

НАПВПРОВІДНИКОВІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ

УДК 621.314

УСРЕДНЕНИЕ МОДЕЛИ ИМПУЛЬСНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С ЦЕПЬЮ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Ю.В. Руденко¹, канд. техн. наук, **Т.В. Руденко²**, канд. техн. наук

1 – Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Победы, 56, Киев-57, 03057, Украина

e-mail: rudenko@ied.org.ua

2 – Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. И. Сикорского»,

пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина

Проанализированы процессы в цепи второго порядка в импульсном преобразователе постоянного напряжения понижающего типа. Исследовано влияние нелинейности функций переменных состояний преобразователя на точность расчетов при использовании способа усреднения модели в пространстве состояний. Определено, что характер процессов в цепи второго порядка в широком диапазоне параметров элементов схемы при принятых допущениях не вызывает погрешности расчета более чем 5,5 % по сравнению с методами имитационного моделирования. Показано, что замена конденсатора в цепи второго порядка источником постоянной ЭДС уменьшает количество уравнений и неизвестных переменных усредненной системы, что упрощает ее решение и применение способа усреднения в целом. Библи. 10, рис. 3, таблица.

Ключевые слова: метод усреднения в пространстве состояний, импульсный преобразователь постоянного напряжения.

Методы усреднения широко используются при анализе импульсных преобразователей постоянного напряжения [1, 4 – 10]. Они заключаются в усреднении дифференциальных уравнений, описывающих процессы в преобразователе на интервалах его работы, записанных в единую систему после их суммирования и введения соответствующих весовых функций. Однако основным недостатком существующих методов является потеря информации о поведении переменных состояния внутри каждого периода коммутации, т.е. о величине пульсаций. В работах [2, 3] предложен способ получения усредненной системы уравнений в пространстве состояний, при котором среднее значение производной переменной состояния в соответствии с теоремой Лагранжа записывается в виде величины приращения функции, отнесенной к длительности соответствующего интервала работы преобразователя. Итоговая усредненная система уравнений записывается как совокупность усредненных уравнений на всех интервалах работы. Она позволяет определить не только средние значения переменных состояний, но и величину их приращения на интервалах, величину пульсаций, длительность интервалов установившегося процесса. Применение методов усреднения в пространстве состояний [1, 4 – 10] и разработанного на их основе способа [2, 3] основано на допущениях о том, что средние значения переменных на разных интервалах равны между собой, средние значения переменных и их производных на интервалах равны соответствующим мгновенным значениям в один и тот же момент времени в пределах каждого интервала. Это значит, что законы, записанные в виде исходных дифференциальных уравнений, будут выполняться и для средних значений переменных, равных мгновенным значениям в указанные моменты времени, что подтверждает корректность усредненной системы. В работе [3] на примере преобразователя с цепью первого порядка показано, что моменты сравнения средних и мгновенных значений переменных и их производных для такой цепи равны между собой при любой степени нелинейности экспоненциальных функций переменных и определяются одним и

тем же аналитическим выражением. Равенство средних значений на интервалах зависит от степени нелинейности функций переменных, которая в свою очередь определяется постоянной времени цепи первого порядка. В работе проведен анализ точности расчета с помощью предложенного способа усреднения для цепи первого порядка в зависимости от степени нелинейности функций переменных состояния в сравнении с методом имитационного моделирования. Однако большой сегмент преобразовательных схем представляют собой преобразователи с цепями второго порядка. Ввиду того, что исследования с использованием данного способа усреднения моделей преобразователей с цепями второго порядка ранее не проводились, анализ точности усредненной модели в применении к этой категории преобразователей является актуальным.

Цель работы – анализ точности разработанной ранее усредненной модели в пространстве состояний в применении к преобразователям с цепями второго порядка с учетом степени нелинейности функций переменных состояний.

В качестве примера рассмотрим преобразователь понижающего типа с цепью второго порядка (рис. 1), работающий в режиме непрерывных токов дросселя и представленный на рис. 1, где обозначено: R_L – активное сопротивление обмотки дросселя; R_H – сопротивление нагрузки; C – емкость конденсатора; L – индуктивность дросселя; γ – кусочно-постоянный периодический коэффициент, равный единице на интервале накопления T_n энергии дросселем и равный нулю на интервале отдачи $T - T_n$ энергии в нагрузку; T – период рабочей частоты. Считаем коммутационные процессы переключающих элементов мгновенными, а сами элементы заменяем S -моделями. Для получения усредненной модели такого преобразователя запишем в соответствии с законами Кирхгофа систему дифференциальных уравнений, описывающих процессы в схеме:

$$L \frac{di_1}{dt} + R_L i_1 + u_C = \gamma U_{ex}; \quad (1)$$

$$C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R_H} = i_1. \quad (2)$$

В соответствии с работой [3] перейдем к усредненной системе уравнений, записанных для двух рабочих интервалов преобразователя, применяя теорему Лагранжа для производных переменных состояний:

$$L \frac{\Delta I_{1n}}{T_n} + R_L I_{1cp,n} + U_{Ccp,n} = U_{ex}; \quad (3)$$

$$C \frac{\Delta U_{Cn}}{T_n} + \frac{U_{Ccp,n}}{R_H} = I_{1cp,n}; \quad (4)$$

$$L \frac{\Delta I_{1o}}{T - T_n} - R_L I_{1cp,o} - U_{Ccp,o} = 0; \quad (5)$$

$$C \frac{\Delta U_{Co}}{T - T_n} + \frac{U_{Ccp,o}}{R_H} = I_{1cp,o}, \quad (6)$$

где переменные ΔU_{Cn} , ΔU_{Co} , $U_{Ccp,n}$, $U_{Ccp,o}$, ΔI_{1n} , ΔI_{1o} , $I_{1cp,n}$, $I_{1cp,o}$ являются приращениями и средними значениями функций напряжения u_C и тока i_1 на интервалах накопления и отдачи энергии соответственно.

