

УДК 621.74.047 : 004.94

**А. В. Ноговицын, А. Д. Подольцев\*, И. Н. Кучерявая\***

Физико-технологический институт металлов и сплавов НАН Украины, Киев

\* Институт электродинамики НАН Украины, Киев

## **ТУРБУЛЕНТНЫЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ И ТЕПЛОВЫЙ ПРОЦЕССЫ ПРИ ДВУХВАЛКОВОЙ РАЗЛИВКЕ СТАЛИ (ТРЕХМЕРНОЕ КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ)**

*Разработаны трёхмерная математическая модель и численная методика по расчёту связанных турбулентного движения и теплового состояния расплавленного металла в канале двухвалкового кристаллизатора. Проведены компьютерное моделирование и анализ распределения скорости расплава и его температуры в межвалковом канале кристаллизатора при различных значениях скорости разлива в интервале 0,1-1,0 м/с. Изучены такие особенности протекания физических процессов в расплаве в зависимости от скорости разлива, как развитие вихревых структур в центральной области канала, формирование застойных зон, распространение скорости и температуры расплава, изменение границы зоны затвердевания металла в межвалковом зазоре.*

**Ключевые слова:** двухвалковая разлива, трёхмерное компьютерное моделирование, турбулентное течение, поле скорости, циркуляция расплава, тепловые процессы, затвердевание расплава.

*Розроблено тривимірну математичну модель та чисельну методику з розрахунку зв'язаних турбулентного руху і теплового стану розплавленого металу в каналі двовалкового кристалізатора. Проведено комп'ютерне моделювання та аналіз розподілу швидкості розплаву і його температури в міжвалковому каналі кристалізатора при різних значеннях швидкості розливання металу в інтервалі 0,1-1,0 м/с. Вивчено такі особливості протікання фізичних процесів у розплаві в залежності від швидкості розливання, як розвиток вихрових структур в центральній області каналу, формування застійних зон, розподіл швидкості і температури розплаву, змінення границі зони твердіння металу в міжвалковому зазорі.*

**Ключові слова:** двовалкове розливання, тривимірне комп'ютерне моделювання, турбулентна течія, поле швидкості, циркуляція розплаву, теплові процеси, затвердіння розплаву.

*The three-dimensional mathematical model and numerical technique are developed to compute the coupled turbulent flow and thermal condition of molten metal in the channel of twin-roll casting mold. The computer modeling and analysis of the melt velocity and temperature distributions in the gap of the mold are carried out at different values of casing velocity within the range of 0.1-1.0 m/s. The characteristic properties of the physical processes depending on casing velocity such as vortex velocity structures in the central region of the channel, stagnant zones, the melt velocity and temperature distributions, boundaries of melt solidified shell are studied.*

**Keywords:** twin-roll strip casting, three-dimensional computer modeling, turbulent flow, velocity field, melt circulation, thermal processes, solidification of melt.

### Введение

Технология литья стальных полос способом валковой разливки-прокатки реализуется в виде энергосберегающего производственного процесса, в ходе которого формируется тонкая и особо тонкая плоская полоса (толщиной от 0,85 до 1,5 мм) из расплавленного металла путём его кристаллизации между двумя валками, вращающимися навстречу друг другу [1-4]. Валковая разливка полос из стали наиболее часто осуществляется с помощью вертикальной подачи жидкого металла в межвалковое пространство кристаллизатора, где происходит сложное по характеру течение расплава и его охлаждение с образованием твёрдой фазы.

Актуальным является вопрос детального изучения гидродинамических течений и процессов теплообмена в валковом кристаллизаторе с целью определения параметров технологии получения листового металла с высокими структурно-механическими характеристиками и достижения высокой производительности разливки.

В работах [5-8] методом компьютерного моделирования исследуется гидродинамика расплавленного металла и его тепловые изменения в межвалковом пространстве кристаллизатора, анализируются характерные зоны затвердевания расплава.

Гидродинамические и тепловые процессы в расплаве, находящемся в межвалковом пространстве валкового кристаллизатора, являются взаимосвязанными. При охлаждении и затвердевании расплава его движение в локальных зонах фазового перехода замедляется. Математическое моделирование такого эффекта проводится, как правило, путём введения в дифференциальное уравнение движения дополнительной функции учёта фазового превращения металла [9]. С её помощью принудительно устанавливается требуемая скорость расплава в зоне фазового перехода и в области твёрдой фазы металла. Вычислительные особенности использования такой функции излагаются в статье [10]. Различные модели расчёта твёрдой фракции расплава в процессе его непрерывной двухвалковой разливки представляются и обсуждаются в диссертации [11].

Компьютерное моделирование связанных гидродинамических и тепловых процессов в кристаллизующемся металле при его непрерывной вертикальной подаче через щелевой питатель в двухвалковый кристаллизатор выполнено авторами в [12]. В статье моделируется двумерное ламинарное течение жидкого металла, учитываются доли жидкой и твёрдой его фаз, проводится сравнение зон затвердевания расплава в межвалковом пространстве для различных значений скорости вращения валков.

Цель данной работы состоит в исследовании путём трёхмерного компьютерного моделирования связанных гидродинамических и тепловых процессов в кристаллизаторе с вертикальным щелевым питателем при различных значениях линейной скорости движения валков. Отличительными особенностями работы являются также использование  $k - \varepsilon$  модели турбулентности течения расплава и учёт формирования твёрдой фазы металла в межвалковом канале путём увеличения эффективной вязкости расплава при достижении его температуры ниже температуры плавления. Моделирование проводится с использованием метода конечных элементов в программе мультифизического моделирования Comsol Multiphysics [13].

