

УДК 621.746.5.047

А. Н. Смирнов, В. Г. Ефимова*

Физико-технологический институт металлов и сплавов НАН Украины, Киев

*Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев

ОЦЕНКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ В СТАЛИ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА СТЕРЕОЛОГИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ

Рассмотрена оценка содержания неметаллических включений в готовой продукции методом стереологической реконструкции. Опираясь на разработанную методику, нами была проведена количественная оценка загрязнённости непрерывнолитых заготовок неметаллическими включениями с использованием методики стереологической реконструкции логнормального распределения размеров включений стали марки 45 и применением продувки через кольцевую фурму и без неё. Данные исследований показали, что использование методики стереологической реконструкции включений позволяет прогнозировать количество крупных неметаллических включений в исследуемых образцах металла.

Ключевые слова: стереологическая реконструкция, логнормальное распределение, неметаллические включения, оксиды.

Розглянуто оцінку вмісту неметалевих включень в готовій продукції методом стереологічної реконструкції. Опираючись на розроблену методику, нами було проведено кількісну оцінку забрудненості безперервнолитих заготовок неметалевими включеннями з використанням методики стереологічної реконструкції логнормального розподілу розмірів включень сталі марки 45 із застосуванням продувки через кільцеву фурму і без неї. Дані досліджень показали, що використання методики стереологічної реконструкції включень дозволяє прогнозувати кількість великих неметалевих включень в досліджуваних зразках металу.

Ключові слова: стеріологічна реконструкція, логнормальний розподіл, неметалеві включення, оксиди.

It was considered the evaluation of the content of non-metallic inclusions in the final product by stereological reconstruction. Based on the methodology developed by us it was carried out quantitative estimation of contamination of non-metallic inclusions cast billets using stereological methods of reconstruction of lognormal distribution of sizes of inclusions steel grade 45 with blowing lance through a ring and without it. These studies have shown that the use of techniques stereological reconstruction inclusions allows to predict the number of large non-metallic inclusions in the test metal samples.

Keywords: stereochemical reconstruction, lognormal distribution, non-metallic stereological inclusions, oxides.

Неметаллические включения, образующиеся в процессе производства стали, оказывают значительное влияние на свойства стали и металлопродукции. Удаление неметаллических включений в процессах производства стали играет гла-

венствующую роль при получении продукции высокого качества. Главной задачей металлургов является удаление неметаллических включений, а также контроль природы и распределения оставшихся в стали включений. Стереологический анализ включений в металле может быть использован для получения информации об их размере и количестве.

Так, по данным работы [1] 1 кг стали LCAK содержит 10^7 - 10^9 включений, в том числе около 400 размером 80-130 мкм, 10 – 130-200 мкм и 1...2 включения размером 200-270 мкм и более [2, 3]. Исследования [4] показывают, что содержание мелких включений по количеству перевешивает количество крупных, однако полное содержание последних может быть больше [5]. Иногда образование трещины может быть вызвано единственным крупным включением одной плавки. Поэтому, понятие «чистая сталь» включает в себя, не только управление содержанием всех включений, но и уход от включений больших, чем критический размер, который отражается на качестве готовой продукции.

Содержащиеся в стали неметаллические включения в большинстве своём представлены оксидами. Между тем, критериальная оценка загрязнённости стали представляется весьма затруднительной и в отдельных случаях носит условный характер.

Среди металлографических методов широкое распространение в практике заводских лабораторий получил метод сравнения со стандартными шкалами, позволяющий довольно быстро оценить загрязнённость стали неметаллическими включениями в баллах по шкале того или иного стандарта. К сожалению, ни одна из действующих шкал, а именно – ГОСТ 1778-70, ASTM E45, ISO 4967:1979, SKF и др., не отражает полностью реальной степени загрязнённости стали [6]. При этом данные химического анализа исследуемых образцов свидетельствуют, что содержание неметаллических включений превышает на 20-30 % данные, полученные посредством использования стандартных металлографических методик.

Более широкие возможности оценки загрязнённости стали раскрываются при использовании количественных методов, которые подразделяются на следующие разновидности: изменение размеров включений; определение объёмной доли включений; статистические методы оценки размеров и распределения включений [7].

Недостатком первых двух методов является то, что при количественной оценке не учитывается морфология и химический состав включений и их распределение.