Рассмотрим подробнее эти переменные. Ток конденсатора LC контура, как производная напряжения на нем $i_C = \frac{CdU_C}{dt}$, представляет собой знакопеременную монотонно нарастающую и спадающую на интервалах периодическую функцию (рис. 2). В установившемся режиме ее среднее значение на интервалах и за период в целом практически равно нулю, если допустить отсутствие токов утечки конденсатора. Поэтому приращения ΔU_C функции u_C на интервалах также близки к нулю, в особенности, если принять допущение о достаточно

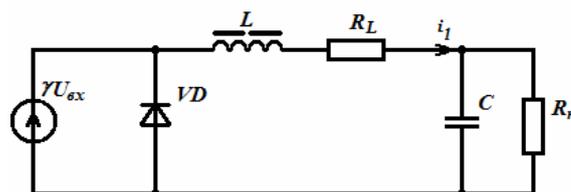


Рис. 1

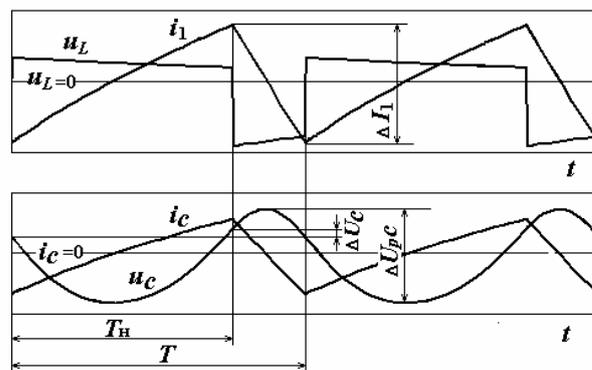


Рис. 2

малой величине пульсаций напряжения на конденсаторе ΔU_{PC} , так как приращение напряжения на конденсаторе на интервалах всегда меньше максимального размаха его величины (пульсации) $\Delta U_{PC} > \Delta U_C$.

В уравнениях (4) и (6) приращения функции u_C на интервалах можно принять равными нулю: $\Delta U_{Cn} = \Delta U_{Co} = \Delta U_C = 0$, и из усредненной системы исключается переменная, связанная с приращением напряжения на конденсаторе на интервалах периода. Функция напряжения на конденсаторе u_C имеет явно выраженный параболический вид на интервалах и величины его среднего значения на этих интервалах не равны между собой. Однако при условии о достаточно малых пульсациях напряжения на конденсаторе можно допустить, что несмотря на существенно нелинейный характер функции напряжения на конденсаторе, его средние значения на интервалах равны между собой и их можно заменить общей переменной для всего периода: $U_{Ccp.n} = U_{Ccp.o} = U_{Ccp}$. Следует заметить, что моменты сравнения мгновенных значений со своими средними значениями для функций напряжения и тока конденсатора на интервалах периода также не совпадают между собой. Однако при переходе к усредненной системе, из-за исключения из уравнений (4), (6) члена со средней производной напряжения на конденсаторе ввиду того, что $\Delta U_{Cn} = \Delta U_{Co} = 0$, выполнение условия о равенстве моментов совпадения мгновенных и средних значений тока и напряжения для конденсатора остается не востребуемым.

В установленном режиме приращения ΔI_1 функций тока i_1 на интервалах равны между собой, поэтому заменим их общей переменной: $\Delta I_{In} = \Delta I_{Io} = \Delta I_1$. В силу допущения о линейном характере функций тока i_1 , его средние значения на интервалах равны между собой, что дает основание заменить их единой переменной для всего периода: $I_{1cp.n} = I_{1cp.o} = I_{1cp}$.

Ввиду сделанных допущений усредненная система уравнений (3)...(6) упрощается, что позволяет переписать ее в следующем виде:

$$L \frac{\Delta I_1}{T_n} + R_L I_{1cp} + U_{Ccp} = U_{ex}; \quad (7)$$

$$L \frac{\Delta I_1}{T - T_n} - R_L I_{1cp} - U_{Ccp} = 0; \quad (8)$$

$$I_{1cp} = \frac{U_{Ccp}}{R_H}. \quad (9)$$

Решением полученной системы являются следующие выражения:

$$\Delta I_1 = \frac{U_{ex} T_n (T - T_n)}{L T}; \quad U_{Ccp} = \frac{T_n}{T} \frac{U_{ex}}{(R_H/R_L + 1)}; \quad I_{1cp} = \frac{U_{Ccp}}{R_H}. \quad (10)$$

От степени выполнения описанных допущений (от степени нелинейности переменных состояния) зависит точность полученной усредненной модели (7)...(9) рассматриваемого преобразователя и полученных из нее выражений (10). И если минимизация пульсаций напряжения на конденсаторе путем увеличения его емкости снимает требования к линейности характера функции напряжения u_C и равенству средних и мгновенных значений u_C и i_C , то допущение о близости к линейному характеру тока дросселя i_L остается актуальным и зависит от постоянных времени цепи преобразователя. Это же относится и к допущению о равенстве моментов сравнения средних и мгновенных значений переменных состояний и их производных, однако это касается только функции тока дросселя i_L и его производной u_L (напряжения на дросселе). А два последних фактора, относящиеся к функции тока дросселя, напрямую зависят от характера цепи, в рассматриваемом случае – от характера цепи второго порядка. Функция тока такой цепи выражается комбинацией либо экспоненциальных функций, либо тригонометрических с экспоненциальным затуханием в зависимости от знака дискриминанта характеристического уравнения. Степень нелинейности такой функции определяется постоянными времени RL цепи и собственной частотой LC контура преобразователя.