*Постановка задачи и модель для исследования.* Исследуемая система подачи жидкого металла в двухвалковый кристаллизатор схематически показана на рис. 1, а и содержит установленный по центру щелевой питатель, обеспечивающий подачу расплава в активную зону кристаллизатора.

Основные положения и допущения модели следующие:

- расплав является ньютоновской – вязкой, несжимаемой жидкостью;
- рассматривается турбулентное течение расплава;

- вращающиеся валки предполагаются недеформируемыми;
- гидродинамическая и тепловая задачи решаются совместно в трёхмерной постановке в декартовой системе координат  $Oxyz$  непосредственно в области жидкого металла (рис. 1, а);
- вследствие симметрии относительно центральной вертикальной плоскости между валками и симметрии относительно центральной вертикальной плоскости по длине валков рассчитывается область, содержащая 1/4 часть объёма металла (рис. 1, б);
- процессы рассматриваются в установившемся режиме;
- для учёта фазовых превращений при кристаллизации расплавленного металла в модели предусматривается увеличение вязкости расплава, что отражает реалистический эффект снижения скорости в зоне фазового перехода и в области затвердевшего металла;
- задаются постоянные плотность и теплопроводность металла, не зависящие от температуры;
- устанавливаются постоянные значения коэффициента теплоотдачи на разделе поверхности валка и жидкого металла, зависящие от скорости вращения валков.

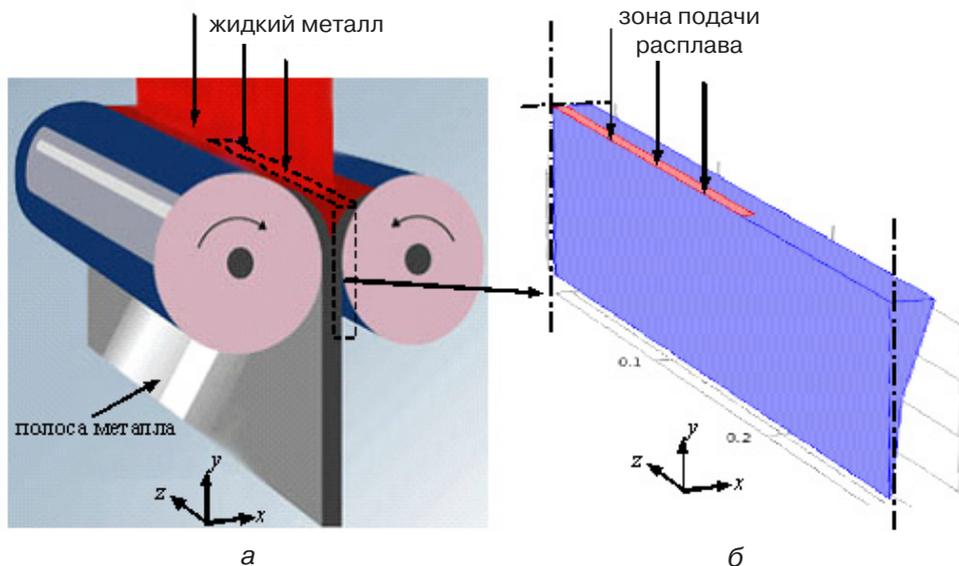


Рис. 1. Исследуемая система подачи жидкого металла в двухвалковом кристаллизаторе (а) и расчётная область задачи (б)

**Гидродинамическая задача.** Турбулентные процессы движения металла моделируются на основе следующей системы уравнений [14]:  
сохранения количества движения (уравнением Навье-Стокса):

$$\rho(u \cdot \nabla) u = \nabla \cdot [-pI + (\eta + \eta_T) \cdot (\nabla u + (\nabla \cdot u)^T)] - \frac{2}{3}(\eta + \eta_T) \cdot (\nabla \cdot u)I - \frac{2}{3}\rho kI, \quad (1)$$

и сохранения массы или уравнением неразрывности:

$$\nabla \cdot u = 0. \quad (2)$$

В уравнениях (1-2):  $u = (u, v, w)$  – вектор скорости расплавленного металла;  $p$  – давление. Это неизвестные величины. Приняты также обозначения:  $\eta$  – дина-

мическая молекулярная вязкость металла;  $\rho$  – его плотность;  $I$  – единичный тензор. Величины  $k$  и  $\eta_T$  определяются из уравнений турбулентности и описаны ниже.

Вязкость в уравнении (1) изменяется в зависимости от температуры и задаётся равной:

$$\eta = \eta(T) = \eta_b / (B(T) + 0,001), \quad (3)$$

где  $\eta_b$  – значение динамической вязкости жидкого расплава; функция  $B(T)$  представлена далее выражением (8), с её помощью определяется объёмная доля жидкой фазы. Расчётное выражение (3) обеспечивает увеличение на три порядка эффективной вязкости расплава в твёрдой фазе, подавляя тем самым вихревые структуры в его течении.

