

УДК 621.181:662.9

**А. В. Тымчик**, канд. техн. наук

**Н. А. Сафонов**, канд. физ.-мат. наук

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины  
(г. Харьков, e-mail: matsevit@ipmach.kharkov.ua)

## СВЧ-РАЗРЯД В ПОТОКЕ УГОЛЬНОГО АЭРОЗОЛЯ

*Приведена физическая и математическая модель СВЧ-разряда атмосферного давления в потоке угольного аэрозоля. Представлены результаты численных исследований температурного поля в разрядном объеме применительно к экспериментальной плазменно-угольной горелке.*

*Наведена фізична та математична модель СВЧ-розряду атмосферного тиску в потоці вугільного аерозолю. Подані результати чисельних досліджень температурного поля у розрядному об'ємі стосовно до експериментальної плазмово-вугільної горілки.*

В работах [1, 2] было предложено проводить анализ механизма воспламенения угольной пыли СВЧ-разрядом на основе цилиндрической модели плазменного столба. Использование этой модели позволило сформулировать условия воспламенения и предложить зависимость, связывающую расход угольной пыли с мощностью СВЧ-плазмотрона. Однако полученные результаты основываются на стационарной и одномерной модели разряда, в которой температура, проводимость и коэффициент поглощения СВЧ-мощности – постоянные величины по всей зоне энерговыделения разряда, а температура воздуха, прокачиваемого через разряд, изменяется только по его длине, т. е. является среднemasсовой. Кроме того, в расчете температуры плазмы используется постоянная затухания СВЧ-волны вдоль плазменного цилиндра, представляющая собой расчётную величину для определённого типа волны [3]. Поэтому такая модель малоприменяема для анализа динамики нагрева частиц угольной пыли, выхода летучих, воспламенения их и поверхности частицы при нахождении ее в разрядном объеме. При проведении вышеперечисленных исследований следует прежде всего провести расчет распределения температуры в СВЧ-разряде. Для этого воспользуемся уравнением нестационарной теплопроводности с внутренними источниками тепла [4]. Источником энергии является только джоулевый нагрев, конвекция и теплопроводность считаются стоками энергии, в уравнении также не учитывается выделение энергии в объеме за счет сил вязкого трения, а также за счет сжатия-расширения объема.

Математическая модель температурного поля  $T(r, z, t)$  в цилиндрической области  $0 < r < r_0$ ,  $0 < z < z_0$ , занимаемой газовой смесью, имеет вид

$$c_p(T) \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda(T) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + W, \quad 0 < r < r_0, \quad 0 < z < z_0, \quad 0 < t < \tau, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad 0 < z < z_0, \quad 0 < t < \tau, \quad (2)$$

$$T(r_0, z, t) = T_0, \quad 0 < z < z_0, \quad 0 < t < \tau, \quad (3)$$

$$T(r, 0, t) = T_0, \quad 0 < r < r_0, \quad 0 < t < \tau, \quad (4)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad 0 < r < r_0, \quad 0 < z < z_0, \quad (5)$$

$$W = \begin{cases} \sigma E^2, & 0 < r < r_1, \quad 0 < z < z_0, \quad 0 < t < \tau \\ 0, & r_1 < r < r_0, \quad 0 < z < z_0, \quad 0 < t < \tau \end{cases}$$

где  $T(r, z, t)$  – температура в точке с координатами  $(r, z)$  в момент времени  $t$ ;  $T_0$  – температура газа в начальный момент времени  $t = 0$ ;  $V_z$  – скорость газовой смеси в направлении оси цилиндра;  $\lambda(T)$ ,  $c(T)$ ,  $\rho(T)$  – коэффициент теплопроводности, теплоёмкость и плотность газовой смеси соответственно;  $W$  – функция мощности источников тепла;  $\sigma$  – проводимость среды;  $E$  – напряжённость электрического поля;  $\tau$  – конечное время процесса.