В связи с этим возникает основной вопрос – при каких постоянных времени RL цепи и собственных частотах LC контура преобразователя степень нелинейности функции тока и

разница моментов сравнения средних и мгновенных значений тока и его производной минимальны либо равны такому значению, когда погрешность вычисления по полученной усредненной модели не превышает минимальных заданных значений.

Зададим величину δ_i , определяющую степень нелинейности функции тока и равную относительной разнице среднего значения функции тока дросселя i_{cp} и линейной функции f_{cpl} , которая определена на том же интервале постоянства структуры и совпадает функцией тока в начальной и конечной точках интервала:

$$\delta_i = \frac{I_{1cp} - f_{cpl}}{f_{cpl}}. \quad (11)$$

Также зададим величину δ_t , равную относительной разнице моментов сравнения среднего и мгновенного значения тока t_i и его производной t_u :

$$\delta_t = \frac{t_i - t_u}{t_u}. \quad (12)$$

В качестве примера рассмотрим характер функций тока дросселя на интервале накопления энергии дросселем T_n . Для анализа соотношений (11), (12) необходимо определить выражения для функций тока и его производной. В зависимости от знака дискриминанта имеем следующие выражения:

– в случае действительных корней при $d > 0$

$$i_1(t) = K_1 e^{p_1 t} + K_2 e^{p_2 t} + U_{ex} / (R_L + R_H); \quad (13)$$

$$u_L(t) = LK_1 p_1 e^{p_1 t} + LK_2 p_2 e^{p_2 t}, \quad (14)$$

где $p_1 = (\sqrt{d} - B)/2$, $p_2 = -(\sqrt{d} + B)/2$ – корни характеристического уравнения; $d = (1/\tau_L - 1/\tau_C)^2 - 4\omega^2$ – дискриминант характеристического уравнения; $B = 1/\tau_L + 1/\tau_C$; $\tau_L = L/R_L$, $\tau_C = R_H C$ – постоянные времени цепи; $\omega = 1/\sqrt{LC}$ – частота собственных колебаний идеального LC контура; K_1, K_2 – постоянные интегрирования, определяемые в результате решения системы уравнений

$$K_1 + K_2 = I_{1n} - U_{ex} / (R_L + R_H);$$

$$K_1 p_1 + K_2 p_2 = U_{ex} / L - I_{1n} R_L / L - U_{Cn} / L,$$

в которой I_{1n}, U_{Cn} – начальные значения тока дросселя и напряжения на конденсаторе на интервале накопления энергии;

– в случае комплексно-сопряженных корней при $d < 0$

$$i_1(t) = e^{\tau t} (M_1 \cos(\omega_p t) + M_2 \sin(\omega_p t)) + U_{ex} / (R_L + R_H); \quad (15)$$

$$u_L(t) = L e^{\tau t} ((\tau M_1 + \omega_p M_2) \cos(\omega_p t) + (\tau M_2 - \omega_p M_1) \sin(\omega_p t)), \quad (16)$$

где $\tau = -B/2$; $\omega_p = \sqrt{|d|}/2$ – частота реального LC контура; M_1, M_2 – постоянные интегрирования, определяемые в результате решения системы уравнений

$$M_1 = I_{1n} - U_{ex} / (R_L + R_H);$$

$$M_1 \tau + M_2 \omega_p = U_{ex} / L - I_{1n} R_L / L - U_{Cn} / L.$$

Для использования полученных уравнений (13)...(16) необходима проверка знака дискриминанта d характеристического уравнения. Выражение для дискриминанта можно записать также в следующем виде: $d = (1/\tau_L - 1/\tau_C - 2\omega)(1/\tau_L - 1/\tau_C + 2\omega) = F_1 F_2$, где $F_1 = 1/\tau_L - 1/\tau_C - 2\omega$, $F_2 = 1/\tau_L - 1/\tau_C + 2\omega$.

На рис. 3 изображены графики функций F_1 (рис. 3 а), F_2 (рис. 3 б), d (рис. 3 в). Функции F_1, F_2 являются разрывными с точкой разрыва второго рода при $R_H = 0$. Расположение графиков данных функций относительно оси изменения параметра R_H зависит от величины R_L . При $R_L = 2\omega L$ функция F_1 не имеет корней и имеет выражение $F_1 = -1/R_H C$. Функция $F_2 = 4\omega - 1/R_H C$ имеет корень $R_H = 1/4\omega C$. При $R_L = 0$ функции смещены вниз. Корень

функции F_1 определяется выражением $R_{H1} = -1/2\omega C$ и не имеет физического смысла. Корень функции F_2 равен $R_{H2} = 1/2\omega C$. При значениях $R_L > 2\omega L$ функции F_1, F_2 смещены вверх, причем график функции d в области, имеющей физический смысл значений аргумента $R_H > 0$, имеет два корня: $R_{H1} = 1/C(R_L/L - 2\omega)$, $R_{H2} = 1/C(R_L/L + 2\omega)$. Теоретически при $R_L \rightarrow \infty$ корни функций F_1, F_2 стремятся к нулевым значениям $R_{H1} \rightarrow 0, R_{H2} \rightarrow 0$, что следует из определения предела функции $\lim_{R_L \rightarrow \infty} (1/C(R_L/L \pm 2\omega)) = 0$.