В настоящее время большое распространение среди количественных методов получили статистические методы оценки размеров и распределения включений [7].

Источником информации о параметрах трёхмерной структуры служит двумерная (плоскостная) структура сечения сплава, наблюдаемая на плоскости шлифа. При этом элементы пространственной структуры представлены их следами, а микро-частица – её сечением.

Когда образец стали, содержащий неметаллические включения, пересекает плоскость, то большинство частиц проходит не через максимальный диаметр, поэтому видимая часть включений имеет меньшие размеры, рис. 1. Следовательно, измерение размера содержащихся частиц неметаллических включений будут иметь

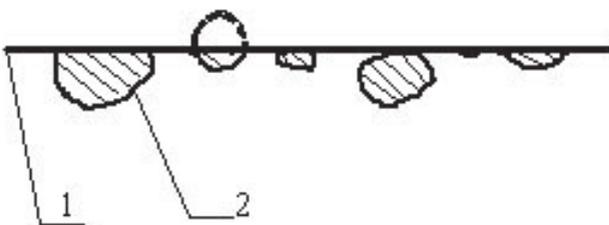
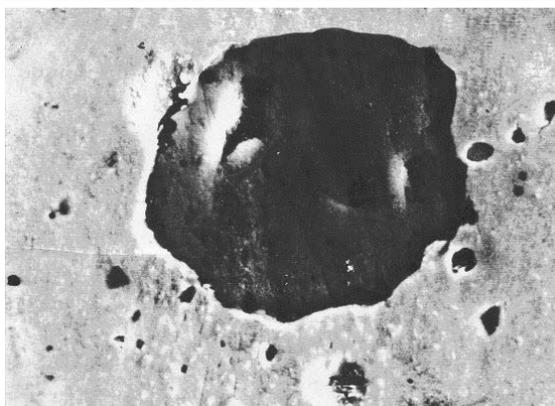


Рис. 1. Видимое число и размеры неметаллических включений на срезе шлифа

некоторый перекокс в сторону меньших размеров. Так, проведённые нами исследования позволили обнаружить в образце стали включение размером 180 мкм (рис. 2), которое располагалось в трещине в середине образца.

Между тем, определённым недостатком известных статистических методов оценки за-

грязнённости стали следует считать тот факт, что распределение включений строится только на основании визуального подсчёта включений [7]. Поэтому количество определённых неметаллических включений будет на 20-30 % ниже, чем на самом деле. В этом случае весьма важным является правильный выбор полей для подсчёта включений, увеличение и т. п. Особенно важно то, что с помощью микроскопа можно определить размер видимых включений.



Следовательно, в конечном счёте получаемая статистическая кривая распределения несёт информацию главным образом о видимой части включений. В то же время информация о невидимой части включений может иметь решающее значение, поскольку их количество может существенно превышать долю видимых включений.

Рис. 2. Неметаллическое включение, размером 180 мкм, обнаруженное при стандартных методах исследования

Таким образом, для всесторонней оценки загрязнённости стали неметаллическими включениями необходимо проводить комплексный анализ, включающий оценку их состава, морфологии, размеров и распределения. Для статистической оценки распределения неметаллических включений по размерам нами была разработана методика, позволяющая в конечном счёте имитировать распределение крупных включений.

Для использования разработанной методики на практике в настоящей работе были проведены дополнительные исследования по оптимизации следующих исходных параметров: определение рационального диапазона увеличения микроскопа; выбор исследуемого поля; выбор матрицы для расширения кривой в соответствии с заданными критериями.

По данным работ [4] известно, что достаточно достоверной можно считать гипотезу о логарифмически нормальном (логнормальном) распределении эквивалентных диаметров неметаллических включений. В основе логнормального распределения лежит мультипликативный процесс формирования случайных величин, то есть процесс, в котором действие каждого добавочного фактора на случайную величину пропорционально достигнутому уровню [8-11]. Функция плотности логнормального распределения описывается выражением:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_{\ln x} \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma_{\ln x}} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где μ и $\ln x$ – соответственно среднее арифметическое значение и среднеквадратичное отклонение логарифмов.

При этом конечная информация о чистоте стали представлена в виде кривой распределения эквивалентных диаметров неметаллических включений, полученных на основании статистической оценки.

