## УДК 621.365.5

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА И ПЛАВЛЕНИЯ ПРОВОДЯЩИХ ЗАГОТОВОК С УЧЕТОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ТОКА В ВИТКАХ ИНДУКТОРА

# А.А. Щерба, чл.-корр. НАН Украины, А.Д. Подольцев, докт. техн. наук, И.Н. Кучерявая,

докт. техн. наук Институт электродинамики НАН Украины, пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина e-mail: podol@ied.org.ua

Представлены новые научные результаты отдела электропитания технологических систем Института электродинамики НАН Украины, полученные на основе комплексных исследований мультифизических процессов в установке высокочастотного индукционного нагрева и плавления заготовок из благородных металлов. Разработаны математическая модель и методика численного расчета связанных электромагнитного, теплового и гидродинамического процессов в установке с учетом неравномерного распределения плотности тока в массивных витках индуктора. В результате компьютерного моделирования показано, что для обеспечения эффективного преобразования электрической энергии в тепловую при нагреве и плавлении заготовки частота тока в индукторе должна превышать определенное пороговое значение (20 кГц), а амплитуда тока – принимать максимально допустимое по условию нагрева индуктора значение. Библ. 7, рис. 8, таблица. Ключевые слова: мультифизические задачи, высокочастотный индукционный нагрев, расплавленный металл, электромагнитное перемешивание, компьютерное моделирование.

**Введение.** Индукционный нагрев широко применяется в различных технологических процессах, в том числе в металло- и термообработке проводящих сред [1, 7]. Преимуществом индукционного нагрева является возможность достижения высокой температуры в нагреваемом материале, вплоть до его температуры плавления, а также обеспечение равномерного распределения температуры в объеме материала, используя при этом одну из самых доступных форм энергии – электрическую.

Основы численного расчета электромагнитных и тепловых процессов при индукционном нагреве изложены, например, в работах [4, 7]. Исследование процессов индукционного нагрева на высокой частоте проведено в работах [2, 5]. Подходы к моделированию движения расплавленного материала под воздействием электромагнитной силы описаны в [3]. В этих работах используются, как правило, приближенные модели для индуктора, полагая, что плотность тока распределена равномерно по сечению его витков или равномерно по глубине скин-слоя в его массивных витках. При этом величина электрического КПД, учитывающая потери электроэнергии как в индукторе, так и в нагреваемой заготовке, рассчитывается приближенно.

Целью данной работы является проведение численного расчета и анализа основных физических процессов при высокочастотном индукционном нагреве и плавлении проводящей заготовки, находящейся в керамическом тигле, с детальным учетом распределения плотности тока в массивных витках индуктора. Рассматриваются связанные между собой электромагнитные, тепловые и гидродинамические процессы (при достижении режима плавления заготовки) в активной зоне индукционной установки. Исследуются особенности проявления скин-эффекта и эффекта близости в массивных витках индуктора в широком диапазоне изменения частоты протекающего в них тока (1...100 кГц) и влияния этих эффектов на величину электрического КПД установки.

Постановка задачи и ее математическая модель. В работе исследуются основные физические процессы, протекающие в зоне нагрева экспериментальной индукционной установки, разработанной в отделе электропитания технологических систем Института электродинамики НАН Украины и предназначенной для плавки небольших объемов благородных металлов применительно к задачам стоматологии (рис. 1 *a*). Установка содержит источник

<sup>©</sup> Щерба А.А., Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н., 2015

питания мощностью до 2 кВт частотой 20...100 кГц, водоохлаждаемый индуктор, состоящий из шести витков, выполненных из медной трубки, и керамический тигель с нагреваемой заготовкой, помещаемый внутрь индуктора. Конструкции индуктора и тигля близкие к осесимметричным, что позволяет рассматривать модель системы индукционного нагрева как двумерную в цилиндрической системе координат r0z (рис. 1  $\delta$ ).