Таким образом, для имеющих физический смысл значений сопротивлений нагрузки $R_H > 0$ положительные значения дискриминанта $d > 0$ определяются следующим образом:

- в области $0 < R_L \leq 2\omega L$ дискриминант положителен при условии $0 < R_H < 1/C(R_L/L + 2\omega)$;
- в области $R_L > 2\omega L$ дискриминант положителен в двух диапазонах: $0 < R_H < 1/C(R_L/L + 2\omega)$ и $R_H > 1/C(R_L/L - 2\omega)$.

Далее, определим средние значения функции тока дросселя, его производной (напряжения дросселя) и линейной функции, совпадающей с током дросселя в начальный и конечный моменты времени интервала T_n в соответствии с выражениями

$$I_{1cp} = \frac{1}{T} \int_0^{T_n} i_1(t) dt, \quad U_{Lcp} = \frac{1}{T_n} \int_0^{T_n} u_L(t) dt, \quad f_{cp.n} = \frac{I_{1n} + i_1(T_n)}{2}.$$

Моменты сравнения среднего и мгновенного значений тока t_i и его производной t_u определим, приравняв полученные функции (13)...(16) к найденным ранее средним значениям:

$$i_1(t_i) = I_{1cp}; \quad u_L(t_u) = U_{Lcp}.$$

Подставляя полученные значения в выражения (11), (12), можно рассчитать величины δ_i и δ_u , которые определяют степень нелинейности функции тока дросселя.

Для оценки точности разработанной усредненной модели преобразователя с цепью второго порядка необходимо рассчитать с помощью полученных ранее уравнений (10) параметры функции тока дросселя – среднее значение и амплитуду пульсаций – при различной степени нелинейности этой функции. Оценку точности расчетов по полученной усредненной модели можно произвести, сопоставив их с результатами расчетов с помощью наиболее доступных методов имитационного моделирования в заданном диапазоне параметров элементов цепи. Это позволит сделать выводы о наиболее предпочтительных диапазонах параметров (постоянной времени RL цепи и собственной частоты LC контура преобразователя), в которых точность расчета по разработанной усредненной модели максимальна.

Произведем соответствующие расчеты величин δ_i и δ_u , среднего значения I_{1cp} и амплитуды пульсаций ΔI_1 тока дросселя для преобразователя с цепью второго порядка (рис. 1) при следующих его параметрах: входное напряжение $U_{ex} = 100$ В, период рабочей частоты $T = 40$ мкс, длительность интер-