Возможные ошибки в случае использования методов статистической оценки связаны в основном с неправильным выбором увеличения и площади исследуемого поля при анализе поверхности шлифа.

В работе оценку загрязнённости производили на оптическом металлографическом микроскопе Neophot. Это позволило определить не только количество, но и природу, размеры, форму и расположение включений. Предварительный анализ

загрязнённости металла неметаллическими включениями показал, что оптимальным является увеличение $\times 300$. При оценке загрязнённости шлифа диаметром 10 мм подсчёт неметаллических включений производили на участке размером 4×4 мм. Исследуемое поле составило 5 % площади поверхности шлифа. Выбор исследуемого поля обусловлен необходимостью фиксировать не только мелкие, но и более крупные включения, с целью обеспечения объективности анализа. Указанная площадь набрана 64 микрофотографиями 500×500 мкм. Далее с использованием анализатора изображения Thixomet PRO необходимой площади, соответствующую размеру поля зрения, видимого в окуляры микроскопа при увеличении $\times 100$, собирали последовательной прецизионной склейкой «на лету» смежных полей зрения. Таким образом было получено панорамное изображение структуры площади исследуемого шлифа. Весь цикл измерений включает следующие действия: изготовление панорамы участка шлифа; детектирование включений; разделения включений по типам и размерам. Для оценки количества неметаллических включений в стали на каждой панораме измеряли площадь всех обнаруженных включений по размеру отдельно для кислородной группы, в том числе строчечных включений (СХ, ОС, СП), для крупных единичных включений (СН), и мелких точечных включений (ОТ).

Для получения кривой распределения всю обнаруженную совокупность неметаллических включений (отдельно для сульфидов и оксидов) делили по размерам на интервалы. Результаты анализа в значительной степени зависели от числа интервалов, то есть размерных групп, как это было установлено С. А. Салтыковым [7] и И. Д. Симпсоном [12]. Верхняя граница, как и среднее значение, каждого последующего интервала получается умножением предыдущего значения на коэффициент, равный $\sqrt{2} = 1,41$ для распределения эквивалентных диаметров.

По полученным эмпирическим данным $Y_{\Delta i}$ рассчитывают теоретические частоты Y_{Ti} логнормального распределения. При расчётах используются не центры интервалов X_i , а их верхние границы X'_i . Для первой теоретической частоты [8]:

$$Y_{T1} = n \int_0^{x_1} \frac{1}{\sigma_{\ln x} \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\varphi^2\right) d\varphi = nF(\varphi), \quad (2)$$

где n – сумма частот эмпирического распределения, $n = \sum_{i=1}^k Y_{\Delta i}$; $\sigma_{\ln x}$ – среднеквадратичное отклонение для центров интервалов

$$\sigma_{\ln x} = \frac{\left[\sum_{i=1}^k ((\ln x'_i) \cdot Y_{\Delta i} - \mu)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{n - 1}. \quad (3)$$

Чем меньше значение $\sigma_{\ln x}$ ($0 < \sigma_{\ln x} < 1$), тем ближе исходное распределение к логнормальному закону

$$\varphi_i = \frac{\ln x'_i - \mu}{\sigma_{\ln x}}, \quad (4)$$

μ – среднее арифметическое значение логарифмов

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k (\ln x) \cdot Y_{\Delta i}}{n}, \quad (5)$$

$F(\varphi)$ – интеграл Лапласа [8]

$$F(\varphi) = \int_{x_{i-1}'}^{x_i} \frac{1}{\sigma_{\ln x} \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\varphi^2\right) d\varphi. \quad (6)$$

Для всех остальных частот:

$$Y_{T_i} = n \int_0^{x_i} \frac{1}{\sigma_{\ln x} \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\varphi^2\right) d\varphi = n[F(\varphi_i) - F(\varphi_{i-1})]. \quad (7)$$

Проверка соответствия исходных эмпирических данных логнормальному закону распределения осуществляется по критериям X^2 , λ и медианному критерию Me [110-112, 126 Ч].