Далее, представим математическую модель основных физических процессов, протекающих при нагреве и плавлении заготовок в описанной установке.

Электромагнитные процессы в



индукторе и заготовке. Предполагается, что в каждом витке протекает известный по величине гармонической ток, создаваемый внешним источником питания. Электромагнитные процессы в индукционной системе описываются следующей системой дифференциальных уравнений относительно комплексного векторного магнитного потенциала, имеющего единственную составляющую  $\dot{\mathbf{A}} = (0, \dot{A}_{\omega}, 0)$ :

$$j\omega\sigma\dot{\mathbf{A}} + \nabla \times (\mu_0^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) = 0$$
, в области заготовки и тигля; (1)

$$(j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon_0) \dot{\mathbf{A}} + \nabla \times (\mu_0^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) = \sigma \dot{U}_i / (2\pi r)$$
  
в области индуктора; (2)

$$\dot{I} = \int_{S_i} \dot{J}_{\phi} dS, \quad \dot{J}_{\phi} = -j\omega\sigma \dot{A}_{\phi} + \sigma \dot{U} / (2\pi r)$$

$$\nabla \times (\mu_0^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) = 0, \text{ в тигле и окружающей среде.}$$
(3)

В системе уравнений (1)...(3):  $\sigma$  – электропроводность материала (зависимость электропроводности от температуры не учитывается);  $\omega$  – угловая частота; j – мнимая единица;  $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \, \Phi/\text{M}$  – соответственно магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума;  $\dot{I}$  – ток, протекающий по каждому витку индуктора (считается заданной величиной);  $\dot{J}_{\phi}$  – плотность тока в индукторе; r – радиальная координата;  $S_i$  – площадь по меди поперечного сечения *i*-го витка индуктора;  $\dot{U}_i$  – первоначально неизвестное электрическое напряжение, приложенное к *i*-му витку индуктора, вычисляется согласно выражениям

для тока 
$$\dot{I}$$
 и плотности тока  $\dot{J}_{\phi}$  в (2) как

$$\dot{U}_{i} = \frac{\dot{I} + \int j\omega\sigma \dot{A}_{\varphi} \, dS_{i}}{\sigma \int S_{i}}, i = 1...6.$$

Комплексная величина полного напряжения, приложенного к индуктору, определяется как сумма напряжений на его шести витках:

$$\dot{U}_{_{\rm UHJ}} = \sum_{i=1}^{6} U_i$$
 .

Величина этого напряжения учитывается при разработке источника питания и расчете активной и реактивной мощностей, потребляемых системой "индуктор – заготовка". Величина

зависящего от частоты эквивалентного комплексного сопротивления этой системы определяется как  $Z = \dot{U}_{_{\rm HHI}} / \dot{I}$ .

В качестве граничных условий задачи (1)...(3) задавались условие симметрии на оси *Oz* (рис. 1 б) и условие магнитной изоляции на внешних границах –  $\dot{A}_0 = 0$ .

*Тепловой процесс в заготовке.* Математическая модель нестационарного теплового процесса индукционного нагрева заготовки включает следующее дифференциальное уравнение:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot \lambda \nabla T = \begin{cases} Q, & \text{в области заготовки,} \\ 0, & \text{в остальных областях.} \end{cases}$$
(4)

Отметим, что передачей тепла за счет конвекции и излучения пренебрегалось из-за относительно малого вклада этих механизмов по сравнению с передачей за счет теплопроводности.

В уравнении (4):  $\rho = \rho(T)$ ,  $C_p = C_p(T)$ ,  $\lambda = \lambda(T)$  – плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность материала соответствующей среды, зависящие от температуры; Q – удельная мощность источника тепла, обусловливающая индукционный нагрев заготовки наведенными токами и определяемая формулой

$$Q = \frac{j \cdot j^*}{\sigma} = \omega^2 \sigma (\dot{A}_{\varphi} \cdot A_{\varphi}^*), \qquad (5)$$

где  $\dot{J} = -j\omega\sigma\dot{A}_{\phi}$  – действующее значение плотности наведенного тока в объеме заготовки;  $\dot{A}_{\phi}^{*}$  – комплексно-сопряженное значение магнитного потенциала.

