

УДК 621.316.11:621.67

УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ПОМПОВОЇ СТАНЦІЇ

В.Г. Лисяк, П.Ф. Гоголюк, канд. техн. наук
Національний університет "Львівська політехніка",
вул. Степана Бандери, 12, Львів-13, 79013, Україна
E-mail: lwg@ukr.net, pfg@rambler.ru

Створено узагальнену математичну модель усталених режимів електропостачальної системи помпової станції з відцентровими помповими агрегатами. Помпова станція представлена узагальненою структурною схемою з поділом на електропостачальну систему та групу помпових агрегатів з гідравлічною мережею, між якими наявні електричний, механічний і гідравлічний зв'язки. Сформовано матрицю Якобі такої математичної моделі. Адаптовано диференціальний метод пошуку нульових наближень нелінійної системи скінченних рівнянь математичної моделі електропостачальної системи у формі h -характеристик. Бібл. 9, рис. 2.

Ключові слова: електропостачальна система, помпова станція, математична модель, усталений режим, нульове наближення, диференціальний метод.

Вступ. Значна потужність одиничних агрегатів помпових станцій (ПС) і їхня віддаленість від джерел живлення спричиняють як взаємний вплив окремих агрегатів один на одного, так і взаємний вплив ПС у цілому й на її електропостачальну систему (ЕПС). Більшість наявних математичних моделей режимів ЕПС помпової станції містять спрощене представлення їхніх складових, які не враховують повною мірою взаємний вплив між ними. Це зумовлює необхідність декомпозиції досліджуваного об'єкта на декілька підсистем і застосування різних підходів до кожної з них. Часткове вирішення цієї проблеми запропоновано в [4], практична реалізація якої зіштовхнулась з потребами глибшої систематизації й узагальнення. Створення узагальненої математичної моделі, яку можна швидко адаптувати до конкретної конфігурації ЕПС помпової станції, сприятиме вирішенню цих проблем.

Основна частина. З метою досягнення максимально можливої адаптації математичної моделі ЕПС помпової станції до тих чи інших конкретних умов представимо ПС узагальненою структурною схемою, показаною на рис. 1, умовно розділивши її на дві частини: ЕПС й електрично пов'язану з нею групу помпових агрегатів (ПА) з гідромережею. Таке представлення є необхідним у зв'язку з тим, що різні агрегати групи можуть отримувати живлення від одних і тих же шин чи від шин з різним рівнем напруги (наприклад, двигуни підпірної та основної помп мають різні номінальні напруги). Ця інформація стає відомою лише під час аналізу схеми конкретної ПС. Сформувавши математичну модель усталених режимів ЕПС та об'єднавши її за допомогою рівнянь зв'язку з математичною моделлю усталених режимів групи помпових агрегатів, отримаємо узагальнену математичну модель усталених режимів конкретної помпової станції.

Електропостачальна система помпової станції. У загальному випадку ЕПС помпової станції може мати різну наперед невідому конфігурацію. Візьмемо за основу схему ЕПС, зображену на рис. 2. Електропостачальна система живиться від електроенергетичної системи (ЕЕС) з напругою U_C і частотою ω_s через лінію електропересилання (ЛЕП) L_C і знижувальний трансформатор T_C . Обвитка нижчої напруги цього трансформатора приєднана до системи шин підстанції, від якої живиться довільна кількість знижувальних трансформаторів. Обвитка нижчої напруги k -го трансформатора приєднана до відповідної системи шин, до якої у загальному випадку можуть бути приєднані через кабельні ЛЕП: перетворювачі частоти та напруги (ПЧН), ПА, їхні підгрупи чи групи; пристрої поперечної компенсації реактивної потужності (ППК) (зображено у вигляді ємностей); стороннє навантаження (СН) (зображено у вигляді активної та реактивної потужностей). На схемі зображені інші можливі ППК і СН.

Представимо систему рівнянь математичної моделі усталених режимів ЕПС у вигляді рівнянь однотипних ланок і рівнянь загальної частини:

$$\mathbf{f}_{\text{ЕПС}}(\mathbf{X}_{\text{ЕПС}}) = \left(\mathbf{f}_{\text{лан}_1}(\mathbf{X}_{\text{лан}_1}), \dots, \mathbf{f}_{\text{лан}_k}(\mathbf{X}_{\text{лан}_k}), \dots, \mathbf{f}_{\text{ел}_y}(\mathbf{X}_{\text{лан}_y}), \mathbf{f}_{\text{заг}}(\mathbf{X}_{\text{заг}}) \right) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

де $\mathbf{f}_{\text{заг}}(\mathbf{X}_{\text{заг}})$, $\mathbf{f}_{\text{лан}_k}(\mathbf{X}_{\text{лан}_k})$ – відповідно рівняння загальної частини та k -ї ланки ЕПС;

$\mathbf{X}_{\text{ЕПС}} = \left(\mathbf{X}_{\text{лан}_1}, \dots, \mathbf{X}_{\text{лан}_k}, \dots, \mathbf{X}_{\text{лан}_y}, \mathbf{X}_{\text{заг}} \right)_t$ – вектор-стовпець координат режиму ЕПС.