Следующим шагом анализа, который служит для определения объёмного удельного количества неметаллических включений и количества включений в просмотренном объёме, является стереологическая реконструкция исходных данных. Как установил А. Франклин [11], поверхностное содержание неметаллических включений пропорционально их объёмному содержанию. Следовательно, процентное содержание неметаллических включений может быть записано в следующем виде, %:

$$\rho = \frac{S_{\text{н.в.}}}{S_0} \cdot 100 = \frac{V_{\text{н.в.}}}{V_c} \cdot 100 = V_{\text{н.в.}}; \quad V_{\text{н.в.}} \cdot \frac{\rho_{\text{н.в.}}}{\rho_c} = M_{\text{н.в.}}, \quad (8)$$

где $S_{\text{н.в.}}$ – площадь поверхности неметаллических включений в исследуемом поле просмотра, мкм²; S_0 – площадь исследуемого поля просмотра, мкм²; $V_{\text{н.в.}}$ (%) – объём неметаллических включений в исследуемом поле стали, мкм³; V_c – исследуемый объём стали, мкм³; $V_{\text{н.в.}}$ – объёмный процент неметаллических включений в стали, %; $\rho_{\text{н.в.}}$ и ρ_c – плотность неметаллических включений и стали соответственно, кг/м³; $M_{\text{н.в.}}$ – массовый процент неметаллических включений, %. Для удобства расчётов примем 1 %мас. = 10⁴ ppm.

Для низколегированных сталей с высокой степенью точности можно принимать, что оксиды представлены, в основном, соединениями Al_2O_3 и SiO_2 . Тогда расчёт содержания кислорода в стали по количеству неметаллических включений можно выполнить по следующим зависимостям:

$$M_{\text{O}} = \left[V_{\text{Al}_2\text{O}_3} \cdot \frac{\rho_{\text{Al}_2\text{O}_3} \cdot 3A_{\text{O}}}{\rho_c (2A_{\text{Al}} + 3A_{\text{O}})} + V_{\text{SiO}_2} \cdot \frac{\rho_{\text{SiO}_2} \cdot 2A_{\text{O}}}{\rho_c (A_{\text{Si}} + 2A_{\text{O}})} \right] \cdot 10^4, \quad (9)$$

где A_{O} , A_{Al} , A_{Si} – атомные массы марганца, кислорода, алюминия, кремния, соответственно, г/моль; $\rho_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 3978$ кг/м³; $\rho_{\text{SiO}_2} = 1980$ кг/м³.

Полученные по формулам (9) значения содержания кислорода и серы в стали сравниваются с соответствующими данными химического анализа. Поскольку при подсчёте неметаллических включений часть из них выпадает из анализа в силу невозможности фиксирования крупных включений, значения содержания кислорода, подсчитанные методом стереологической реконструкции, всегда меньше значений, полученных в результате химического анализа. Поэтому можно получить дополненную кривую распределения, описывающую всю совокупность включений в соответствии с химическим анализом. При разработке математической модели

для получения дополненной кривой логнормального распределения размеров неметаллических включений используется следующая схема:

- все значения частот соответствующих эквивалентных диаметров неметаллических включений слева от максимального значения на исходной теоретической кривой остаются неизменными, так как эти включения достаточно легко фиксировать с помощью оптического микроскопа;
- расширение начинали с точки, соответствующей максимальной частоте включений по следующей формуле:

$$Y_j' = Y_{\max} + z \cdot N_1, \quad (10)$$

- расширение нисходящей части кривой:

$$Y_j' = Y_{j-1}' + z \cdot N_i, \quad (11)$$

- расширение восходящей части исходной кривой:

$$Y_j' = Y_{j-1}' - z \cdot N_i, \quad (12)$$

где Y_j' – частота включений в дополненной кривой распределения; Y_{\max} – максимальная частота включений в исходной теоретической кривой распределения; z – шаг расширения кривой; N_i – коэффициенты расширения кривой, выбираемые в соответствии с матрицей $LN - A$ и $LN - G$.

Основными факторами, формирующими дополненную кривую распределения, является шаг расширения кривой z и коэффициенты расширения кривой N_i . Значения коэффициентов расширения выбирали таким образом, чтобы обеспечить условие логнормальности всей дополненной кривой относительно неизменяемой части исходной теоретической кривой. Шаг расширения кривой z предварительно можно определить по формуле:

$$z = \frac{M_1 - M_2}{M_1}, \quad (13)$$

где M_1 – содержание элемента, определённое в результате химического анализа; M_2 – содержание элемента определённое по выражению (10) или (11).