Отметим, что электромагнитная и тепловая задачи связаны посредством джоулева тепла, определяемого по формуле (5).

Для тепловой задачи принималось граничное условие Неймана  $\partial T / \partial r = 0$  на оси симметрии (граница Oz); в области водоохлаждаемого индуктора температура полагалась равной 70 °C; на внешних границах расчетной области (рис. 1 б) задавалось условие теплообмена с окружающей средой вида  $-\lambda \partial T / \partial \mathbf{n} = k(T - T_0)$ , где k – коэффициент теплоотдачи;  $T_0$  – температура окружающей среды;  $\mathbf{n}$  – вектор внешней нормали к границе.

Гидродинамический процесс в расплавленной заготовке. В общем случае реализуется режим нагрева заготовки и ее последующего плавления. С точки зрения технологии получения различных сплавов представляет интерес оценить эффективность перемешивания расплавленного металла под действием электромагнитных сил. При расчете гидродинамических процессов в объеме расплава полагалось, что расплав является ньютоновской вязкой несжимаемой жидкостью, а его течение – ламинарное.

Процессы движения расплавленного металла в керамическом тигле описываются уравнениями сохранения количества движения (уравнением Навье-Стокса)

$$\rho(\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \eta(\nabla\mathbf{v} + (\nabla\cdot\mathbf{v})^T) - (2\eta/3)(\nabla\cdot\mathbf{v})\mathbf{I}] + \mathbf{F}, \qquad (6)$$

и сохранения массы или уравнением неразрывности

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \,. \tag{7}$$

В системе (6), (7) неизвестными величинами являются **v** – вектор скорости металла и p – давление. Приняты также обозначения:  $\eta$  – динамическая вязкость;  $\rho$  – плотность расплавленного материла; **I** – единичный тензор; **F** – объемная плотность электромагнитной силы (силы Лоренца) в расплавленном материале, средняя за время  $T = 2\pi/\omega$ , компоненты которой определяются выражениями

$$F_r = 0, 5 \cdot \operatorname{Re}(\dot{J}_{\oplus} \cdot \dot{B}_z^{\dagger}); \quad F_z = -0, 5 \cdot \operatorname{Re}(\dot{J}_{\oplus} \cdot \dot{B}_r^{\dagger}).$$

Здесь  $\dot{B}_r$ ,  $\dot{B}_z$  – составляющие магнитной индукции; Re – действительная часть комплексной величины; символом "\*" обозначена комплексносопряженная величина.

Гидродинамическая задача определялась только для области заготовки при условии достижения температуры плавления материала. В качестве граничных условий на оси r = 0 задавалось условие осевой симметрии, а на границах тигля — условие твердых стенок.

Связанные задачи расчета электромагнитного поля (1)...(3), температурного поля (4), (5) и поля течения расплавленного материла (6), (7) с учетом приведенных граничных условий и начальных условий вида

$$A_{\varphi}|_{t=0} = 0$$
,  $T|_{t=0} = T_0$ ,  $\mathbf{v}|_{t=0} = 0$ ,  
 $p|_{t=0} = 0$ 

решались методом конечных элементов в вычислительной среде программы *Comsol* [6].

Результаты компьютерных расчетов. Исходные данные для расчетов приведены в таблице. Результаты численного моделирования представлены на рис. 2–8.