Рис. 1

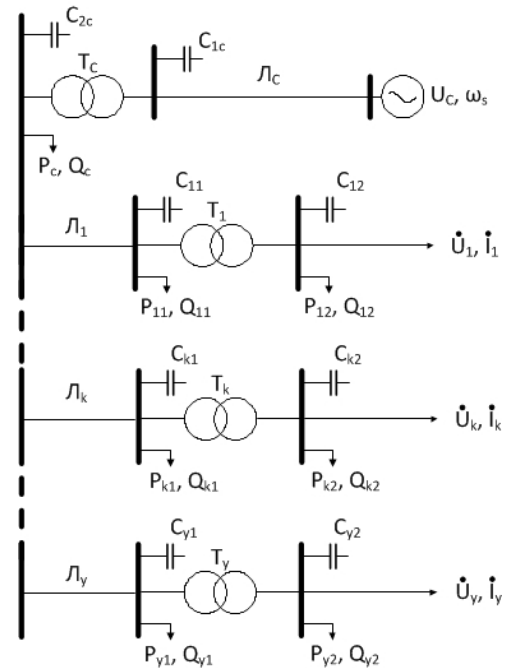


Рис. 2

Зауважимо, що відносне значення частоти напруги ЕПС, яка в загальному випадку входить до зазначених рівнянь, є спільною для всіх рівнянь ЕПС. В усталеному режимі частота ЕПС є сталою. Отже, якщо відносне значення частоти $\omega_{\text{зв}} = 1$, то в записі цих рівнянь її буде усунено. Рівняння k -ї ланки ЕПС формується з рівнянь ЛЕП, ППК, трансформатора та рівнянь СН:

$$\mathbf{f}_{\text{лан}_k}(\mathbf{X}_{\text{лан}_k}) = \left(\mathbf{f}_{\text{Лк}}(\mathbf{X}_{\text{Лк}}), \mathbf{f}_{\text{ПКП}_{k,1}}(\mathbf{X}_{\text{ПКП}_{k,1}}), \mathbf{f}_{\text{нав}_{k,1}}(\mathbf{X}_{\text{нав}_{k,1}}), \mathbf{f}_{\text{Тк}}(\mathbf{X}_{\text{Тк}}) \right) = \mathbf{0}; \quad (2)$$

$$\mathbf{f}_{\text{ПКП}_{k,2}}(\mathbf{X}_{\text{ПКП}_{k,2}}), \mathbf{f}_{\text{нав}_{k,2}}(\mathbf{X}_{\text{нав}_{k,2}}), \mathbf{f}_{\text{зв.ланк}}(\mathbf{X}_{\text{лан}_k}) \Big|_t = \mathbf{0},$$

де $\mathbf{f}_{\text{Лк}}(\mathbf{X}_{\text{Лк}})$, $\mathbf{f}_{\text{ПКП}_{k,1}}(\mathbf{X}_{\text{ПКП}_{k,1}})$, $\mathbf{f}_{\text{ПКП}_{k,2}}(\mathbf{X}_{\text{ПКП}_{k,2}})$, $\mathbf{f}_{\text{Тк}}(\mathbf{X}_{\text{Тк}})$, $\mathbf{f}_{\text{нав}_{k,1}}(\mathbf{X}_{\text{нав}_{k,1}})$, $\mathbf{f}_{\text{нав}_{k,2}}(\mathbf{X}_{\text{нав}_{k,2}})$, $\mathbf{f}_{\text{зв.ланк}}(\mathbf{X}_{\text{лан}_k})$ – відповідно рівняння ЛЕП, компенсувальних пристроїв, трансформатора, стороннього навантаження; $\mathbf{f}_{\text{зв.ланк}}(\mathbf{X}_{\text{лан}_k})$ – рівняння струмів у вузлах приєднання трансформатора за першим законом Кірхгофа. Записані в комплексній формі ці рівняння мають вигляд

$$\dot{I}_{\text{вт}_k} - \dot{I}_{2\text{Лк}} - \dot{I}_{\text{ПКП}_{k,1}} - \dot{I}_{\text{нав}_{k,1}} = 0; \quad (3)$$

$$\dot{I}_{\text{нт}_k} - \dot{I}_{\text{ПКП}_{k,2}} - \dot{I}_{\text{нав}_{k,2}} - \dot{I}_{2k} = 0, \quad (4)$$