В модели используется среднеквадратичная напряжённость электрического поля в СВЧ-разряде ( $E_p$ ), которая с учетом скинирования определяется по следующей зависимости [3]:

$$E_p = E_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r_0}{\delta}\right) \right] \frac{\delta}{r_0}, \quad (6)$$

где  $E_0$  – среднеквадратичная напряжённость электрического поля в коаксиальном плазменном волноводе;  $r_0$  – эффективный радиус разряда на границе зоны проводимости;  $\delta$  – толщина скин-слоя.

Напряжённость поля на входе в плазменный волновод

$$E_0 = \frac{11\sqrt{P}}{r_0 \sqrt{2 \ln \frac{R}{r_0}}}, \quad (7)$$

где  $P$  – СВЧ-мощность, поглощенная в разряде (может быть определена как мощность, необходимая для нагрева угольного аэрозоля до температуры воспламенения [2]), и в последующих расчетах принятая равной мощности СВЧ-генератора  $\approx 5$  кВт;  $R$  – внутренний радиус внешнего электрода коаксиального плазмотрона, равный 6,1 см.

Эффективный радиус разряда в нашем случае (6) можно оценить, воспользовавшись фотографией СВЧ-разряда в потоке (рис. 1), из которой следует, что он равен радиусу внутреннего проводника коаксиального плазмотрона, т. е.  $r_0 = 1,3$  см. Тогда  $E_0$  определяется по зависимости (7) и равняется 340 В/см. Результаты экспериментальных исследований СВЧ-плазмотронов, приведенные в работе [3], показывают, что разряд в газовом потоке самопроизвольно приобретает структуру, обеспечивающую максимальное поглощение подводимой СВЧ-мощности. При этом параметры разряда с цилиндрической симметрией определяются двумя величинами: радиусом и длиной плазмоида. Он может расслаиваться на несколько плазменных шнуров, сохраняя при этом максимальный коэффициент поглощения мощности [3]. В СВЧ-плазмотронах выделяют три характерных режима горения разряда:

режим со слабым скинированием для  $\frac{\delta}{r_0} > 1$ , пороговый режим для  $\frac{\delta}{r_0} = 1$  и режим с силь-

ным скинированием для  $\frac{\delta}{r_0} < 1$ . Для последнего режима характерно смещение зоны тепло-

выделения к внешней границе разряда, и этот режим, по визуальным наблюдениям, наиболее соответствует нашему случаю (т. е. разряду в потоке угольного аэрозоля). Для выбора

значения  $\frac{\delta}{r_0}$  и определения величины  $E_p$  воспользуемся следующей зависимостью для тем-

пературы плазмы [5]:

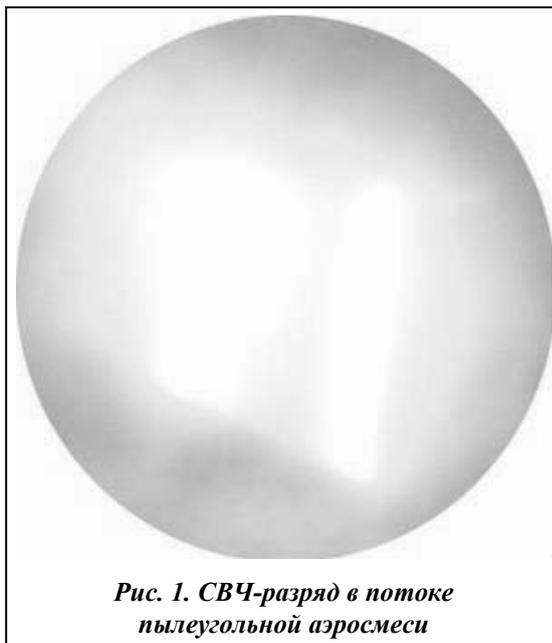


Рис. 1. СВЧ-разряд в потоке пылеугольной аэрозоли

$$T = \sqrt{\frac{\delta j S}{4 \lambda k}},$$

где:  $j \approx 9,4$  эВ – потенциал ионизации воздуха;  $k$  – постоянная Больцмана;  $\lambda \approx 0,011$  Вт/(см·К) – теплопроводность воздуха при 5000 К;  $S \approx 0,00266 E_p^2$  – поток СВЧ-мощности через поверхность разряда. Задавшись отношением  $\delta/r_0 = 0,3$ , получим  $\delta = 0,39$ ;  $E_p = 98$  В/см;  $S \approx 25,6$  Вт/см;  $T \approx 5000$  К. Эти значения соответствует величинам, приведенным в работе [6] для СВЧ-разряда в потоке воздуха атмосферного давления. Проводимость плазмы  $\sigma$  при частоте СВЧ-волны  $f = 2450$  мГц, объём зоны энерговыделения в разряде  $V$ , радиус внутреннего канала плазменного цилиндра  $r_1$  и время пребывания  $\tau$  моля газа (и угольной частицы) в разрядном объёме определяются по следующим зависимостям:

$$\sigma = \frac{25,3}{\delta^2 f} (\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}, \quad V = \frac{P}{\sigma E_p^2} \text{ см}^3, \quad r_1 = r_0 - 0,5\delta \text{ см}, \quad \tau = \frac{r_1^2 V}{(r_*^2 - r_1^2) Q} \text{ с.}$$

Объёмный расход воздуха, прокачиваемый через разряд на установке ИПМаш НАН Украины,  $Q = 0,0028$  нм<sup>3</sup>/с, при этом время пребывания в разрядном объёме составляет примерно 7 мс., а длина разряда (координата  $z$  на рис. 2) – около 5 см.

В данной работе зависимости  $\lambda(T)$ ,  $c(T)$ ,  $\rho(T)$  в первом приближении представлены так:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{273 + C}{T + C} \left( \frac{T}{273} \right)^{1,5} \frac{\text{Вт}}{\text{м К}},$$

где  $C$  – безразмерный коэффициент, зависящий от вида газа (для воздуха равный 122);  $\lambda_0$  – коэффициент теплопроводности воздуха при 0 °С;

$$\rho = \rho_0 \frac{273 \text{ кг}}{T \text{ м}^3},$$

где  $\rho_0$  – плотность воздуха при 0 °С;

$$c = \frac{C_p^u N}{\rho} \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}},$$

где  $N$  – плотность частиц в единице объёма;  $C_p^u$  – теплоемкость при постоянном давлении, рассчитанная на одну молекулу (Дж/К) и ориентировочно равная произведению постоянной Больцмана  $k$  и безразмерной теплоёмкости, выраженной в единицах  $k$  (для двухтомных молекул  $\approx 3,5$ ) [5].

Для построения схемы решения краевой задачи (1)–(5) воспользуемся конечно-разностным представлением первых производных по переменным  $t$  и  $z$ . Далее, на каждом шаге итерационного процесса одномерную краевую задачу по переменной  $r$  решаем методом конечных элементов.

Введём по временной переменной равномерную сетку в виде  $t_l = l \Delta t$ ,  $l = \overline{0, m}$ ,  $\Delta t = \frac{\tau}{m}$ , где  $m$  – количество временных шагов. На этой сетке представим

производную по времени в виде первой разностной производной  $\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T^{l+1} - T^l}{\Delta t}$  [7]. Тогда

задача (1)–(5) сведётся к последовательности стационарных задач по определению температурных полей  $T^{l+1}(r, z)$ ,  $l = \overline{0, 1, 2, \dots}$

$$c\rho(T^{l+1}) \left( \frac{T^{l+1} - T^l}{\Delta t} - V_z \frac{\partial T^{l+1}}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda(T^{l+1}) r \frac{\partial T^{l+1}}{\partial r} \right) + W, \quad 0 < z < z_0, \quad 0 < r < r_0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial T^{l+1}}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad 0 < z < z_0, \quad (9)$$