Системы (1, 2) дополняются системой, описывающей двухпараметрическую  $k - \varepsilon$  модель турбулентности [15] и состоящей из:

уравнения для кинетической энергии турбулентности  $k$  вида:

$$\rho(u \cdot \nabla)k = \nabla \cdot \left[ \left( \eta + \frac{\eta_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \varepsilon, \quad (4)$$

и уравнения скорости диссипации кинетической энергии турбулентности  $\varepsilon$ :

$$\rho(u \cdot \nabla)\varepsilon = \nabla \cdot \left[ \left( \eta + \frac{\eta_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (5)$$

После определения величин  $k$  и  $\varepsilon$  турбулентная динамическая вязкость определяется согласно выражению:

$$\eta_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (6)$$

В уравнениях (4, 5) величина  $P_k$  равна

$$P_k = \eta_T [(\nabla u : (\nabla u + (\nabla \cdot u)^T)) - \frac{2}{3}(\nabla \cdot u)^2] - \frac{2}{3}\rho k \nabla \cdot u.$$

и представляет собой скорость генерации турбулентности.

Неизвестными в уравнениях (4-5) являются  $k$  – турбулентная кинетическая энергия;  $\varepsilon$  – скорость генерации турбулентной энергии.

Стандартные постоянные модели турбулентности определены в работе [15]:

$$C_{\varepsilon 1} = 1,44; \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92; \quad C_\mu = 0,09; \quad \sigma_k = 1,0; \quad \sigma_\varepsilon = 1,3.$$

Уравнения (1-6) дополняются граничными следующими условиями:

- на поверхностях симметрии задаётся условие симметрии (см. рис. 1, б);
- на входе – скорость истечения металла из щели по условию равенства расхода;
- на выходе программой отмечается выход металла и выбирается условие нулевого давления;
- на границе валка задаётся скорость его движения  $v_0$ .

Для переменных турбулентности выбирается условие  $k = \varepsilon = 0$  на всех границах расчётной области.

*Тепловая задача.* Тепловые процессы, связанные с гидродинамическими, описываются дифференциальным уравнением конвективной теплопроводности:

$$\rho(C_p + \delta \nabla H)u \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\lambda \nabla T). \quad (7)$$

Здесь  $T$  – температура;  $\lambda$  – теплопроводность материала;  $C_p$  – теплоёмкость, определяемая с учётом фазового перехода, происходящего при затвердевании металла;  $\Delta H$  – скрытая теплота кристаллизации;  $\delta$  – дельта-функция Дирака.

В процессе фазового превращения выделяется значительное количество скрытого тепла, теоретические основы расчёта которого изложены в [9, 16].

Количество тепловой энергии на единицу массы расплава при его кристаллизации задаётся изменением энтальпии  $\Delta H$ . В общем случае для известной величины теплоёмкости материала  $C_p(T)$  изменение энтальпии в изобарическом процессе ( $p = \text{const}$ ) при нагреве от температуры  $T_1$  до  $T_2$  рассчитывается согласно термодинамическому закону Кирхгофа:

$$\Delta H|_{T_1 \rightarrow T_2} = \int_{T_1}^{T_2} C_p(T) dT.$$

Таким образом, изменение в удельной теплоёмкости при фазовом переходе приближённо определяется как

$$\Delta C_p = \Delta H / T.$$

В модели для учёта скрытой теплоты кристаллизации металла при разливке задаётся значение теплоёмкости равное  $C_p + \delta \cdot \Delta H$ . Дельта-функция Дирака  $\delta$  задавалась в программе по нормальному закону распределения Гаусса:

$$\delta = \frac{e^{-(T-T_m)^2/(\Delta T)^2}}{\Delta T \sqrt{\pi}}.$$

Здесь  $T_m = (T_L + T_S) / 2$ ;  $\Delta T = (T_L - T_S) / 2$  где  $T_S, T_L$  – температура солидуса и ликвидуса, соответственно.

Величина удельной теплоёмкости в уравнении (7) в температурном интервале  $T_S \leq T \leq T_L$  претерпевает скачок и определяется следующим равенством:

$$C_p = C_{p-s} + \frac{\Delta H}{T_m} H(T - T_m),$$

где  $C_{p-s}$  – теплоёмкость твёрдой фазы, а  $H(T - T_m)$  – ступенчатая функция Хевисайда, изменяющаяся скачкообразно при  $T = T_m$ . Для численной реализации этой функции в модели используется специальная функция Хевисайда с непрерывной второй производной – стандартная функция *flc2hs* в программе Comsol [13].

Важным вопросом моделирования тепловых процессов при разливке жидкого металла является определение границ областей твёрдой и жидкой фазы для определения зоны кристаллизации расплава. Объёмная доля жидкой фазы рассчитывается с помощью функции:

$$B = B(T) = \begin{cases} 1 & \text{при } T > T_m + \Delta T; \\ (T - T_m + \Delta T) / (2\Delta T) & \text{при } (T_m - \Delta T) \leq T \leq T_m + \Delta T; \\ 0 & \text{при } T < T_m - \Delta T. \end{cases} \quad (8)$$

Граничные условия тепловой задачи такие. Задаётся условие симметрии на поверхностях симметрии; условие конвективного потока выбирается на выходе; на входе

определяется температура подаваемого металла  $T_0$ ; на остальных границах, кроме поверхности вала, – тепловой поток, равный  $q = n \cdot (- (k + k_T) \nabla T) - \alpha (T_{\text{окр}} - T)$ , где  $\alpha$  – эффективный коэффициент теплоотдачи, значения которого зависят от тепловых условий для граничной поверхности;  $T_{\text{окр}}$  – температура окружающей среды;  $n$  – вектор внешней нормали к теплоотдающей поверхности; коэффициент теплоотдачи с поверхности вращающегося вала рассчитывается в зависимости от его линейной скорости движения  $v_0$  согласно следующему выражению [17, 18]:

$$\alpha = 17300 \cdot v_0^{0,65}, \text{ Вт / (м}^2 \cdot \text{К)}. \quad (9)$$

Система дифференциальных уравнений в частных производных (1, 2, 4, 5, 7) с учётом выражений (3, 6, 8) с описанными выше граничными условиями представляет собой математическую модель связанных гидродинамических и тепловых процессов и двухвалкового кристаллизатора.