де $\mathbf{X}_{\text{лан}_k} = \left(\dot{I}_{1\text{Лк}}, \dot{I}_{2\text{Лк}}, \dot{U}_{\text{нс}}, \dot{U}_{\text{вк}}, \dot{I}_{\text{ПКП}_{k,1}}, \dot{I}_{\text{нав}_{k,1}}, \dot{U}_{k,1}, \dot{I}_{\text{нт}_k}, \dot{I}_{\text{вт}_k}, \dot{\Psi}_{1\text{дт}_k}, \dot{U}_{\text{нк}}, \dot{I}_{\text{ПКП}_{k,2}}, \dot{I}_{\text{нав}_{k,2}}, \dot{I}_{2k}, \dot{U}_{k,2} \right)_t$ – вектор-стовпець координат режиму k -ї ланки ЕПС, сформований із векторів $\mathbf{X}_{\text{Лк}}$, $\mathbf{X}_{\text{ПКП}_{k,1}}$, $\mathbf{X}_{\text{нав}_{k,1}}$, $\mathbf{X}_{\text{Тк}}$, $\mathbf{X}_{\text{ПКП}_{k,2}}$, $\mathbf{X}_{\text{нав}_{k,2}}$; \dot{I}_{2k} – вхідні струми всіх ПЧН агрегатів, що отримують живлення від k -ї ланки.

Зазначимо, що замість напруги початку ЛЕП $\dot{U}_{1\text{Лк}}$ ланки до цього вектора входить спільна для всіх ланок і загальної частини ЕПС напруга обвитки НН знижувального трансформатора. Під час формування вектора $\mathbf{X}_{\text{ЕПС}}$ напруга $\dot{U}_{\text{нс}}$ має бути виключена з усіх векторів $\mathbf{X}_{\text{ланк}}$ ланок.

Рівняння загальної частини ЕПС формується з рівнянь математичної моделі усталених режимів ЛЕП, ППК, трансформатора та СН у вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\text{заг}}(\mathbf{X}_{\text{заг}}) &= \mathbf{0}; \\ \mathbf{f}_{\text{навс}}(\mathbf{X}_{\text{навс}}), \mathbf{f}_{\text{вс}}(\mathbf{X}_{\text{заг}}) &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (5)$$

де $\mathbf{f}_{\text{с}}(\mathbf{X}_{\text{с}})$, $\mathbf{f}_{\text{лс}}(\mathbf{X}_{\text{лс}})$, $\mathbf{f}_{\text{ппкс}_1}(\mathbf{X}_{\text{ппкс}_1})$, $\mathbf{f}_{\text{ппкс}_2}(\mathbf{X}_{\text{ппкс}_2})$, $\mathbf{f}_{\text{тс}}(\mathbf{X}_{\text{тс}})$, $\mathbf{f}_{\text{навс}}(\mathbf{X}_{\text{навс}})$ – відповідно рівняння ЕЕС, ЛЕП, ППК, трансформатора, СН; $\mathbf{f}_{\text{вс}}(\mathbf{X}_{\text{заг}}) = \mathbf{0}$ – рівняння струмів у вузлах приєднання трансформатора за першим законом Кірхгофа:

$$\dot{I}_{\text{тс}} - \dot{I}_{\text{ппкс}_2} - \dot{I}_{\text{навс}} - \dot{I}_{\text{заг}} = 0; \quad (6)$$

$$\dot{I}_{2\text{лс}} - \dot{I}_{\text{ппкс}_1} - \dot{I}_{\text{втс}} = 0; \quad (7)$$

де $\mathbf{X}_{\text{заг}} = (\dot{I}_{\text{с}}, \dot{U}_{\text{с}}, \dot{I}_{2\text{лс}}, \dot{I}_{\text{ппкс}_1}, \dot{I}_{\text{тс}}, \dot{I}_{\text{втс}}, \dot{\Psi}_{\text{тс}}, \dot{U}_{\text{вс}}, \dot{I}_{\text{ппкс}_2}, \dot{I}_{\text{навс}}, \dot{U}_{\text{нс}}, \dot{I}_{\text{заг}}, \dot{U}_{\text{с}})_t$ – вектор-стовпець координат режиму загальної частини ЕПС, сформований з векторів відповідних її елементів; $\dot{I}_{\text{тс}}$, $\dot{I}_{\text{ппкс}_2}$, $\dot{I}_{\text{навс}}$, $\dot{I}_{1\text{лс}}$ – відповідно струми обвитки ВН Тс, ППК С_{2с}, СН, початку ЛЕП k-ї ланки.