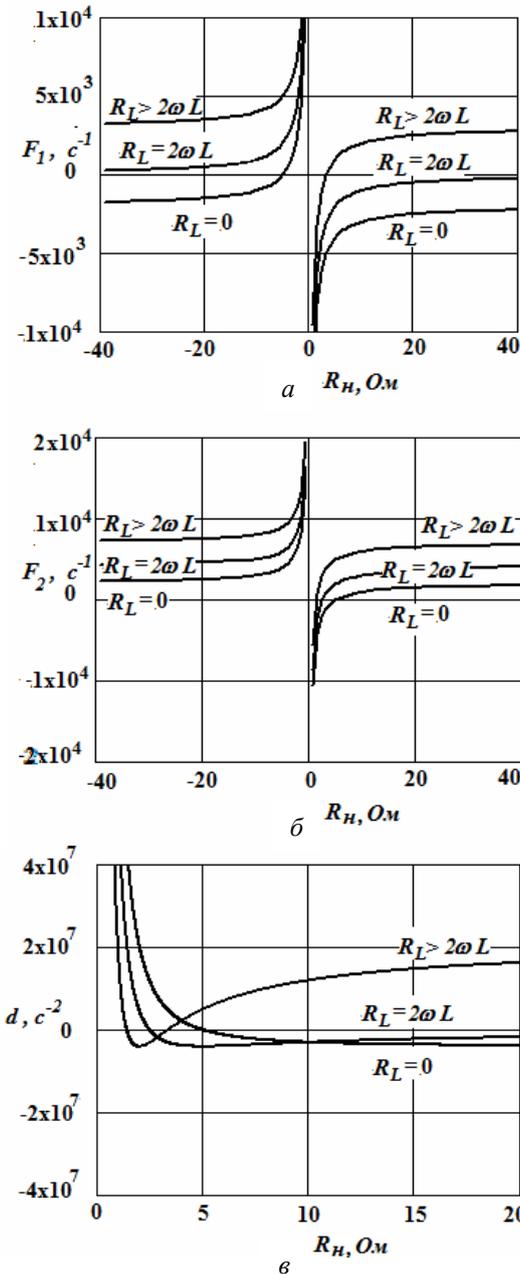


Рис. 3

вала накопления энергии $T_n = 30$ мкс. Результаты расчетов приведены в таблице. Расчеты проведены для четырех комбинаций параметров LC – контура преобразователя, отражающих наиболее распространенный на практике диапазон их изменения: при минимальном периоде частоты собственных колебаний контура $T_k = 2\pi\sqrt{LC} = 200$ мкс ($L=100$ мкГн, $C = 10$ мкФ), промежуточной величине периода $T_k = 1$ мс (двух комбинациях $L=250$ мкГн, $C = 100$ мкФ и $L=125$ мкГн, $C = 200$ мкФ), максимальной величине периода $T_k = 5$ мс ($L=1,25$ мГн, $C = 500$ мкФ). В каждой из указанных комбинаций LC параметров варьировались значения сопротивления нагрузки R_H от 1 Ом до максимальной величины, обеспечивающей режим непрерывного тока дросселя при каждом из трех значений R_L : 1; 5; 10 Ом. При соответствующих полученных значениях δ_i и δ_i определена погрешность расчета, проведенного с помощью усредненной модели УМ [по выражениям (10)] и с помощью методов имитационного моделирования ИМ. Величина погрешности выражена в процентах.

Анализ приведенных в таблице результатов расчета показывает следующее.

Самым предпочтительным с точки зрения минимальной погрешности расчетов является вариант параметров при максимальном периоде собственных колебаний LC контура преобразователя – $T_k = 5$ мс, что в 125 раз превышает рабочий период устройства $T = 40$ мкс. При значениях τ_L в диапазоне 0,125...1,25 мс и τ_C в диапазоне 0,5...40 мс погрешность расчета не превышает 1,7 %.

При периоде $T_k = 1$ мс для обеспечения погрешности расчетов не более 3 % достаточно обеспечить величину τ_L не менее 50 мкс, т.е. соизмеримой с периодом рабочей частоты преобразователя. При постоянной времени $\tau_L=12,5$ мкс, что почти в три раза меньше периода T , погрешность расчетов повышается до 16 %. При увеличении τ_L до величины 250 мкс, которая почти в шесть раз превышает период рабочей частоты, погрешность расчетов уменьшается до 1,7 %.

При периоде $T_k = 0,2$ мс (в пять раз превышающем период рабочей частоты) достаточно обеспечить $\tau_L > 50$ мкс, чтобы погрешность расчетов не превышала 1 %.

Таким образом, в отличие от общепринятых приближенных допущений о том, что достаточная точность метода усреднения обеспечивается в диапазоне, в котором постоянные времени цепей и период частоты LC фильтров преобразователя на порядок больше периода частоты коммутации [1], в данной работе рассчитаны более точные диапазоны изменения параметров, в которых точность расчетов не превышает 5,5 %.

Выводы. В результате проведенного анализа обоснована замена конденсаторов в цепи второго порядка источниками постоянной ЭДС при усреднении модели преобразователя с учетом допущения о пренебрежении пульсациями напряжения на конденсаторах. При такой замене в преобразователях с цепями второго порядка упрощаются усредненная система уравнений и ее решение благодаря уменьшению количества уравнений и количества неизвестных переменных.

Несмотря на сложный характер функций переменных состояния цепи второго порядка, обусловленный экспоненциальными и тригонометрическими составляющими процессов, степень нелинейности их формы и разность моментов совпадения мгновенных и средних значений тока и его производной в рассмотренных диапазонах параметров схемы не превышают 5...10 % при выполнении условий $\tau_L > T$ и $T_k > 5T$. Это обуславливает высокую точность расчетов по усредненной модели (с погрешностью не более 5,5 %) в данных диапазонах параметров.

Полученные результаты на примере рассмотренного преобразователя иллюстрируют общие тенденции влияния характера цепи второго порядка на нелинейность формы переменных состояний и моменты сравнения их средних значений с мгновенными для переменных и их производных, поэтому могут быть распространены для других типов импульсных преобразователей постоянного напряжения при применении к ним разработанного способа усреднения.