Нижнюю часть восходящей ветви дополненной кривой распределения получали путём переноса значений неизменной части нисходящей ветви относительно оси симметрии, в качестве которой принимается вертикальная линия, проходящая через максимальное значение в дополненной кривой распределения. Правильность выбора шага и коэффициентов расширения можно определить по значениям асимметрии β_1 и эксцесса β_2 для получения дополненной кривой распределения [7]:

$$\beta_1 = \frac{|U_3| \cdot U_3}{U_2^3}, \quad (14)$$

$$\beta_2 = \frac{U_4}{U_2^2} \quad (15)$$

где U_2, U_3, U_4 – характеристические моменты, определяемые в зависимости от значений средних арифметических величин V_1, V_2, V_3 и V_4 :

$$U_2 = V_2 - V_1^2, \quad U_3 = V_3 - 3V_1 \cdot V_2 + 2V_1^3, \quad U_4 = V_4 - 4V_1 \cdot V_3 + 6V_1^2 \cdot V_2 - 3V_1^4, \quad (16)$$

$$V_1 = \frac{\left[\sum_{j=1}^k x_j \right]}{B_s}, V_2 = \frac{\left[\sum_{j=1}^k (x_j)^2 \right]}{B_s}, V_3 = \frac{\left[\sum_{j=1}^k (x_j)^3 \right]}{B_s}, V_4 = \frac{\left[\sum_{j=1}^k (x_j)^4 \right]}{B_s}, \quad (17)$$

где x_j – средние эквивалентные диаметры неметаллических включений для соответствующих интервалов; B_s – сумма неметаллических включений по дополненному распределению.

Критериями того, что полученная статистическая закономерность соответствует логнормальному закону распределения, являются значение β_1 , близкое к нулю, и значение β_2 , приближающееся к 3, но не превышающее 5. Если $\beta_2 > 5$, распределение отлично от нормального. Подбор дополненной кривой распределения не ограничивали расчётом значений асимметрии β_1 и эксцесса β_2 . Параллельно выполняли расчёт массового процента неметаллических включений по дополненному распределению с целью получения содержания элемента, максимально приближённого к данным химического анализа.

Схема математической модели расширения исходной теоретической кривой логнормального распределения размеров неметаллических включений приведена на рис. 3.

Таким образом, разработанная методика позволяет осуществлять полную статистическую оценку распределения размеров неметаллических включений в стали, что имеет особое практическое значение в условиях сравнительного анализа с точки зрения загрязнённости стали крупными неметаллическими включениями, визуализация которых с помощью обычных оптических микроскопов затруднена.

Опираясь на разработанную методику, авторами была проведена количественная оценка загрязнённости непрерывнолитых заготовок неметаллическими включениями, применяя при этом методику стереологической реконструкции логнормального распределения размеров включений стали марки 45, а также продувку через кольцевую фурму и без неё. Металл разлитый без продувки аргоном – опытный, а с применением продувки – сравнительный. При анализе учитывали оксиды, выделившиеся в виде самостоятельной фазы. Минимальный диаметр, обнаруженных при использовании микроскопа включений оксидов, равен 2 мкм, а максимальный – не превышал 60-65 мкм. При расчёте массы содержащегося в обнаруженных оксидах кислорода и сравнении её с данными химического анализа оказалось от 36 до 70 % оксидов в опытном слитке и от 75 до 98 % – в сравнительном. На рис. 4, а, б показаны исходные и дополненные распределения размеров оксидов.

Количественная оценка загрязнённости стали оксидами показала, что в опытном металле наиболее часто встречаются оксиды с эквивалентным диаметром 30-40 мкм, а в сравнительном – 20-25. Максимальный размер оксидов в опытном слитке, в основном, не превышал 10 мкм, в сравнительном – 60 мкм. Однако главное отличие распределения состояло в смещении расположения кривых в опытном и сравнительном металле в сторону увеличения числа крупных включений.