*Связь физических задач.* Согласно классификации связанных физических задач, принятой в [19] и представленной на примере решения ряда мультифизических задач в [20], описанные выше гидродинамическая и тепловая задачи являются сильно связанными мультифизическими задачами.

Связь между задачами определяется следующим образом. С одной стороны, в уравнении движения (1) используется зависящая от температуры вязкость, определяемая с помощью выражений (3) и (6). С другой стороны, в тепловом уравнении (7) присутствует скорость расплава  $u = (u, v, w)$ .

Гидродинамическая и тепловая задачи, как сильно связанные задачи, решались совместно и одновременно. Связь задач и передача данных между ними показаны на рис. 2.



Рис. 2. Структура решаемой мультифизической задачи и передача данных между частными физическими задачами

**Численная реализация модели.** Модель реализовывалась в программном пакете Comsol методом конечных элементов. Важным в расчётах было сгущение сеточного разбиения расчётной области в зонах наибольших значений скорости, особенно в приповерхностных слоях, у границы с валком, а также на выходе расплава из канала кристаллизатора. В расчётах использовалась сетка, состоящая из 230000 конечных элементов.

Реализация модели проводилась последовательно в несколько этапов, начиная с более низких значений скорости  $v$  и задавая каждый раз найденное решение в качестве начального приближения для последующей задачи с более высоким значением скорости. Для этого в Comsol-программе использовались возможности параметрического решателя при заданном ряде параметра  $v_0 = 0, 1-1,0$  м/с с шагом 0,1 м/с.

Относительная погрешность решения совместных гидродинамической и тепловой задач задавалась равной  $10^{-3}$ . Общее время расчёта, включая скорость 1,0 м/с, составило  $\sim 4$  ч на компьютере класса Intel Core i5-2400, 3,1 ГГц, 16 ГБ ОЗУ.

Компьютерные расчёты проводились при исходных данных, приведённых в таблице.

**Данные для компьютерных расчётов**

Характеристики	Значения
Радиус валков, мм	210
Длина валка (ширина полосы), мм	600
Высота мениска, мм	70
Толщина полосы металла, мм	1
Скорость разливки (линейная скорость на валках), $v_0$ , м/с	0,1 / 0,6 / 1
Ширина щелевого питателя, мм	8
Длина щелевого питателя, мм	360
Плотность расплава, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	7000
Эффективная динамическая вязкость расплава, $\eta$ , Па/с.	6,2·10 <sup>-3</sup>
Теплопроводность, $\lambda$ , Вт/(м·К)	20
Теплоёмкость твёрдой фазы $C_{p\_S}$ , Дж/(кг·К)	670
Скрытая теплота кристаллизации, $\Delta H$ , Дж/кг	272000
Температуры ликвидус, $T_L$ / солидус, $T_S$ , °С	1460 / 1400
Температура расплава на входе в канал, $T_0$ , °С	1500
Температура окружающей среды, $T_{окр}$ , °С	27
Коэффициент теплоотдачи с поверхности валка, $\alpha$ , Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	выражение (9)
Коэффициент теплоотдачи с открытой боковой поверхности расплава, $\alpha$ , Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	100
Коэффициент теплоотдачи с верхней свободной поверхности расплава, $\alpha$ , Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	70

*Результаты компьютерных расчётов.* Распределение поля скорости течения расплава, его температуры, а также функции  $B(T)$  в объёме всей расчётной области, на отдельных поверхностях и в ряде характерных сечений этой области показаны на рис. 3-7. На рис. 4 картины скорости представлены в отличной от температуры и функции  $B(T)$  цветовой шкале. С целью большей наглядности для скорости использовано обратное цветовое отображение: более светлым оттенкам соответствуют более высокие значения скорости.

Основные особенности протекания гидродинамических и тепловых процессов при двухвалковой разливке стали с использованием щелевого питателя указанных размеров состоят в следующем.

- На рис. 3 показано распределение вектора скорости течения расплава в активной зоне при скорости движения валков 1 м/с. Видно, что течение расплава в объёме межвалкового канала имеет сложный неоднородный характер. После подачи с помощью щелевого питателя жидкий металл через тонкий приповерхностный слой (рис. 3, в) поступает на вращающийся вал и движется вдоль его поверхности по направлению к выходу из кристаллизатора. При этом в центральной части канала возникают вихревые структуры, приблизительно одинаковые в различных поперечных сечениях канала. Активная область, где развивается вихревое течение расплава, составляет примерно 3/4 высоты канала. В ней формируются две застойные зоны – зона 1 на оси симметрии (рис. 3, б) и зона 2 в центре вихревых структур (рис. 3, в). Именно в эти зоны можно, при необходимости, вводить присадки, улучшающие структуру и качество получаемого слитка.

