (9) та (11) варто використовувати тільки для наближених розрахунків, їхня основна перевага – це простота апроксимації, але, як видно, точність тут значно падає. Наприклад, використовуючи формули (15) та (16) для кривої 1, отримаємо значення похибок  $\Delta_1 = 0,492$  Тл,  $\Delta_2 = 0,146$  Тл. Це означає,

що в деякій області при вхідному параметрі  $H$  ми помилились у значенні  $B$  на 0,492 Тл, а в загальному будемо працювати з середньою похибкою 0,146 Тл. Аналогічно для кривої 2 такі

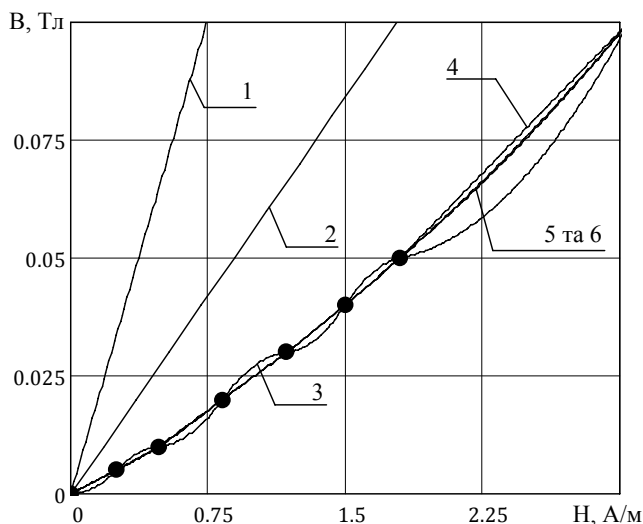


Рис. 4

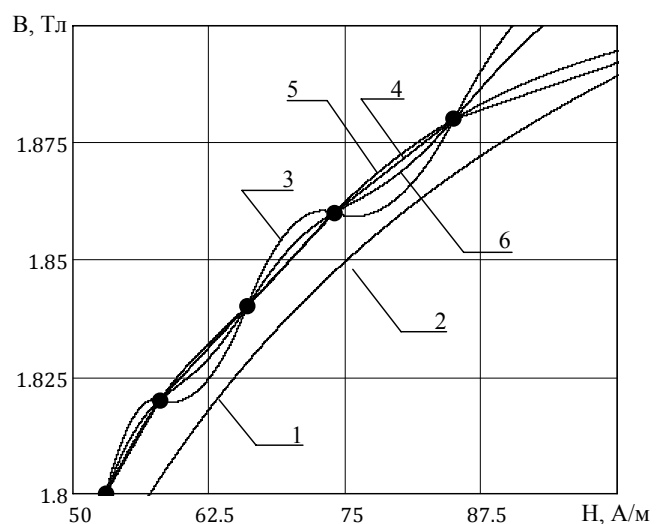


Рис. 5

похибки становлять  $\Delta_1 = 36,533$  А/м,  $\Delta_2 = 6,39$  А/м. Формули (9) та (11) можуть широко застосовуватись для аналізу ТС типів TPX, TPY, TPZ [15], в яких реальні криві намагнічування є більш прямолінійними через наявність зазорів та надрізів у магнітопроводі.

Кусково-лінійна інтерполяція є досить ефективною і не потребує ніяких складних машинних затрат для своєї реалізації, дає досить непогану точність, проте її не можна використовувати в задачах, де необхідні значення неперервних похідних. Таку апроксимацію за наявності значної кількості точок ХН можна застосовувати для аналізу перехідних процесів у ТС за однозначною кривою чи при проектуванні ТС.

Розглянемо апроксимацію сплайнами. На рис. 4 та 5 можна побачити, що крива 4 має значні осциляції. Це означає, що параболічний сплайн використовувати для апроксимації ХН не варто. Інша справа кубічний сплайн (крива 5), який інтерполіює ХН надзвичайно точно. Враховуючи, що за такої інтерполяції є можливість визначити неперервну першу та другу похідні, її можна використовувати в багатьох задачах аналізу та проектування ТС. Єдиний недолік – це затрати пам'яті комп'ютерних засобів, оскільки потрібно зберігати значення чотирьох масивів коефіцієнтів та масив аргументу. Слід зазначити, що при аналізі груп ТС порядок таких масивів значно зростає, а це в свою чергу ще більше ускладнить аналіз процесів у струмових колах РЗ.

Інтерпольована крива за алгоритмом Флоатера-Хормана (крива 6) на рис. 4 з високою точністю співпадає з кубічним сплайном, але з рис. 5 видно, як вона починає осцилювати. Хоча поліноміальну апроксимацію за формулою (12) не представлено на рис. 3–5, проте при аналізі апроксимована крива поводить себе аналогічно. Як згадувалось раніше, це відбувається через різку зміну аргументу ХН.