Зв'язок між ланками та загальною частиною ЕПС забезпечується рівняннями, складеними на основі першого закону Кірхгофа, у вигляді

$$\mathbf{f}_{\text{лз}}(\mathbf{X}_{\text{ЕПС}}) = \dot{I}_{\text{з}} - \sum_{k=1}^y \dot{I}_{1\text{лк}} = \mathbf{0}. \quad (8)$$

Матриця Якобі рівняння (8) усталених режимів зв'язку ланок і загальної частини формується на загальновідомих основах, а її вигляд залежить від конкретної схеми. Матриця Якобі рівняння (1) усталених режимів ЕПС набуває такого вигляду:

$$\mathbf{W}_{\text{ЕПС}} = \left\| \begin{array}{c|c} \mathbf{diag}(\mathbf{W}_{\text{ланк}}) & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{W}_{\text{заг}} \\ \hline \mathbf{W}_{\text{лз}} & \end{array} \right\|, \quad (9)$$

де $\mathbf{W}_{\text{ланк}}$, $\mathbf{W}_{\text{заг}}$, $\mathbf{W}_{\text{лз}}$ – відповідно матриці Якобі рівнянь k-ї ланки, загальної частини та зв'язку.

Узагальнена математична модель. Зважаючи на те, що схема приєднання ПА до ЕПС наперед невідома, вважається доцільним записати рівняння зв'язку між системою ЕПС і групою ПА в такому вигляді:

$$\dot{U}_{\text{нк}} - \dot{U}_{\text{лпч}_{\text{гк}}} = 0, \quad \mathbf{g}_k = \overline{1}, \mathbf{w}_k, \quad k = \overline{1}, y; \quad (10)$$

$$\dot{I}_{\text{нтк}} - \dot{I}_{\text{ппк}_{k,2}} - \dot{I}_{\text{навк}_{k,2}} - \sum_{\text{гк}=1}^{\mathbf{w}_k} \dot{I}_{\text{лпч}_{\text{гк}}} = 0, \quad k = \overline{1}, y, \quad (11)$$

де $\dot{U}_{\text{нк}}$, $\dot{U}_{\text{лпч}_{\text{гк}}}$, $\dot{I}_{\text{нтк}}$, $\dot{I}_{\text{ппк}_{k,2}}$, $\dot{I}_{\text{навк}_{k,2}}$, $\dot{I}_{\text{лпч}_{\text{гк}}}$ – відповідно для k-ї ланки: напруга обвитки НН Т_к, вхідна напруга ПЧН г_к-го ПА, струм обвитки НН Т_к, струм ППК С_{к2}, струм СН, вхідний струм ПЧН г_к-го ПА; \mathbf{w}_k – кількість помпових агрегатів, перетворювачі частоти та напруги яких приєднані до k-ї ланки.

Рівняння зв'язку (10) та (11) остаточно набувають вигляду

$$\mathbf{f}_{\text{зв}}(\mathbf{X}_{\text{зв}}) = \mathbf{0}, \quad (12)$$

де $\mathbf{X}_{\text{зв}}$ – вектор-стовпець, який формується зі спільних для ЕПС та групи ПА координат режиму.

Матриця Якобі $\mathbf{W}_{\text{зв}}$ рівняння (12) усталених режимів зв'язку ЕПС і групи ПА формується на загальновідомих основах, а її конкретний вигляд залежить від фактичної схеми ПА.

Рівняння узагальненої математичної моделі усталених режимів ЕПС ПС набуває вигляду

$$\mathbf{f}_{\text{ПС}}(\mathbf{X}_{\text{ПС}}) = \mathbf{0}, \quad (13)$$

де $\mathbf{X}_{\text{ПС}} = (\mathbf{X}_{\text{ГР}}, \mathbf{X}_{\text{ЕПС}})_t$ – вектор-стовпець координат режиму ЕПС помпової станції.