Таким образом при использовании методики стереологической реконструкции распределения неметаллических включений было обнаружено, что неучтёнными остались, в среднем, около 40 % крупных включений в сравнительном металле и 15 % – в опытном. Получены зависимости распределения оксидов в отлитом металле (рис. 4, а, б). Эти данные свидетельствуют, что данный метод

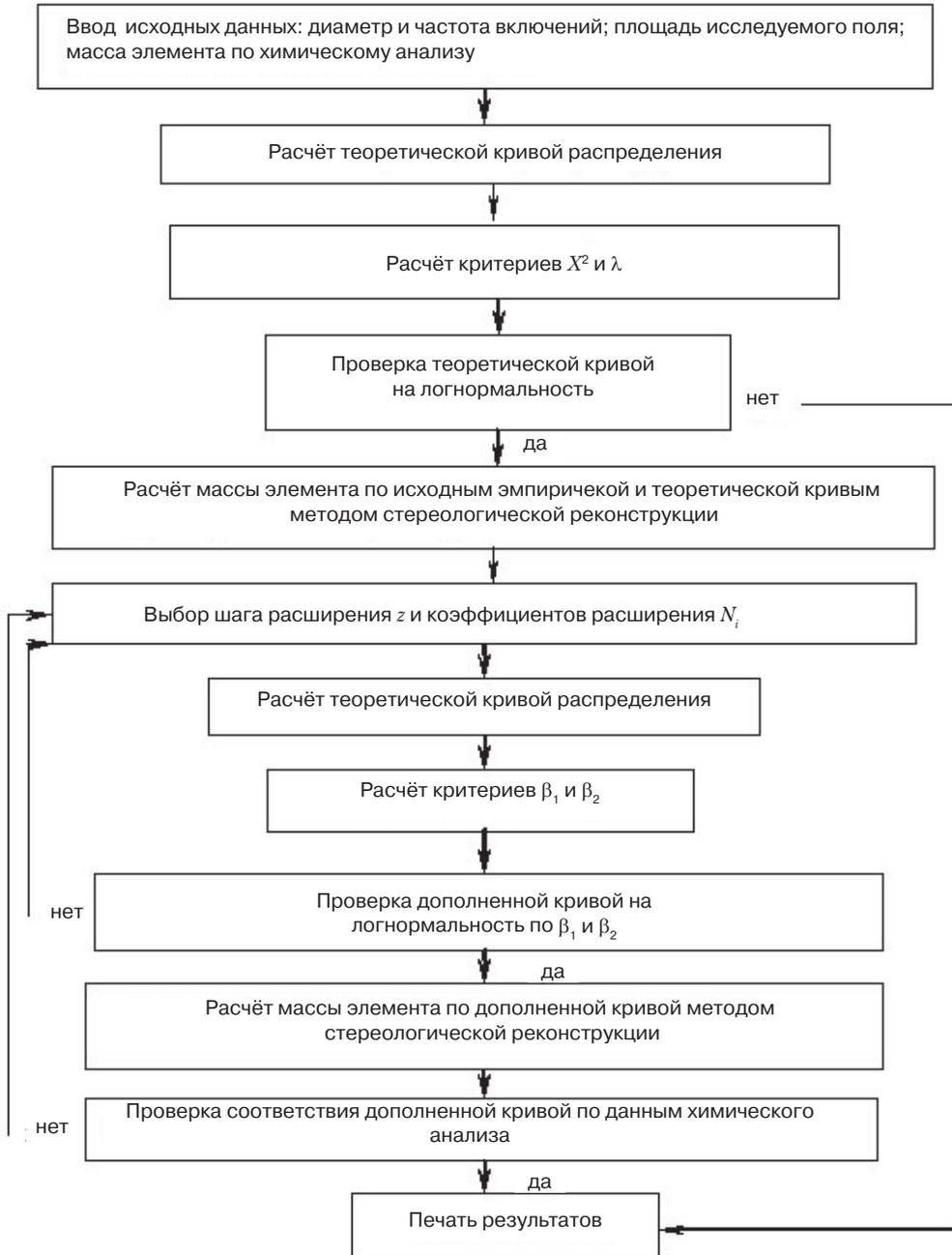
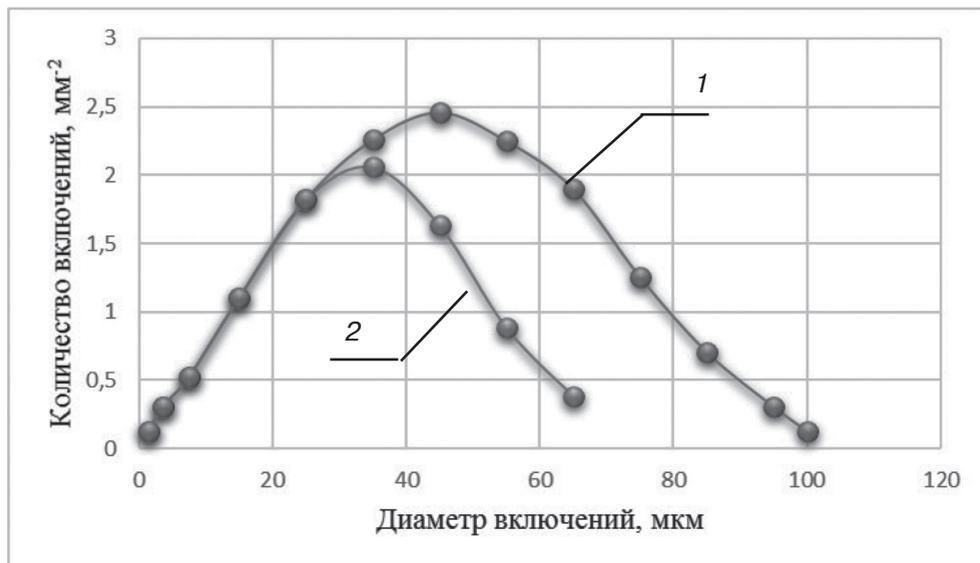