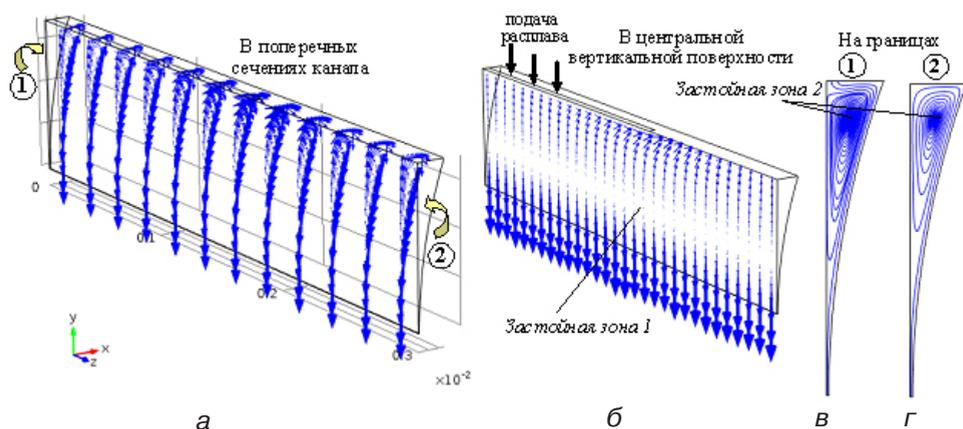


Рис. 3. Характерные распределения поля скорости в расчётной области (показано стрелками) в ряде поперечных сечений межвалкового пространства (а) и в центральной вертикальной поверхности канала (б), а также (линии потока) на границе 1 – на оси симметрии по длине валков (в) и на границе 2 – на краю канала (г); линейная скорость движения валков – 1 м/с

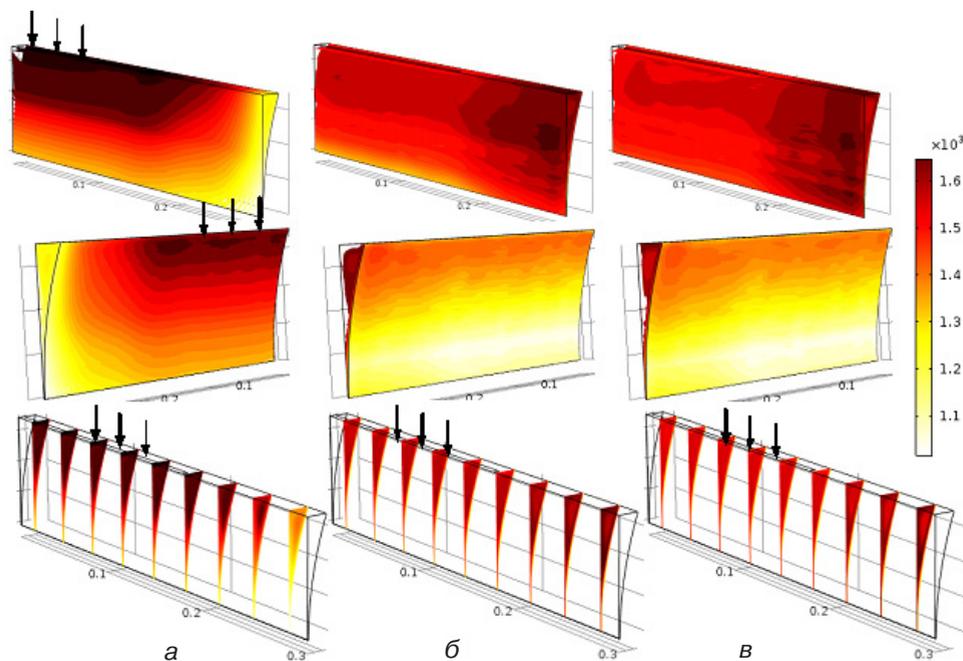


Рис. 4. Распределение температуры на поверхности слитка: на центральной вертикальной поверхности (вверху) и на границе с валком (в центре), а также в ряде поперечных сечений межвалкового канала (внизу) при различных значениях скорости валков: 0,1 м/с (а); 0,6 м/с (б); 1 м/с (в)

• На рис. 4 приведено распределение температуры на различных поверхностях слитка и в его поперечных сечениях при различных значениях скорости вращения валков. Видно, что с увеличением скорости область, заполненная жидким металлом, проникает всё дальше вглубь активной зоны. Это также отражено на рис. 6, где показаны изолинии распределения температуры – изолиния с температурой плавления  $1460\text{ }^{\circ}\text{C}$  характеризует границу перехода расплава из жидкого состояния в твёрдое. Эффект углубления области с жидкой фазой расплава связан с тем, что с ростом скорости валков уменьшается время нахождения расплава между валками,