| $R_L, \text{Ом}$ ($\tau_L, \text{мкс}$) | $R_H, \text{Ом}$ | $\delta_i, \%$ | $\delta_t, \%$ | $\Delta I_1, \text{А}$ | | | $I_{1cp}, \text{А}$ | | |
|---|------------------|----------------|----------------|------------------------|------|------------|---------------------|-------|------------|
| | | | | ИМ | УМ | Погрешн. % | ИМ | УМ | Погрешн. % |
| $T_k = 0,2 \text{мс}, L = 100 \text{ мкГн}, C = 10 \text{ мкФ}$ | | | | | | | | | |
| 1 (100) | 1 | 0,67 | 10,3 | 7,52 | 7,5 | 0,27 | 37,6 | 37,5 | 0,27 |
| | 3 | 1,21 | 15,5 | 7,56 | 7,5 | 0,79 | 18,78 | 18,75 | 0,16 |
| | 5 | 1,74 | 16,5 | 7,55 | 7,5 | 0,66 | 12,52 | 12,5 | 0,16 |
| | 8 | 2,58 | 16,9 | 7,55 | 7,5 | 0,66 | 8,35 | 8,33 | 0,2 |
| | 11 | 3,38 | 17,2 | 7,55 | 7,5 | 0,66 | 6,26 | 6,25 | 0,16 |
| | 13 | 3,94 | 17,3 | 7,55 | 7,5 | 0,66 | 5,37 | 5,357 | 0,24 |
| 15 | 4,5 | 17,4 | 7,55 | 7,5 | 0,66 | 4,7 | 4,688 | 0,27 | |
| 5 (20) | 1 | 7,79 | 3,63 | 7,05 | 7,5 | 6,38 | 12,52 | 12,5 | 0,16 |
| | 3 | 10,5 | 5,18 | 7,1 | 7,5 | 5,6 | 9,39 | 9,375 | 0,16 |
| | 7 | 16,1 | 5,4 | 7,12 | 7,5 | 5,34 | 6,27 | 6,25 | 0,32 |
| | 10 | 20,7 | 5,46 | 7,13 | 7,5 | 5,19 | 5,02 | 5 | 0,4 |
| 10 (10) | 1 | 23,7 | 2,5 | 6,06 | 7,5 | 23,76 | 6,84 | 6,818 | 0,32 |
| | 2 | 26,4 | 3,3 | 6,09 | 7,5 | 23,15 | 6,27 | 6,25 | 0,32 |
| | 4 | 31,8 | 3,54 | 6,11 | 7,5 | 22,75 | 5,37 | 5,357 | 0,24 |
| | 6 | 37,4 | 3,58 | 6,12 | 7,5 | 22,55 | 4,69 | 4,637 | 0,05 |
| | 8 | 43,7 | 3,74 | 6,12 | 7,5 | 22,55 | 4,17 | 4,167 | 0,08 |
| $T_k = 1 \text{мс}, L = 250 \text{ мкГн}, C = 100 \text{ мкФ}$ | | | | | | | | | |
| 1 (250) | 1 | 0,07 | 2,4 | 2,96 | 3 | 1,35 | 37,6 | 37,5 | 0,27 |
| | 4 | 0,2 | 2,45 | 2,95 | 3 | 1,69 | 15,1 | 15 | 0,66 |
| | 8 | 0,36 | 2,45 | 2,97 | 3 | 1,01 | 8,39 | 8,33 | 0,67 |
| | 12 | 0,52 | 2,45 | 2,96 | 3 | 1,35 | 5,8 | 5,763 | 0,53 |
| | 16 | 0,67 | 2,45 | 2,95 | 3 | 1,69 | 4,4 | 4,412 | 0,27 |
| | 20 | 0,83 | 2,45 | 2,95 | 3 | 1,69 | 3,6 | 3,57 | 0,79 |
| | 24 | 0,99 | 2,45 | 2,95 | 3 | 1,69 | 3,04 | 3 | 1,32 |
| | 28 | 1,15 | 2,45 | 2,95 | 3 | 1,69 | 2,6 | 2,586 | 0,53 |
| | 32 | 1,31 | 2,45 | 2,95 | 3 | 1,69 | 2,31 | 2,27 | 1,61 |
| | 36 | 1,47 | 2,45 | 2,94 | 3 | 2,04 | 2,03 | 2,027 | 0,15 |
| 40 | 1,62 | 2,45 | 2,94 | 3 | 2,04 | 1,87 | 1,839 | 0,53 | |
| 5 (50) | 1 | 1,18 | 0,52 | 2,93 | 3 | 2,39 | 12,54 | 12,5 | 0,32 |
| | 4 | 1,77 | 0,52 | 2,93 | 3 | 2,39 | 8,37 | 8,33 | 0,44 |
| | 8 | 2,58 | 0,53 | 2,94 | 3 | 2,04 | 5,82 | 5,77 | 1,04 |
| | 12 | 3,37 | 0,53 | 2,91 | 3 | 3,1 | 4,46 | 4,41 | 1,08 |
| | 16 | 4,2 | 0,53 | 2,92 | 3 | 2,74 | 3,63 | 3,57 | 1,61 |
| | 20 | 5,04 | 0,53 | 2,93 | 3 | 2,39 | 3,05 | 3 | 1,64 |
| | 24 | 5,87 | 0,53 | 2,93 | 3 | 2,39 | 2,65 | 2,59 | 2,4 |
| | 28 | 6,7 | 0,53 | 2,93 | 3 | 2,39 | 2,33 | 2,27 | 2,46 |
| | 32 | 7,56 | 0,53 | 2,94 | 3 | 2,04 | 2,09 | 2,027 | 3,01 |
| | 36 | 8,42 | 0,53 | 2,93 | 3 | 2,39 | 1,839 | 1,829 | 0,53 |
| 40 | 9,31 | 0,53 | 2,93 | 3 | 2,39 | 1,67 | 1,667 | 0,2 | |