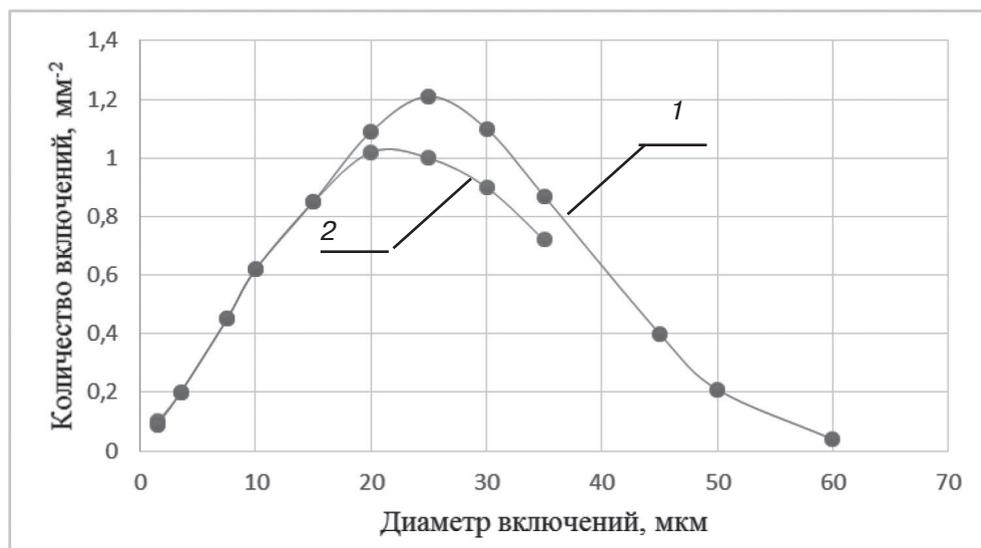
Рис. 3. Схема математической модели расширения исходной теоретической кривой логнормального распределения неметаллических включений

позволяет обнаружить крупные включения, которые не выявляются традиционными металлографическими методами. Из данных рис. 4, а, б видно, что в опытном металле остались неучтёнными, в среднем, около 40 % крупных включений, а в сравнительном – 15 %.

Данные исследований свидетельствуют, что использование методики стереологической реконструкции включений позволяет прогнозировать количество крупных неметаллических включений в исследуемых образцах металла.



а



б

Рис. 4. Распределение размеров оксидов в образцах непрерывнолитой заготовки: а – сравнительный металл; б – опытный металл; 1 – исходная кривая; 2 – дополненная теоретическая кривая



Список литературы

1. Zhang L. Inclusions in continuous casting of steel/ L. Zhang, B. G. Thomas // XXIV National Steelmaking Symposium.–Morelia, Mich, Mexico. – 26-28. – Nov.2003. – P. 138-183.
2. Warzecha M. Experimental and numerical investigations on non-metallic inclusions distribution in billets casted at a multi-strand continuous casting tundish/ M. Warzecha, T. Merder, P. Warzecha, G. Stradomski// ISIJ International. – 2013. – №11. P. 1983-1992.