Алгоритм Флоатера-Хормана є досить ефективним з точки зору нескладних обчислень, реалізації та економії пам'яті в порівнянні з кубічними сплайнами. Тому для уникнення осциляцій пропонуємо розбити ХН на дві частини: одна – від початку координат до початку лінійної ділянки недалеко за "коліном", а друга – від кінця першої частини до області максимальних насичень. Таким чином, розділимо криву на дві практично лінійні ділянки, що в свою чергу забезпечить більш плавний перехід похідних і унеможливить осциляції. Відповідно така задача буде зводитись до пошуку точки  $m$  за "коліном" ХН. Як критерій пошуку можна використати різку зміну значень  $H$  або  $B$ . Блок-схеми алгоритмів розрахунку коефіцієнтів та апроксимації ХН зображено на рис. 6. За цими блок-схемами розроблено алгоритми, апроксимація за допомогою яких зображена на рис. 7.



Рис. 6

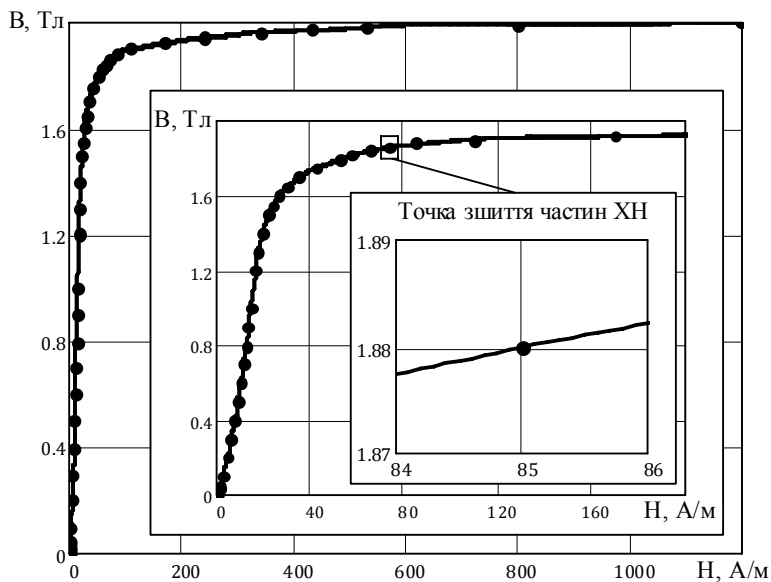


Рис. 7

точно. Слід зазначити, що таку апроксимацію можна й оптимізувати, тобто знайти мінімальну кількість точок для точної апроксимації, це в свою чергу зменшить розмірності вхідних масивів даних.

**Висновки.** На основі огляду і оцінювання різних способів апроксимації представлено рекомендації з вибору оптимального способу апроксимації ХН ТС залежно від кількості вхідної інформації та характеру розв'язуваної задачі.

Удосконалено емпіричну формулу апроксимації ХН гіперболічним синусом шляхом введення в апроксимуючу формулу лінійного коефіцієнта, який впливає на нахил ХН до осі абсцис. Це забезпечує можливість опису ХН однією формулою та підвищення точності апроксимації.

Розроблено алгоритм апроксимації ХН ТС, що полягає в пошуку точки розбиття ХН, яка характеризується різкою зміною аргументу, на дві ділянки та послідовному застосуванні до кожної з них алгоритму Флоатера-Хормана. Розробленому алгоритму властива висока точність апроксимації, співрозмірна з точністю апроксимації кубічними сплайнами, але менший обсяг і простота обчислень, відсутність осциляцій та можливість отримання похідних другого порядку.

Запропоновані формули, алгоритм і рекомендації можуть бути використані при апроксимації ХН інших електротехнічних пристроїв з феромагнітними магнітопроводами.