$$T^{l+1}(r_0, z) = T_0, \quad 0 < z < z_0, \quad (10)$$

$$T^{l+1}(r, 0) = T_0, \quad 0 < r < r_0, \quad (11)$$

$$T^0(r, z) = T_0, \quad 0 < r < r_0, \quad 0 < z < z_0, \quad (12)$$

$$l = \overline{0, m-1}.$$

Аналогично временной переменной введём равномерную сетку по пространственной переменной  $z$ :  $z_k = k\Delta z$ ,  $k = \overline{0, n_z}$ ,  $\Delta z = \frac{z_0}{n_z}$ , где  $n_z$  – количество шагов по высоте цилиндра. В уравнении (6) производную по  $z$  заменим следующим разностным отношением  $\frac{\partial T^{l+1, k+1}}{\partial z} \approx \frac{T^{l+1, k+1} - T^{l+1, k}}{\Delta z}$  [7]. Теперь задача (8)–(12) для функции  $T^{l+1}(r, z)$  перейдёт в последовательность одномерных нелинейных краевых задач теплопроводности для функций  $T^{l+1, k+1}(r)$ ,  $k = \overline{0, 1, 2, \dots}$  вида

$$c\rho(T^{l+1, k+1}) \left( \frac{T^{l+1, k+1} - T^{l+1, k}}{\Delta t} + V_z \frac{T^{l+1, k+1} - T^{l+1, k}}{\Delta z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda(T^{l+1, k+1}) r \frac{\partial T^{l+1, k+1}}{\partial r} \right) + W, \quad 0 < r < r_0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial T^{l+1, k+1}}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad (14)$$

$$T^{l+1, k+1}(r_0) = T_0, \quad (15)$$

$$T^{l+1, 0}(r) = T_0, \quad 0 < r < r_0, \quad (16)$$

$$T^{0, k+1}(r) = T_0, \quad 0 < r < r_0, \quad (17)$$

$$k = \overline{0, n_z-1}, \quad l = \overline{0, m-1}.$$

Таким образом, функция  $T^{l+1, k+1}(r)$  должна удовлетворять нелинейному дифференциальному уравнению (13), которое после линеаризации примет следующий вид:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda(T_p^{l+1, k+1}) r \frac{\partial T_{p+1}^{l+1, k+1}}{\partial r} \right) + c\rho(T_p^{l+1, k+1}) \left[ \frac{1}{\Delta t} + \frac{V_z}{\Delta z} \right] T_{p+1}^{l+1, k+1} = \\ & = c\rho(T_p^{l+1, k+1}) \left[ \frac{T^{l+1, k+1}}{\Delta t} + \frac{T^{l+1, k} V_z}{\Delta z} \right]^{l+1, k} + W, \quad 0 < r < r_0, \quad p = \overline{0, 1, 2, \dots}, \end{aligned} \quad (18)$$

а граничные условия (14)–(17) на каждом шаге итераций перейдут в

$$\frac{\partial T_{p+1}^{l+1, k+1}}{\partial r} = 0, \quad r = 0; \quad T_{p+1}^{l+1, k+1}(r_0) = T_0, \quad p = \overline{0, 1, 2, \dots}, \quad (19)$$

где  $p$  – номер итерации. Неизвестное температурное поле представим в виде линейной комбинации  $T_p^{l+1, k+1}(r) = \sum_{i=0}^n T_{p,i}^{l+1, k+1} \varphi_i(r)$ , где  $\{\varphi_i\}_{i=0}^n$  – сплайны первого порядка [8], определённые на равномерной сетке  $r_i = ih$ ,  $i = \overline{0, n}$ ,  $h = \frac{r_0}{n}$ ;  $n > 0$  – целое число, а  $T_i^{l+1, k+1}$ ,  $i = \overline{0, n}$  – значения искомого температурного поля в узлах.