3. Zhang L. State of the Art in Evaluation and Control of Steel Cleanliness/ L. Zhang, B. G. Thomas // ISIJ International. – 2003. – № 3. – P. 271-291.
4. Ende M. Van Evolution of Non-Metallic Inclusions in Secondary Steelmaking: Learning from Inclusion Size Distributions// M. Van Ende, M. Guo, E. Zinngrebe, B. Blanpain/ ISIJ International.–2013.– № 1. – P. 1974-1982.
5. Li T. Stereological Analysis of Nonspherical Particles in Solid Metal/ T.Li, S. Taniguchi, K. Uesudi // Metallurgical and Materials Transactions. – 2013. – № 6.–P. – 750-761.
6. Ekengren J. Estimating inclusion content in high performance steels // J. Ekengren // Karlstad University Studies. – 2008. – 20 p.
7. Saltykov S. A. Stereometrische Metallographie. L.; VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1974. – 369 p.
8. Venetskiy I. G. & Venetskay V. I. Osnovny matematiko-statisticheskie ponyatiy i formuly v ekonomicheskom analize: Spravochnik.– M: Statistika. –1979. – 477 p.
9. Aitchison J., Brwn J. The lognormal distribution.–Cambridge University Press. –1957. – P. 7-17.
10. Ayasyn S. A. Prikladnaya statistika. Osnovy modelirovaniy i pervichnaya obrabotka danih: M: Finansy i statistika. –1983. – 471 p.
11. Franklin A. Comparison between a quantitative microscope and chemical methods for assessment of non-metallic inclusions.– Journal of Iron and steel institute.–1969. – № 4. – P. 181-187.
12. Simpson I. D., Standish N. Derivation of the log-normal form of both section and spatial distributions of particles.–Metallography. –1977. – № 10. – P. 149-159.



References

1. Zhang L., Thomas B. G. Inclusions in continuous casting of steel. XXIV National Steelmaking Symposium. Morelia, Mich, Mexico. 26-28 Nov. 2003, pp. 138-183. [in English].
2. Warzecha M., Merder T., Warzecha P., Stradomski G. (2013). Experimental and numerical investigations on non-metallic inclusions distribution in billets casted at a multi-strand continuous casting tundish. ISIJ International, № 11, pp. 1983-1992. [in English].
3. Zhang L., Thomas B. G. (2003). State of the Art in Evaluation and Control of Steel Cleanliness. ISIJ International, № 3. pp. 271-291. [in English].
4. Ende M., Guo M., Zinngrebe E., Blanpain B. (2013). Van Evolution of Non-Metallic Inclusions in Secondary Steelmaking: Learning from Inclusion Size Distributions, № 1, pp. 1974-1982.
5. Li T., Taniguchi S., Uesudi K. (2013). Stereological Analysis of Nonspherical Particles in Solid Metal. Metallurgical and Materials Transactions, № 6, pp. 750-761.
6. Ekengren J. (2008). Estimating inclusion content in high performance steels. Karlstad University Studies, 20 p. [in English].
7. Saltykov S. A. (1974). Stereometrische Metallographie. Leningrad; VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 369p.
8. Venetskiy I. G. & Venetskay V. I. (1979). Osnovny matematiko-statisticheskikh ponyatii i formuly v ekonomicheskom analize: Spravochnik. Moscow: Statistika, 477 p. [in Russian].
9. Aitchison J., Brwn J. (1957). The lognormal distribution. Cambridge University Press, pp. 7-17. [in English].
10. Ayasyn S. A. Prikladnaya statistika. Osnovy modelirovaniy i pervichnaya obrabotka danih. Moscow: Finansy i statistika.–1983.–471 p. [in Russian].
11. Franklin A. (1969). Comparison between a quantitative microscope and chemical methods for assessment of non-metallic inclusions. Journal of Iron and steel institute, № 4, pp. 181-187. [in English].
12. Simpson I. D., Standish N. (1977). Derivation of the log-normal form of both section and spatial distributions of particles. Metallography, № 10, pp. 149-159. [in English].

Поступила 07.04.2016