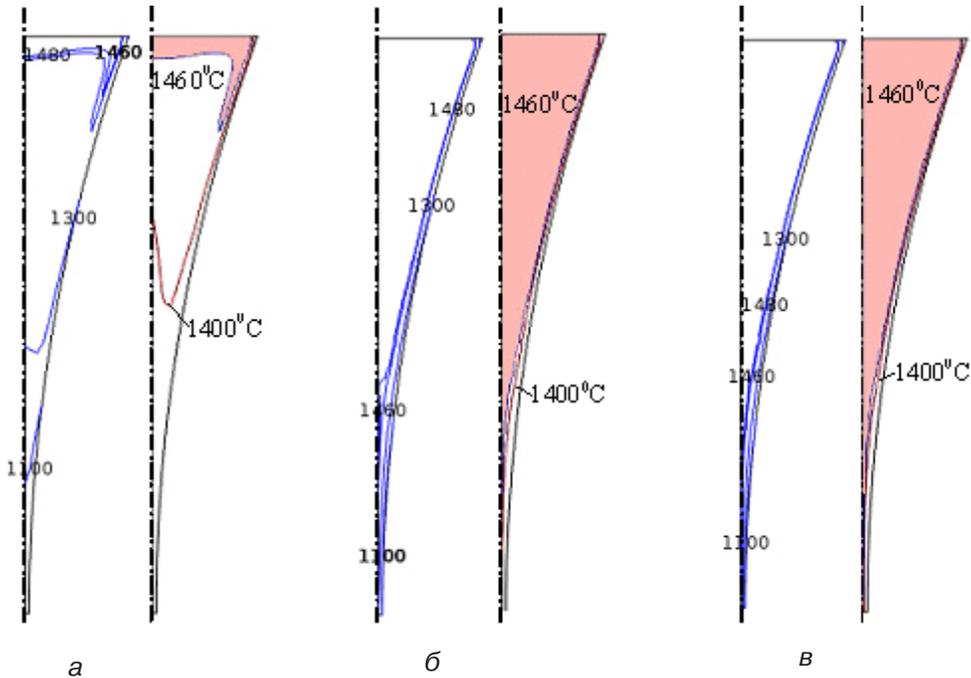


Рис. 5. Изолинии температуры в центральном поперечном сечении (на границе 2, показанной на рис. 3, а), соответствующие значениям 1100, 1300, 1460 и 1480 °С (картины слева); изолинии температуры ликвидус и солидус – 1460, 1400 °С и отмеченная цветом зона с температурой выше 1460 °С (картины справа) при различной скорости валков: 0,1 м/с (а); 0,6 м/с (б); 1 м/с (в)

а отсюда и время его охлаждения. При скорости разлива, равной 1 м/с, затвердевание металла происходит лишь в тонком слое вблизи поверхности валков по всей высоте канала (рис. 6, в).

• На рис. 6 показано распределение функции, определяющей объёмную долю жидкой фазы расплава  $B(T)$ , которая рассчитывается с помощью выражения (8). Данные рисунка свидетельствуют, что значение функции  $B(T) = 0,5$ , соответствующее температуре  $T_m$ , при малой скорости валков локализовано в приповерхностном слое на входе металла в канал кристаллизатора, а при большой скорости ( $v_0 = 1$  м/с)

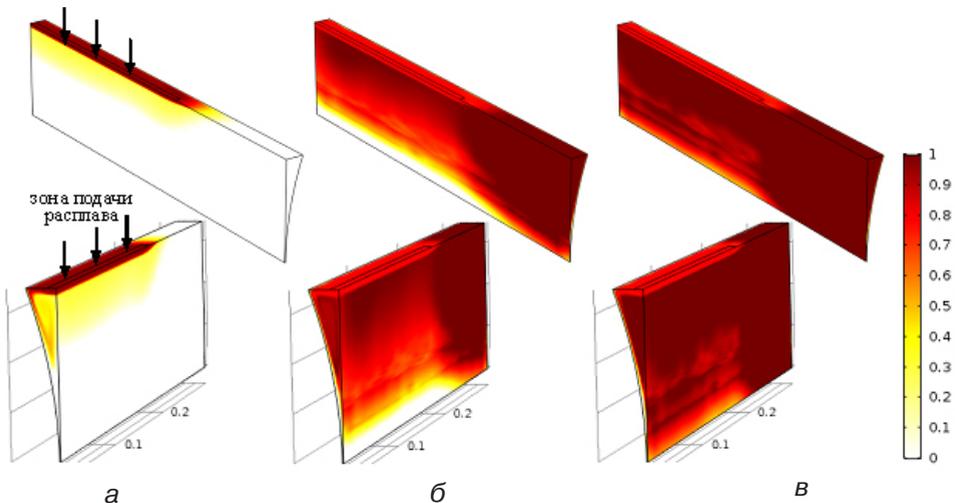


Рис. 6. Пространственное распределение в цвете функции  $B$ , отражающей переход расплава из жидкой в твёрдую фазу, при различных значениях линейной скорости валков: 0,1 (а); 0,6 (б); 1,0 м/с (в)

оно расположено на выходе из канала. Другими словами, при увеличении скорости валков-кристаллизаторов процесс «бесслитковой прокатки» листа превращается собственно в литье по схеме «жидкой прокатки».

### Заключение

Разработаны математическая модель и численная методика расчёта трёхмерных гидродинамических и тепловых процессов в двухвалковом кристаллизаторе в случае подачи расплава через щелевой питатель. Компьютерная методика реализована для случая турбулентного течения металла в установившемся режиме работы кристаллизатора.

Получены распределения скорости движения расплава и температуры в активной зоне кристаллизатора при различных значениях линейной скорости движения валков в интервале 0,1–1 м/с. Установлено, что с ростом скорости разливки область с расплавленным металлом всё более распространяется вглубь активной области кристаллизатора. При скорости движения валков 1 м/с затвердевание металла происходит лишь в тонком слое вблизи поверхности вращающихся валков по всей высоте канала.