Решение краевой задачи (18), (19) сведём к проблеме поиска минимума следующего квадратичного функционала [9]:

$$I_{p+1}^{l+1,k+1} = \int_0^{r_0} \left[ \lambda(T_p^{l+1,k+1}) \left( \frac{\partial T_{p+1}^{l+1,k+1}}{\partial r} \right)^2 + c\rho(T_p^{l+1,k+1}) \left( \frac{1}{\Delta t} + \frac{V_z}{\Delta z} \right) (T_p^{l+1,k+1})^2 \right] r dr -$$

$$- 2 \int_0^{r_0} \left[ c\rho(T_p^{l+1,k+1}) \left( \frac{T^{l,k+1}}{\Delta t} + \frac{T^{l+1,k} V_z}{\Delta z} \right) + W \right] T_{p+1}^{l+1,k+1} r dr,$$
(20)

$p = 0, 1, 2, \dots, k = \overline{0, n_z}, l = \overline{0, m}$ . Окончательно, из условия минимума функционала (20)

$\frac{\partial I_{p+1}^{l+1,k+1}}{\partial T_{p+1,j}^{l+1,k+1}} = 0, j = \overline{0, n}$  для узловых значений температурного поля получаем такую систему

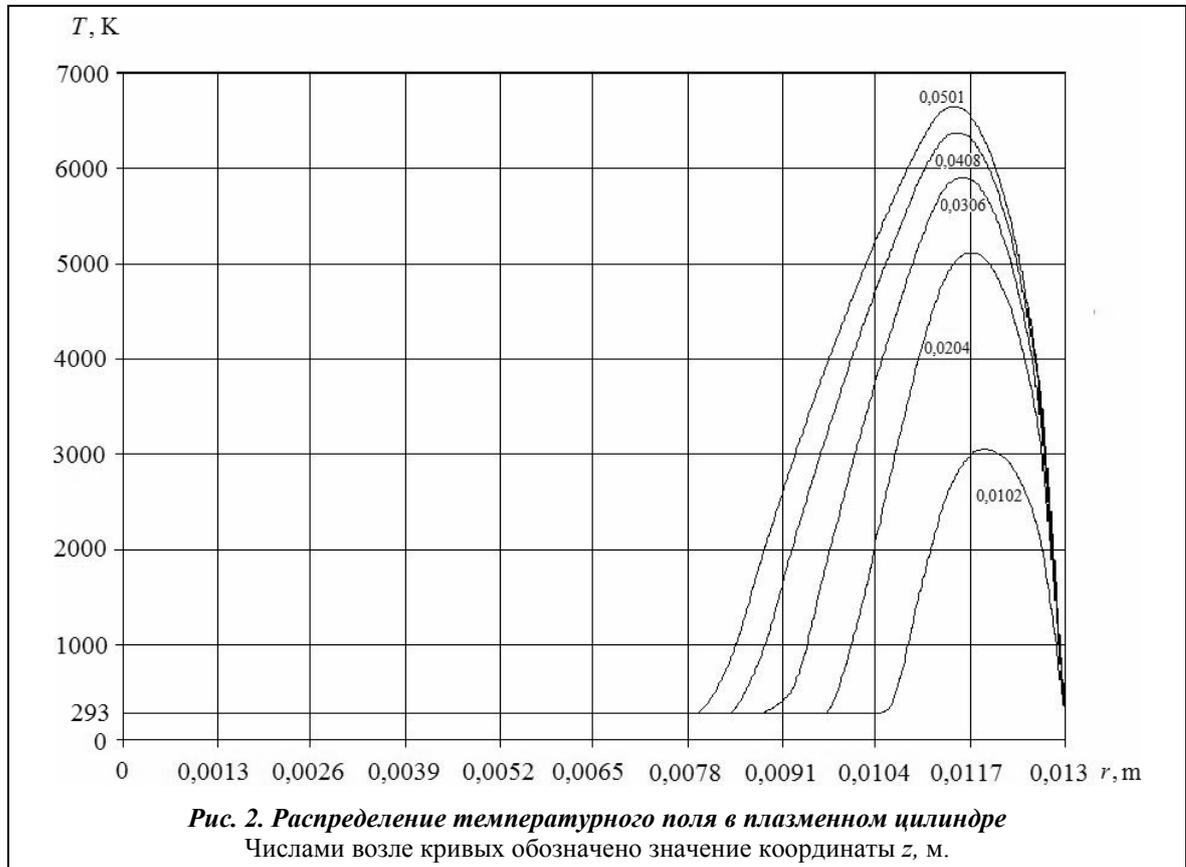
линейных алгебраических уравнений относительно  $T_{p+1,i}^{l+1,k+1}, i = \overline{0, n}$