Продолжение таблицы

| | | | | | | | | | |
|---|------|------|------|------|------|------|-------|--------|--------|
| 10 (25) | 1 | 4,2 | 0,28 | 2,86 | 3 | 4,89 | 6,84 | 6,818 | 0,32 |
| | 2 | 4,59 | 0,28 | 2,85 | 3 | 5,26 | 6,26 | 6,25 | 0,16 |
| | 4 | 5,39 | 0,28 | 2,85 | 3 | 5,26 | 5,37 | 5,357 | 0,24 |
| | 6 | 6,19 | 0,28 | 2,85 | 3 | 5,26 | 4,7 | 4,687 | 0,45 |
| | 8 | 6,99 | 0,28 | 2,85 | 3 | 5,26 | 4,185 | 4,167 | 0,44 |
| | 10 | 7,82 | 0,28 | 2,85 | 3 | 5,26 | 3,76 | 3,75 | 0,27 |
| | 12 | 8,63 | 0,28 | 2,85 | 3 | 5,26 | 3,42 | 3,409 | 0,32 |
| | 14 | 9,49 | 0,28 | 2,86 | 3 | 4,89 | 3,14 | 3,125 | 0,48 |
| | 16 | 10,3 | 0,28 | 2,85 | 3 | 5,26 | 2,9 | 2,88 | 0,531 |
| | 18 | 11,2 | 0,28 | 2,85 | 3 | 5,26 | 2,685 | 2,679 | 0,24 |
| 20 | 12,0 | 0,28 | 2,85 | 3 | 5,26 | 2,51 | 2,5 | 0,4 | |
| $T_k = 1\text{мс}, L = 125\text{ мкГн}, C = 200\text{ мкФ}$ | | | | | | | | | |
| 1 (125) | 1 | 0,32 | 1,25 | 5,9 | 6 | 1,69 | 37,59 | 37,5 | 0,24 |
| | 2 | 0,47 | 1,26 | 5,9 | 6 | 1,69 | 25,06 | 25 | 0,24 |
| | 4 | 0,79 | 1,26 | 5,9 | 6 | 1,69 | 15,06 | 15 | 0,4 |
| | 6 | 1,12 | 1,26 | 5,9 | 6 | 1,69 | 10,74 | 10,714 | 0,24 |
| | 8 | 1,43 | 1,26 | 5,9 | 6 | 1,69 | 8,37 | 8,33 | 0,44 |
| | 10 | 1,76 | 1,26 | 5,9 | 6 | 1,69 | 6,83 | 6,818 | 0,17 |
| | 12 | 2,07 | 1,26 | 5,9 | 6 | 1,69 | 5,79 | 5,77 | 0,36 |
| | 14 | 2,4 | 1,26 | 5,9 | 6 | 1,69 | 5,02 | 5 | 0,4 |
| | 16 | 2,73 | 1,26 | 5,9 | 6 | 1,69 | 4,43 | 4,412 | 0,41 |
| | 18 | 3,05 | 1,26 | 5,9 | 6 | 1,69 | 3,96 | 3,947 | 0,32 |
| 20 | 3,38 | 1,26 | 5,9 | 6 | 1,69 | 3,58 | 3,57 | 0,24 | |
| 5 (25) | 1 | 4,6 | 0,28 | 5,7 | 6 | 5,26 | 12,53 | 12,5 | 0,24 |
| | 2 | 5,39 | 0,28 | 5,7 | 6 | 5,26 | 10,8 | 10,714 | 0,8 |
| | 4 | 7,01 | 0,28 | 5,7 | 6 | 5,26 | 8,37 | 8,33 | 0,44 |
| | 6 | 8,66 | 0,28 | 5,7 | 6 | 5,26 | 6,83 | 6,82 | 0,17 |
| | 8 | 10,3 | 0,28 | 5,7 | 6 | 5,26 | 5,79 | 5,769 | 0,36 |
| | 10 | 12,0 | 0,28 | 5,7 | 6 | 5,26 | 5,02 | 5 | 0,4 |
| | 12 | 13,7 | 0,28 | 5,7 | 6 | 5,26 | 4,43 | 4,42 | 0,41 |
| | 14 | 15,6 | 0,28 | 5,7 | 6 | 5,26 | 3,96 | 3,947 | 0,32 |
| 16 | 17,3 | 0,28 | 5,7 | 6 | 5,26 | 3,58 | 3,571 | 0,24 | |
| 10 (12,5) | 1 | 15,2 | 0,17 | 5,17 | 6 | 16 | 6,83 | 6,818 | 0,17 |
| | 2 | 16,8 | 0,17 | 5,17 | 6 | 16 | 6,26 | 6,25 | 0,16 |
| | 4 | 20 | 0,17 | 5,17 | 6 | 16 | 5,38 | 5,357 | 0,42 |
| | 6 | 23,2 | 0,17 | 5,17 | 6 | 16 | 4,7 | 4,687 | 0,27 |
| | 8 | 26,7 | 0,17 | 5,17 | 6 | 16 | 4,17 | 4,167 | 0,08 |
| | 10 | 30,2 | 0,17 | 5,17 | 6 | 16 | 3,74 | 3,75 | 0,27 |
| | 12 | 34,1 | 0,17 | 5,17 | 6 | 16 | 3,42 | 3,401 | 0,32tk |