Характеристики	Значения
Размеры тигля:	
материал	Керамика
высота, мм	40
ширина по дну / верху, мм	30 / 35
толщина стенки, мм	5
высота наполнения, мм	37
Параметры индуктора – медная водоохлаждаемая трубка:	
число витков	6
внутренний диаметр, мм	2
внешний диаметр, мм	4
расстояние между витками, мм	3
ток в витках, А	200
частота тока, кГц	1 - 100
Параметры заготовки – золото:	
электропроводность, См/м	$42 \cdot 10^{6}$
плотность, кг/м <sup>3</sup>	19320
теплоемкость, Дж/(кг·К)	132
теплопроводность, Вт/(м·К)	320
температура плавления, <sup>0</sup> С	1064
эффективная вязкость расплава, Па·с	0,04
Параметры тепловой задачи:	
температура окружающей среды, <sup>0</sup> С	20
коэффициент теплоотдачи с внешних границ, Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	2

Распределения в расчетной области магнитного потенциала  $A_{\varphi}$ , магнитной индукции |**B**| и вектора **B** в виде стрелок при частоте тока индуктора f = 100 кГц показаны на рис. 2.

Видно, что магнитное поле концентрируется вблизи индуктора и внешней поверхности заготовки.

Плотность тока в витках индуктора и наведенного тока в обрабатываемом материале





зависит от частоты тока в индукторе. Это иллюстрируют данные рис. 3, где показаны распределения  $|\dot{\mathbf{J}}|$  при частоте f = 10 кГц (рис. 4 *a*), 20 кГц (рис. 4 *б*) и 100 кГц (рис. 4 *в*).

При низкой частоте – 10 кГц распределение плотности тока по сечению каждого витка медной трубки индуктора приблизительно равномерное. С ростом частоты плотность тока концентрируется на внутренних поверхностях витков. При одном и том же интегральном токе в каждом витке индуктора максимальное значение плотности тока в витках составляет  $37,3/\sqrt{2}$ ,  $153/\sqrt{2}$  и  $475/\sqrt{2}$  А/мм<sup>2</sup> соответственно при частоте 10, 20 и 100 кГц.

На рис. 4 даны графики изменения в зависимости от частоты тока в индукторе f следующих характеристик процесса энергопреобразования: мощности, выделяемой в заготовке  $P_{\text{заг}}$  и в индукторе  $P_{\text{инд}}$  (рис. 4 *a*); электрического КПД индукционного нагрева  $\eta = P_{\text{заг}} / (P_{\text{инд}} + P_{\text{заг}})$  (рис. 4 *б*); времени  $t_{|_{nn}}$ , необходимого при выбранной частоте для нагрева заготовки до температуры плавления  $T_{nn}$  (рис. 4 *в*); электрической энергии  $W = (P_{\text{заг}} + P_{\text{инд}}) \cdot t_{|_{T=T_{nn}}}$ , необходимой для нагрева заготовки до температуры  $T_{nn}$ . Отметим, что при частоте ниже 20 кГц температура  $T_{nn}$  в материале заготовки не достигается.

Из приведенных результатов можно заключить следующее.





зительно одинаковы, поэтому с ростом частоты потери в них возрастают в равной степени (см. рис. 4 *a*), а величина КПД при частоте >10 кГц слабо зависит от частоты (рис. 4  $\delta$ ).

Из рис. 4 б следует, что существует пороговая частота, ниже которой эффективность энергопреобразования оказывается невысокой. При относительно низкой частоте (менее 10 кГц) величина КПД снижается, так как сопротивление индуктора в этом диапазоне слабо зависит от частоты (плотность тока распределена практически равномерно по толщине медной трубки), а сопротивление заготовки снижается с уменьшением частоты из-за увеличения толщины скин-слоя в заготовке.

С ростом частоты увеличивается потребляемая индуктором мощность и снижается время, за которое заготовка расплавляется (см. рис. 4 *в*). При частоте < 20 кГц температура заготовки из-за малой потребляемой мощности не достигает температуры  $T_{nn}$  и в системе устанавливается баланс мощности при меньшей темпе-

ратуре (когда электрическая мощ-



ность, передаваемая в заготовку, вся рассеивается в виде тепла в окружающуюся среду и в индукторе).