$$\sum_{i=0}^n T_{p+1,i}^{l+1,k+1} \int_0^{r_0} \left[ \lambda(T_p^{l+1,k+1}) \varphi_i' \varphi_j' + c\rho(T_p^{l+1,k+1}) \left( \frac{1}{\Delta t} + \frac{V_z}{\Delta z} \right) \varphi_i \varphi_j \right] r dr =$$

$$= \int_0^{r_0} \left[ c\rho(T_p^{l+1,k+1}) \left( \frac{T^{l,k+1}}{\Delta t} + \frac{T^{l+1,k} V_z}{\Delta z} \right) + W \right] \varphi_j r dr,$$

где  $j = \overline{0, n}, p = 0, 1, 2, \dots, k = \overline{0, n_z}, l = \overline{0, m}$ . Из решения этой системы получаем узловые значения температуры  $T_{p+1,i}^{l+1,k+1}, i = \overline{0, n}$ .

Результаты расчетов приведены на рис. 2, из которых следует, что подводимый в плазменный цилиндр холодный аэрозоль протекает через передний фронт разряда, нагрева-



ясь по мере движения. Температура тяжелых частиц имеет минимум на оси цилиндра и максимум на периферии разряда в области максимума тепловыделения. Протекание холодного аэрозоля через разряд способствует не только охлаждению приосевых областей плазмоида, но и выносу энергии конвективными потоками тепла из области энерговыведения. Это приводит к росту тепловой неравновесности плазмы, к изменению плотности заряженных частиц и, следовательно, основных параметров разряда – проводимости, диэлектрической проницаемости, коэффициентов поглощения мощности и затухания СВЧ-волны, что, в свою очередь, оказывает воздействие на температуру, размеры и устойчивость разряда. Кроме того, видимо, температурными неравномерностями в разрядном объеме можно объяснить существенную разницу в эффективности воспламенения бурого угля и антрацита одинаковой дисперсности, отмечавшуюся в работе [1].

### Литература

1. Тымчик А. В. Воспламенение угольной пыли плазмой СВЧ-разряда / А. В. Тымчик // Пробл. машиностроения. – 2009. – Т. 7, № 3. – С. 72–77.
2. Тымчик А. В. Условия воспламенения угольной пыли плазмой СВЧ-разряда / А. В. Тымчик // Пробл. машиностроения. – 2011. – Т. 7, № 2. – С. 69–71.
3. ВЧ- И СВЧ-плазмотроны (Низкотемпературная плазма; Т. 6) / С. В. Дресвин, А. А. Бобров, В. М. Лелевкин и др. – Новосибирск: Наука, 1992. – 319 с.
4. Дресвин С. В. Основы теории и расчёта ВЧ-плазмотронов / С. В. Дресвин. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 312 с.
5. Райзер Ю. П. Физика газового разряда / Ю. П. Райзер. – М.: Наука, 1987. – 592 с.
6. Измерение параметров СВЧ-разряда на воздухе атмосферного давления в плазмотроне радиального типа / М. А. Ахмедьянов, А. А. Бобров, В. Г. Дроков, Г. В. Лысов // Химия высоких энергий. – 1987. – Т. 21, № 4. – С. 375–378.
7. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука, 1971. – 552 с.
8. Завьялов Ю. С. Методы сплайн-функций / Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко. – М.: Наука, 1980. – 352 с.
9. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике / С. Г. Михлин. – М.: Наука, 1970. – 512 с.

Поступила в редакцию  
11.01.11