Продолжение таблицы

| $T_k = 5\text{мс}, L = 1250\text{ мкГн}, C = 500\text{ мкФ}$ | | | | | | | | | |
|--|------|------|------|------|-----|------|-------|-------|------|
| 1 (1250) | 1 | 0,00 | 0,48 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 37,6 | 37,5 | 0,27 |
| | 8 | 0,01 | 0,5 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 8,37 | 8,33 | 0,44 |
| | 16 | 0,02 | 0,5 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 4,43 | 4,412 | 0,41 |
| | 24 | 0,04 | 0,5 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 3,02 | 3 | 0,66 |
| | 32 | 0,05 | 0,5 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 2,28 | 2,273 | 0,32 |
| | 40 | 0,06 | 0,5 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,84 | 1,829 | 0,58 |
| | 48 | 0,07 | 0,5 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,56 | 1,531 | 1,88 |
| | 56 | 0,09 | 0,5 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,32 | 1,316 | 0,32 |
| | 64 | 0,1 | 0,5 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,16 | 1,154 | 0,53 |
| | 72 | 0,12 | 0,5 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,03 | 1,027 | 0,25 |
| 80 | 0,12 | 0,5 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 0,93 | 0,926 | 0,44 | |
| 5 (250) | 1 | 0,04 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 12,54 | 12,5 | 0,32 |
| | 8 | 0,10 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 5,78 | 5,769 | 0,19 |
| | 16 | 0,16 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 3,58 | 3,571 | 0,24 |
| | 24 | 0,18 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 2,59 | 2,586 | 0,15 |
| | 32 | 0,29 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 2,03 | 2,027 | 0,15 |
| | 40 | 0,35 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,67 | 1,667 | 0,2 |
| | 48 | 0,41 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,42 | 1,415 | 0,34 |
| | 56 | 0,48 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,24 | 1,23 | 0,85 |
| | 64 | 0,54 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,1 | 1,087 | 1,19 |
| | 72 | 0,60 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 0,98 | 0,974 | 0,61 |
| 80 | 0,66 | 0,1 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 0,88 | 0,852 | 0,27 | |
| 10 (125) | 1 | 0,17 | 0,05 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 6,84 | 6,82 | 0,32 |
| | 8 | 0,28 | 0,05 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 4,18 | 4,167 | 0,32 |
| | 16 | 0,41 | 0,05 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 2,9 | 2,88 | 0,53 |
| | 24 | 0,53 | 0,05 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 2,21 | 2,206 | 0,19 |
| | 32 | 0,66 | 0,05 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,8 | 1,786 | 0,8 |
| | 40 | 0,79 | 0,05 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,51 | 1,5 | 0,7 |
| | 48 | 0,92 | 0,05 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,3 | 1,293 | 0,53 |
| | 56 | 1,04 | 0,05 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,4 | 1,136 | 0,32 |
| | 64 | 1,18 | 0,05 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 1,017 | 1,014 | 0,34 |
| | 72 | 1,31 | 0,05 | 0,59 | 0,6 | 1,7 | 0,92 | 0,915 | 0,58 |

1. Мелешин В.И. Транзисторная преобразовательная техника. Москва: Техносфера, 2005. 632 с.
2. Руденко Ю.В. Анализ процессов в обратноходовом преобразователе с учетом неидеальности трансформатора. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України*. 2011. Вип. 30. С. 108–116.
3. Руденко Ю.В. Способ усреднения модели импульсных преобразователей постоянного напряжения. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 3. С. 42–48.
4. Middlebrook R.D. Small-signal modeling of pulse-width modulated switched-mode power converters. *Proceedings of the IEEE*, 76 (4). 1988. P. 343–354.
5. Cuk S. Power electronics: Modelling, Analysis and Measurements (Vol.3). *Create Space Independent Publishing Platform, USA*. 2015. 272 p.
6. Erickson R., Maksimovich D. Fundamentals of Power Electronics. *Kluwer Academic Publishers, USA*. 2000. 883 p.
7. Emadi A. Modeling and analysis of multiconverter DC power electronic systems using the generalized state-space averaging methods; *IEEE Trans. Industrial Electronics*. 2004. Vol.51, Issue 3. P. 661–668.
8. Janke W. Averaged models of pulse-modulated DC-DC power converters. *Archives of Electrical Engineering. Techn.Univers. of Koszalin, Poland*. 2012. Vol.61(4). P. 609–631.
9. Kazimierczuk M. Pulse-Width Modulated DC-DC Power Converters. *John Wiley&sons, Ltd, UK*, 2016. 960 p.

10. Sanders S., Noworolski J., Lui X., Verghese G. Generalized averaging method for power conversion circuits; *IEEE Trans. Power Electronics*. 1991. Vol. 2, Issue 2. P. 251–259.

УДК 621.314

Ю. В. Руденко¹, канд. техн. наук, **Т. В. Руденко²**, канд. техн. наук

1 – Інститут електродинамики НАН України,

пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03057, Україна

2 – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»,

пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна

Усереднення моделі імпульсного перетворювача з ланцюгом другого порядку

Проаналізовано процеси в ланцюзі другого порядку в імпульсному перетворювачі постійної напруги понижувального типу. Досліджено вплив нелінійності функцій змінних станів перетворювача на точність розрахунків при використанні способу усереднення моделі в просторі станів. Визначено, що характер процесів у ланцюзі другого порядку в широкому діапазоні параметрів елементів схеми при прийнятих припущеннях не викликає похибки розрахунку більш як 5,5 % у порівнянні з методами імітаційного моделювання. Показано, що заміна конденсатора в ланцюзі другого порядку джерелом постійної ЕРС зменшує кількість рівнянь і невідомих змінних усередненої системи, що спрощує її розв'язання та застосування способу усереднення в цілому. Бібл. 10, рис. 3, таблиця.

Ключові слова: метод усереднення в просторі станів, імпульсний перетворювач постійної напруги.

Yu. Rudenko¹, T. Rudenko²

1 – Institute of electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,

Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine

2 – National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",

Peremohy, 37, Kyiv, 03057, Ukraine

Averaging of pulse converter model with second degree circuit

The processes in a second degree circuit at the pulse dc buck converter are analyzed. The influence of the nonlinearity of the functions of converter's variable states on the calculations accuracy is investigated using the averaging method of model in state space. It is determined that the nature of processes in the second degree circuit in a wide range of parameters of the circuit elements, with the assumptions made, does not cause a calculation error of more than 5.5 % in comparison with the simulation methods. It is shown that the replacement of a capacitor in second degree circuit by the constant emf source reduces the number of equations and unknown variables of the averaged system, which simplifies its solution and the application of the averaging method as a whole. Reference 10, figures 3, table.

Key words: method of averaging in the state space, pulse dc converter.

Надійшла 08.12.2017

Received 08.12.2017