С ростом частоты снижается величина потребленной электрической энергии, расходуемой системой на плавления заготовки данного объема (рис. 4 г). Это связано с тем, что при быстром нагреве за счет большей электрической мощности, меньшее количество тепловой энергии успевает за это время перейти в окружающую среду – преимущественно в объем индуктора, где она расходуется на нагрев воды. Следовательно, с точки зрения экономии электроэнергии можно рекомендовать режим плавки с частотой > 20 кГц и с выбором максимально большого тока в индукторе, определяемого источником питания и объемом охлаждаемой воды, протекающей по виткам индуктора в единицу времени.

Распределение температурного поля в цвете и в виде контурных линий при достижении  $T_{nn} = 1064$  <sup>0</sup>C и при частоте тока в индукторе f = 100 кГц показано на рис. 5. На вставке справа показан график изменения во времени температуры заготовки. Видно, что в этом режиме плавление материала начинается спустя 540 с от начала процесса нагрева. Весь объем материала заготовки нагревается практически равномерно из-за высокой теплопроводности материала заготовки. Данные рисунка показывают, что наибольший поток тепла от заготовки проходит по стенкам тигля в направлении индуктора, в котором тепловая энергия уносится с потоком воды в его медных трубках.

На рис. 6 показаны кривые изменения во времени температуры в центре заготовки при различной частоте тока в индукторе: f = 10, 20 и 100 кГц. Как видно, с увеличением частоты в основном за счет увеличения потребляемой мощности уменьшается время, необходимое для нагрева заготовки до температуры плавления  $T_{nn}$ . На низкой частоте (менее 20 кГц) материал заготовки не расплавляется.

На рис. 7 для частоты тока в индукторе  $f = 100 \text{ к}\Gamma$ ц показано распределение в сечении заготовки и индуктора объемной плотности электромагнитной силы **F** : стрелками слева и в цвете в выделенных фрагментах справа (рис. 7 *a*). Поле скорости движения расплава отображено в виде стрелок (рис. 7 *б*) и линиями потока (рис. 7 *в*). Под действием электромагнитных сил в расплавленном металле возникает вихревое движение, обеспечивающее его интенсивное перемешивание. Максимальная величина скорости при этом достигает 0,15 м/с. Время, за которое малая порция ме-







талла совершит один полный оборот и вернется в исходное положение, составляет 0,035/0,15 = 0,23 с, где 0,035 м – диаметр тигля.

Для оценки возможности повышения электрического КПД исследуемой установки индукционного нагрева за счет снижения сопротивления витков индуктора исследован случай, когда на витки индуктора наваривается накладка в виде тонкой медной полосы (рис. 8). Распределение магнитной индукции  $|\dot{\mathbf{B}}|$  в активной зоне такого конструктивного исполнения индуктора представлено на рис. 8. Из рисунка видно, что магнитное поле концентрируется в угловых зонах накладки и имеет несколько большие значения  $|\dot{\mathbf{B}}| = 0,077$  T по сравнению со случаем витков без накладки, когда  $|\dot{\mathbf{B}}| = 0,069$  T (рис. 2 б). При этом наблюдается увеличение электрического КПД нагрева в диапазоне от 5 до 2 % соответственно для частоты f,

изменяемой от 1 до 100 кГц (рис. 4 б).

Заключение. Разработаны математическая модель и методика расчета электромагнитных, тепловых и гидродинамических процессов в установке индукционного нагрева и плавки благородных металлов. Особенностью данного подхода является учет неравномерности распределения плотности тока по сечению каждого витка индуктора, что позволяет уточненно рассчитывать потери в индукторе в широком диапазоне изменения частоты (1...100 кГц), а значит, и величину электрического КПД индуктора.