Узагальнений вигляд матриці Якобі рівняння (13) усталених режимів ЕПС помпової станції:

1. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М., Лисяк В.Г. Математичне моделювання усталених режимів вузла навантаження електропостачальної системи з блочним помповим агрегатом // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2009. – № 654. – С. 58–64.
2. Гоголюк П.Ф., Лисяк В.Г., Костишин В.С. Метод розрахунку розподілу об'ємних витрат і напорів групи агрегатів – асинхронний двигун – відцентрова помпа // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2006. – № 563. – С. 27–34.
3. Кіселичник О., Бур'ян С., Пушкар М. Математична модель насосу з урахуванням просторового розподілу трубопроводу [Електронний ресурс] // Сучасні проблеми електроенергетехніки та автоматики: Між-нар. наук.-техн. конф. молодих учених, аспірантів, студентів. – К.: Політехніка, 2009: Доп. за матер. – Т. 2. – С. 23–26. – Режим доступу : http://so-buryan.edu.kpi.ua/attachments/059_Stud_2009_1.pdf. – Назва з екрана.
4. Лисяк В.Г. Математичне моделювання усталених режимів електропостачальної системи помпової станції // Техн. електродинаміка. – 2008. – № 2. – С. 43–50.
5. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. – К.: Наук. думка, 1979. – 208 с.
6. Gogolyuk P., Lysiak V., Grinberg I. Mathematical Modeling Of A Synchronous Motor And Centrifugal Pump Combination In Steady State [Electronic resource] // Proceeding IEEE – PES Power Systems Conference & Exposition, 10–13 October 2004, New York City, NY: Conference Publications. – 2008. – Vol. 3. – P. 1444–1448. DOI: [10.1109/PSCE.2004.1397473](https://doi.org/10.1109/PSCE.2004.1397473).
7. Gogolyuk P.F., Lysiak V., Grinberg I. Influence Of Frequency Control Functions On Induction Motor-Centrifugal Pump Unit And Its Modes // Proceeding IEEE – International Symposium on Industrial Electronics in Cambridge (UK) from 30th June to 2nd July 2008. . DOI: [10.1109/ISIE.2008.4676893](https://doi.org/10.1109/ISIE.2008.4676893).
8. Gogolyuk P.F., Lysiak V., Kostyshyn V., Grinberg I. Mathematical modeling of steady – state modes of induction motor – centrifugal pump combination with pump hydraulic tracts combined connection // Proc. of the XIII Intern. symp. on theoretical electrical engineering ISTET' 05, July 4-7, 2005, Lviv, Ukraine. – Lviv, 2005. – P. 353–356.
9. Ortega J.M., Rheinboldt W.C. Iterative solution of nonlinear equations in several variables. – New York and London: Academic Press, 2000. – 572 p. DOI: [10.1002/zamm.1972052081](https://doi.org/10.1002/zamm.1972052081).

УДК 621.316.11:621.67

В.Г. Лисяк, П.Ф. Гоголюк, канд. техн. наук

Национальный университет "Львовская политехника",

ул. Степана Бандеры, 12, Львов-13, 79013, Украина

Обобщённая математическая модель установившихся режимов системы электроснабжения насосной станции

Создана обобщенная математическая модель установившихся режимов системы электроснабжения насосной станции с центробежными насосными агрегатами. Насосная станция представлена обобщенной структурной схемой с делением на систему электроснабжения и группу насосных агрегатов с гидравлической сетью, между которыми имеются электрическая, механическая и гидравлическая связи. Сформирована матрица Якоби этой математической модели. Адаптирован дифференциальный метод поиска нулевых приближений нелинейной системы конечных уравнений математической модели системы электроснабжения в форме h-характеристик. Библ. 9, рис. 2.

Ключевые слова: система электроснабжения, насосная станция, математическая модель, установившийся режим, нулевое приближение, дифференциальный метод.

V.G. Lysiak, P.F. Gogolyuk

Lviv Polytechnic National University,

12 Bandera str., Lviv, Ukraine, 79013

Generalized mathematical model of steady-state modes of the electric power distribution systems of the pumping station

The generalized mathematical model of steady-state modes of the electric power distribution systems of the pumping station is created with centrifugal pumping aggregate. The pumping station is presented by the generalized flow diagram with dividing by the electric power distribution systems and group of pumping aggregate with a hydraulic network, which the electric are between, mechanical and hydraulic to connection. The matrix of Jacobi is formed to this mathematical model. The differential method of search of a zero approaching of the nonlinear system of eventual equalizations of mathematical model of the electric power distribution systems is adapted in form h-descriptions. References 9, figures 2.

Key words: electric power distribution system, pumping station, mathematical model, steady-state mode, zero approaching, differential method.

Надійшла 26.05.2015

Received 26.05.2015