1. Афанасьев В.В., Адоньев Н.М., Жалалис Л.В. Трансформаторы тока. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1989. – 416 с.
2. Бамбас А.М., Савиновский Ю.А., Ганциовская А.С. Определение оптимального степенного полинома для аппроксимации основной кривой намагничивания // Изв. вуз. Электромеханика. – 1966. – № 12. – С. 1293–1296.
3. Бессонов Л.А. Электрические цепи со сталью. – М.: Госэнергоиздат, 1948. – 345 с.
4. Власов В.Н. Исследование влияния технологии изготовления трансформаторов тока на характеристики намагничивания магнитопроводов // Техн. электродинамика. – 1982. – № 7. – С. 90–94.
5. Демидович Б.П., Марон Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. – М.: Главн. ред. физ.-мат. лит. изд-ва "Наука", 1967. – 368 с.
6. Казанский В.Е. Трансформаторы тока в схемах релейной защиты. – М.: Энергия, 1969. – 184 с.
7. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Главн. ред. физ.-мат. лит. изд-ва "Наука", 1978. – 512 с.
8. Кузовлева Ф.Я., Пеккер И.И. Аппроксимация кривых намагничивания при расчетах на ЭЦВМ // Изв. вуз. Электромеханика. – 1965. – № 6. – С. 611–614.
9. Маляр В., Маляр А., Гречин Д. Апроксимація характеристик намагнічування електротехнічних сталей // Теоретична електротехніка. – 2004. – № 57. – С. 78–85.
10. Михайлов С.И., Литвинцев А.А. Аппроксимация экспериментальных кривых намагничивания с помощью рациональных функций // Дефектоскопия. – 1995. – № 6. – С. 52–55.

З рис. 7 видно, що після поділу ХН на дві частини за допомогою алгоритму Флоатера-Хормана вдалося досить точно апроксимувати ХН. Відносно найбільш точного кубічного сплайну (рис. 4, 5, крива 5) значення похибок становлять  $\Delta_1 = 0,0095$  Тл,  $\Delta_2 = 0,0005$  Тл. Аналогічні розрахунки було проведено для декількох ХН магнітопроводів ТС, виконаних з різних марок сталі [1,13]. Такі характеристики задані різною кількістю точок, але за допомогою алгоритмів, представлених на рис. 6, вдалося їх апроксимувати досить



11. Носач В.В. Решение задач аппроксимации с помощью персональных компьютеров. – М.: МИКАП, 1994. – 382 с.
12. ДСТУ ГОСТ 7746-2003. Трансформатори струму. Загальні технічні вимоги. – К.: Держспоживстандарт України. – 2003. – 30 с.
13. РД 153-34.0-35.301-2002. Инструкция по проверке трансформаторов тока, используемых в схемах релейной защиты и измерения.
14. Floater M. S., Hormann K. Barycentric rational interpolation with no poles and high rates of approximation [Electronic resource]. – 2005. – Available from: <http://cgvr.cs.unibremen.de/papers/hormann/Floater.2007.BRI.pdf>.
15. IEC 60044-1. Current transformers.
16. Nishikawa H. Accurate piecewise linear continuous approximations to one-dimensional curves: error estimates and algorithms [Electronic resource]. – 2005. – Available from: [http://www.cfdnotes.com/cfdnotes\\_oned\\_node\\_algorithm.pdf](http://www.cfdnotes.com/cfdnotes_oned_node_algorithm.pdf).

УДК 621.314.2

**В.И. Паньків**<sup>1</sup>, инж., **Е.Н. Танкевич**<sup>2</sup>, докт. техн. наук, **Н.Н. Лутчин**<sup>3</sup>, асп.

1, 2 – Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина

3 – Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт",

пр. Победы, 37, Киев-56, 03056, Украина

#### **Аппроксимация характеристик намагничивания трансформаторов тока**

*Проведены обзор и оценка способов аппроксимации характеристик намагничивания магнитопроводов трансформаторов тока с точки зрения правомерности их применения при математическом моделировании трансформаторов тока в зависимости от характера решаемых задач. Приведен пример аппроксимации характеристики намагничивания магнитопровода трансформатора тока несколькими способами и сделан их сравнительный анализ по точности и простоте реализации. Предложенный алгоритм аппроксимации характеристик намагничивания трансформаторов тока, основанный на использовании алгоритма Флоатера-Хормана, адаптирован к задачам моделирования трансформаторов тока. Библ. 16, рис. 7.*

**Ключевые слова:** характеристика намагничивания, аппроксимация, трансформатор тока.

**V.I. Pan'kiv**<sup>1</sup>, **E.M. Tankevych**<sup>2</sup>, **M.M. Lutchyn**<sup>3</sup>

1, 2 – Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,

Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

3 – National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",

Peremogy, 37, Kyiv-56, 03056, Ukraine

#### **Approximation of magnetization curve of current transformers**

*This work presents an overview and estimation of approximation approaches to the magnetization characteristics of the magnetic core of current transformers in terms of appropriateness of using them in mathematical modeling of current transformers depending on the nature of problems to solve. There are examples of approximation of magnetization characteristics of a current transformer magnetic core made in several different ways and a comparative analysis of the accuracy and ease of their implementation is carried out. The proposed method of approximation of magnetization characteristics of the current transformer magnetic core based on the Floater-Hormann algorithm has been adapted by the author for modeling the problems of current transformers. References 16, figures 7.*

**Key words:** magnetization curve, approximation, current transformer.

Надійшла 28.08.2013

Received 28.08.2013