### Список литературы

1. Гридин А. Ю. Получение полос из высокопрочных алюминиевых сплавов валковой разливкой-прокаткой / А. Ю. Гридин, В. Шапер, В. Н. Данченко // Обработка материалов давлением – 2011. – № 3 (28). – С. 184-194.
2. Ge S., Isac M., Guthrie I. L. Progress of strip casting technology for steel; historical developments. Review // ISIJ International. – 2012. – Vol. 52, № 12. – P. 2109-2122.
3. Okumura H. Recent trends and future prospects of continuous casting technology // Nippon Steel Technical Report. – 1994. – No. 61. – P. 9–14. – <http://www.nssmc.com/en/tech/report/nsc/pdf/6102.pdf>
4. Yamaguchi J., Nakashima T., Sawai T. Change and development of continuous casting technology // Nippon Steel Technical Report. – 2013. – No. 104. – P. 13–20 – <http://www.nssmc.com/en/tech/report/nsc/pdf/104-04.pdf>
5. Guthrie R. I. L., Tavares R. P. Mathematical and physical modelling of steel flow and solidification in twin-roll / horizontal belt thin-strip casting machines // Applied Mathematical Modelling. – 1998. – Vol. 22, Is. 11. – P. 851-872.
6. Santos C. A., Spim J. A., Garcia A. Modeling of solidification in twin-roll strip casting // Journal of Materials Processing Technology. – 2000. – Vol. 102. – P. 33-39.
7. Park J. J. Finite-element analysis of melt flow in a vertical twin-roll casting // Metals and Materials International. – 2014. – Vol. 20, Is. 2. – P. 317-322.
8. Zhu G., Zhang Y. Analysis of casting roll temperature distribution and thermal deformation in twin-roll continuous strip casting // Journal of Manufacturing Science and Engineering. – 2014. – Vol. 136. – P. 034501-1–034501-5. – [http://web.missouri.edu/~zhangyu/Pubs/201\\_Zhu%20and%20Zhang\\_JMSE\\_2014.pdf](http://web.missouri.edu/~zhangyu/Pubs/201_Zhu%20and%20Zhang_JMSE_2014.pdf)
9. Voller V. R., Prakash C. A fixed grid numerical modelling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems // International Journal of Heat Mass Transfer. – 1987. – Vol. 30. – P. 1709–1719.
10. Pryor R. W. Modeling materials through a phase transition: using Comsol multiphysics and applying physics first principles techniques // Proceedings of the COMSOL Conference. – Boston, 2007. – [http://www.pksez1.com/Assets/Modeling\\_Materials\\_Phase\\_Transition.pdf](http://www.pksez1.com/Assets/Modeling_Materials_Phase_Transition.pdf)
11. Mieke A. Numerical investigation of horizontal twin-roll casting of the magnesium alloy AZ31 // Dr. Ing. Thesis. – Technische Universität Bergakademie Freiberg, Faculty of Mechanical, Process and Energy Engineering. – 2014. – 189 p. – [http://www.qucosa.de/fileadmin/data/qucosa/documents/14962/Diss\\_Mieke\\_genehmigt.pdf](http://www.qucosa.de/fileadmin/data/qucosa/documents/14962/Diss_Mieke_genehmigt.pdf)
12. Ноговицын А. В. Численное моделирование гидродинамических и тепловых процессов при непрерывной двухвалковой разливке стали / А. В. Ноговицын, А. Д. Подольцев, Кучерявая И.Н. // Металл и литье Украины. – 2015. – № 3(262). – С. 15-20.

13. COMSOL multiphysics modeling and simulation software – <http://www.comsol.com>
14. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
15. *Launder B. E., Spalding D. B.* Mathematical models of turbulence. – London / New York: Academic Press, 1972. – 169 p.
16. Самойлович Ю.А. Тепловые процессы при непрерывном литье стали / Ю. А. Самойлович. – М.: Металлургия, 1982. – 152 с.
17. *Guthrie R. I. L., Isac M., Kim J. S. Tavares R. P.* Measurements, simulations, and analyses of instantaneous heat fluxes from solidifying steels to the surfaces of twin roll casters and of aluminum to plasma-coated metal substrates. // Metallurgical and Materials Transactions B-Process Metallurgy and Materials Processing Science. – 2000. – Vol. 31, Is. 5. – P. 1031-1047.
18. *Wang G.-X., Matthys E. F.* On the heat transfer at the interface between a solidifying metal and a solid substrate // Proceedings of Internat. Symp. on Melt-spinning, Strip Casting, and Slab Casting. / Eds. E. F. Matthys and W. G. Truckner. – TMS Pub., USA, 1996. – P. 205-236.
19. *Hameyer K., Driesen J., De Gersem H., Belmans R.* The classification of coupled field problems // IEEE Trans. on Magnetics. – 1999. – Vol. 35, No. 3. – P. 1618-1621.
20. Подольцев А. Д. Мультифизическое моделирование в электротехнике / А. Д. Подольцев, И. Н. Кучерявая. – Киев: Ин-т электродинамики НАН Украины, 2015. – 305 с.