По результатам проведенных компьютерных расчетов показано, что в случае плавки металла с высокой электропроводностью (в рассматриваемом случае плавки золота), существует пороговое значение частоты (около 10 кГц), выше которой величина электрического КПД с ростом частоты практически не изменяется. Установлено, что с точки зрения снижения затрат электрической энергии на одну плавку определенной порции металла необходимо реализовывать форсированный режим нагрева с максимально большой электрической мощностью, подаваемой в индуктор, и выбирать при этом частоту тока не менее 20 кГц.

- 1. *Бабат Г.И.* Индукционный нагрев металлов и его промышленное применение. М.–Л.: Энергия , 1965. 552 с.
- 2. Васецкий Ю.М., Мазуренко И.Л. Параметры электромагнитных и тепловых процессов для приближенных математических моделей высокочастотного индукционного нагрева электропроводных лент // Техн. електродинаміка. 2010. № 5. С. 10–17.

- 3. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Элементы теории и численного расчета электромагнитных процессов в проводящих средах. К.: Ин-т электродинамики НАН Украины, 1999. 363 с.
- 4. Слухоцкий А.Е., Рыскин С.Е. Индукторы для индукционного нагрева. Л.: Энергия, 1974. 264 с.
- 5. Шидловский А.К., Щерба А.А., Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н., Золотарев В.М. Индукционный нагрев сегментированной токопроводящей жилы силового кабеля на этапе его изготовления // Техн. електродинаміка. 2009. № 1. С. 53–60.
- 6. COMSOL multiphysics modeling and simulation software http://www.comsol.com/
- 7. Rudnev V., Loveless D., Cook R., Black M. Handbook of induction heating. Marcel Dekker, Inc., 2003. 800 p.

### УДК 621.365.5

**А.А. Щерба,** чл.-кор. НАН України, **О.Д. Подольцев,** докт. техн. наук, **І.М. Кучерява,** докт. техн. наук Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

#### Дослідження процесів високочастотного нагріву та плавлення провідних заготовок з урахуванням розподілення густини струму у витках індуктора

Представлено нові наукові результати відділу електроживлення технологічних систем Інституту електродинаміки НАН України, отримані на основі комплексних досліджень мультифізичних процесів в установці високочастотного індукційного нагріву і плавлення заготовок з благородних металів. Розроблено математичну модель і методику чисельного розрахунку пов'язаних електромагнітного, теплового та гідродинамічного процесів в установці з урахуванням нерівномірного розподілу густини струму в масивних витках індуктора. В результаті комп'ютерного моделювання показано, що для забезпечення ефективного перетворення електричної енергії в теплову при нагріванні та плавленні заготовки частота струму в індукторі повинна перевищувати певне порогове значення (20 кГц), а амплітуда струму – приймати максимально допустиме за умовою нагріву індуктора значення. Бібл. 7, рис. 8, таблиця.

Ключові слова: мультифізичні задачі, високочастотний індукційний нагрів, розплавлений метал, електромагнітне перемішування, комп'ютерне моделювання.

#### A.A. Shcherba, A.D. Podoltsev, I.N. Kucheriava

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,

Peremohy, 56, Kyiv-57, Ukraine

#### Study of high-frequency induction heating and melting of conducting workpieces taking into account the nonuniform current density in inductor windings

The paper presents new scientific findings, attained in the department No. 16 of the Institute of Electrodynamics by studying the multiphysics processes in the induction plant intended for high-frequency heating and melting the pieces of precious metals. The mathematical model and numerical technique for computations of coupled electromagnetic, thermal and hydrodynamic processes in the plant are developed taking into account the non-uniform current density distribution in solid windings of inductor. As a result of computer modeling, it is shown that for effective electrical energy conversion into heat during heating and melting of the workpieces, the current frequency of inductor should exceed a certain threshold (20 kHz), and the current amplitude should take a maximum permissible value on the condition of inductor heating. References 7, figures 8, table.

**Key words:** multiphysics problems, high-frequency induction heating, molten metal, electromagnetic stirring, computer modeling.

Надійшла 12.05.2015 Received 12.05.2015