## References

1. Gridin A. Ju., Shaper M., Danchenko V. N. (2011). Poluchenie polos iz vysokoprochnykh aliuminievyykh splavov valkovoi razlivkoi-prokatskoi. Obrabotka materialov davleniem, № 3 (28), pp. 184-194 [in Russian].
2. Ge S., Isac M., Guthrie I. L. (2012). Progress of strip casting technology for steel; historical developments. Review, ISIJ International, vol. 52, № 12, pp. 2109-2122 [in English].
3. Okumura H. (1994). Recent trends and future prospects of continuous casting technology. Nippon Steel Technical Report, no. 61, pp. 9-14. <http://www.nssmc.com/en/tech/report/nsc/pdf/6102.pdf> [in English].
4. Yamaguchi J., Nakashima T., Sawai T. (2013). Change and development of continuous casting technology. Nippon Steel Technical Report, no. 104, pp. 13-20. <http://www.nssmc.com/en/tech/report/nsc/pdf/104-04.pdf> [in English].
5. Guthrie R. I. L., Tavares R. P. (1998). Mathematical and physical modelling of steel flow and solidification in twin-roll / horizontal belt thin-strip casting machines. Applied Mathematical Modelling, vol. 22, is. 11, pp. 851-872. [in English].
6. Santos C. A., Spim J. A., Garcia A. (2000). Modeling of solidification in twin-roll strip casting. - Journal of Materials Processing Technology, vol. 102, pp. 33-39 [in English].
7. Park J. J. (2014). Finite-element analysis of melt flow in a vertical twin-roll casting. Metals and Materials International, vol. 20, is. 2, pp. 317-322. [in English].
8. Zhu G., Zhang Y. (2014). Analysis of casting roll temperature distribution and thermal deformation in twin-roll continuous strip casting. Journal of Manufacturing Science and Engineering, vol. 136, pp. 034501-1–034501-5. [http://web.missouri.edu/~zhangyu/Pubs/201\\_Zhu%20and%20Zhang\\_JMSE\\_2014.pdf](http://web.missouri.edu/~zhangyu/Pubs/201_Zhu%20and%20Zhang_JMSE_2014.pdf) [in English].
9. Voller V. R., Prakash C. (1987). A fixed grid numerical modelling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems. International Journal of Heat Mass Transfer, vol. 30, pp. 1709-1719 [in English].
10. Pryor R. W. Modeling materials through a phase transition: using Comsol multiphysics and applying physics first principles techniques. Proceedings of the COMSOL Conference. Boston, 2007. [http://www.pksez1.com/Assets/Modeling\\_Materials\\_Phase\\_Transition.pdf](http://www.pksez1.com/Assets/Modeling_Materials_Phase_Transition.pdf) [in English].
11. Mieke A. Numerical investigation of horizontal twin-roll casting of the magnesium alloy AZ31 // Dr. Ing. Thesis. Technische Universit t Bergakademie Freiberg, Faculty of Mechanical, Process and Energy Engineering, 2014, 189 p. [http://www.qucosa.de/fileadmin/data/qucosa/documents/14962/Diss\\_Mieke\\_genehmigt.pdf](http://www.qucosa.de/fileadmin/data/qucosa/documents/14962/Diss_Mieke_genehmigt.pdf) [in English].
12. Nogovicyn A. V., Podol'cev A. D., Kucheriavaja I. N. (2015). Chislennoe modelirovanie gidrodinamicheskikh i teplovykh processov pri nepreryvnoi dvuhvalkovoi razlivke stali. Metall i lit'io Ukrainy, № 3 (262), pp. 15-20 [in Russian].

13. COMSOL multiphysics modeling and simulation software. <http://www.comsol.com> [in English].
14. Lojcsjanskij L. G. (1978). *Mehanika zhidkosti i gaza*. Moscow: Nauka, 736 p. [in Russian].
15. Launder B. E., Spalding D. B. (1972). *Mathematical models of turbulence*. London / New York: Academic Press, 169 p. [in English].
16. Samojlovich Ju. A. (1982). *Teplovye processy pri nepreryvnom lit'e stali*. Moscow: Metallurgija, 152 p. [in Russian].
17. Guthrie R. I. L., Isac M., Kim J. S. Tavares R. P. (2000). Measurements, simulations, and analyses of instantaneous heat fluxes from solidifying steels to the surfaces of twin roll casters and of aluminum to plasma-coated metal substrates. *Metallurgical and Materials Transactions B-Process Metallurgy and Materials Processing Science*, vol. 31, is. 5, pp. 1031-1047 [in English].
18. Wang G.-X., Matthys E. F. (1996). On the heat transfer at the interface between a solidifying metal and a solid substrate. *Proceedings of Internat. Symp. on Melt-spinning, Strip Casting, and Slab Casting*. / Eds. E. F. Matthys and W. G. Truckner. TMS Pub., USA, pp. 205-236 [in English].
19. Hameyer K., Driesen J., De Gerssem H., Belmans R. (1999). The classification of coupled field problems. *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 35, no. 3. pp. 1618-1621 [in English].
20. Podol'cev A. D., Kucheriavaia I. N. (2015). *Mul'tifizicheskoe modelirovanie v elektrotehnike*. Kiev: In-t electrodynamics NAS of Ukraine, 305 p. [in Russian].

Поступила 23.02.2016

***К сведению читателей  
и подписчиков!  
Телефон редакции  
журнала «Процессы литья»:  
(044) 424-04-10***