УДК 519.6:537.001

А. Е. Божко, член-кор. НАН Украины

3. А. Иванова, канд. техн. наук

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины (г. Харьков, e-mail: bozhko@ipmach.kharkov.ua)

ЭКСПРЕСС-ОЦЕНКА РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ ДЕТАЛЕЙ МАШИН МЕТОДОМ КАЧАЮЩЕЙСЯ ЧАСТОТЫ

Представлена теория учета резонансных частот колебаний механических систем, представляющих собой колебательные системы с одной степенью свободы с использованием метода качающейся частоты. На основе этой теории созданы способы и устройства ускоренной оценки резонансных частот механических систем и метод их вибродиагностики.

Подано теорію врахування резонансних частот коливань механічних систем, що являть собою коливальні системи з одним ступенем волі з використанням методу частоти, що хитається. На основі цієї теорії створені способи і пристрої прискореної оцінки резонансних частот механічних систем і метод їх вібродіагностики.

В практике вибрационных испытаний машин и приборов применяется метод качающейся частоты [1]. Этот метод заключается в том, что при испытаниях изделий частота вынуждающей силы плавно или дискретно изменяется. В работе [2] исследован вопрос о дискретном изменении частоты в колебательной системе (КС) и особенности переходного процесса в КС при этом. В работе [3] показано, что происходит в КС при линейном изменении частоты по закону $\omega = \alpha t$, где α – коэффициент; t – время. В нашем случае возникла задача общего решения при любом законе плавного изменения частоты вынуждающей силы в КС.

Для данного исследования запишем дифференциальное уравнение КС с одной степенью свободы в виде

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + cx = F(t) = F_a \sin \omega t, \qquad (1)$$

где m — масса; b, c — коэффициенты диссипации и упругости соответственно; x — перемещение КС; $F_a \sin \omega t$ — вынуждающая сила с F_a — амплитудой и ω — круговой частотой.

Решение уравнения (1) следующее:

$$x(t) = A_r \sin(\omega t - \varphi) , \qquad (2)$$

где ϕ – угол сдвига колебаний в КС относительно вынуждающей силы F(t).

Из (2) видно, что в нашем исследовании при ω = var необходимо найти связи $A_x = f_x \bigg(\omega, \frac{d\omega}{dt} \bigg)$. Эти связи будут основываться вначале на аналитическом определении

$$f_x(\omega, \omega')$$
, где $\omega' = \frac{d\omega}{dt}$.

Известно, что $f_x(\omega)$ представляет собой амплитудно- (AЧX) и фазо- (ФЧX) частотные характеристики соответственно. В нашем случае необходимо эти характеристики связать со скоростью ω' . АЧХ и ФЧХ определим из уравнения (1) следующим образом. Представим (1)

через преобразование Фурье [4]
$$f(t) = \int_0^\infty f(t)e^{-j\omega t}dt$$
, где $j = \sqrt{-1}$. Тогда (1) примет вид
$$x(j\omega) - \left(c - m\omega^2 + j\omega b\right) = F(j\omega) \ . \tag{3}$$

Из (3) получаем

$$\frac{x(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{c - m\omega^2 - j\omega b}{\left(c - m\omega^2\right)^2 + \left(\omega b\right)^2} = A(j\omega)\left[\cos\varphi(\omega) + j\sin\varphi(\omega)\right] = A(j\omega)e^{-j\varphi(\omega)}.$$
 (4)

Выражение (4) представляет собой амплитудно-фазочастотную характеристику, где

$$A(\omega) = A \Psi X = \frac{1}{\sqrt{\left(c - m\omega^2\right)^2 + \left(b\omega\right)^2}}.$$
 (5)

Для определения зависимости $f_x(\omega, \omega')$ необходимо из (5) установить зависимость $A(\omega, \omega', t)$. Опуская существо математических преобразований, получим выражение скорости изменения $A(\omega)$ в виде

$$\frac{dA(\omega,t)}{dt} = A' = \omega\omega' \left[\left(c - m\omega^2 \right)^2 + \left(b\omega \right)^2 \right]^{-3/2} \left[2\left(c - m\omega^2 \right) m + b \right]. \tag{6}$$

Используем (5) для включения его в (6). Тогда получим, что

$$A' = \omega \omega' A^3 \left[2(c - m\omega^2)m + b \right]. \tag{7}$$

Представим (7) в виде

$$K_{\omega A} = \frac{\omega'}{A'} = \frac{1}{\omega A^3 \left[2(c - m\omega^2)m + b \right]}, \tag{8}$$

где $K_{\omega A}$ – назовем коэффициентом частотно-амплитудной скорости в КС.

Из (8) можно получить следующее выражения для
$$A(\omega, \omega', A')$$
:
$$A = \sqrt[3]{\frac{1}{\omega'\omega\left[2(c-m\omega^2)m+b\right]}}. \tag{9}$$

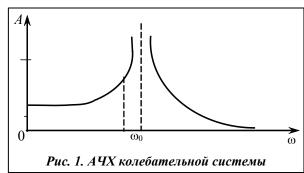
Из (9) видно, что в методе качающейся частоты амплитуда колебаний КС зависит не только от параметров самой КС, а именно m, b, c, но и от скорости изменения частоты ω , как независимой переменной, так и от обусловленной ω скорости изменения амплитуды A_x . Для КС с одной степенью свободы $A(\omega) = AYX$ имеет вид, приведенный на рис. 1, где ω_0 – собственная частота КС. С учетом анализа АЧХ (рис. 1) видим, что до резонанса в КС, особенно имеющей высокую добротность (остроконечный резонансный пик), $A(\omega)$ независимо от скорости ω' почти не изменяется.

На подъеме и спаде резонансного пика и в зарезонансной области с изменением частоты $A(\omega)$ резко уменьшается. Это математически показано выражением (9), из которого по-

лучаем выражение собственной частоты $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ в виде

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{A'}{2\omega'\omega A^3 m^2} + \omega^2 - \frac{b}{2m^2}},$$
(10)

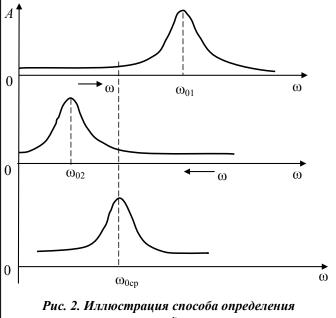
Как видим из (10), величина ω_0 в методе качающейся частоты является изменяющей-



ся в зависимости от скоростей ю' и соответственно A'. Вследствие того что A' на резонансном пике и в начале зарезонансной области АЧХ велика, то ω₀ при изменении ω = var увеличивается, то есть в этом случае ω_0 больше, чем при $|\omega|$ = const. В работе [3] об этом четко указано, но исследование там проводилось не в общем случае, как у нас, а при условии, что о изменяется по линейному закону ($\omega' = \alpha t$, $\alpha = \text{const}$, t - время). Наше исследование с учетом работы [3] определило создание методов и устройств быстрого нахождения резонансных частот линейных и нелинейных колебательных систем, в том числе лопаток турбин [5-8]. Заметим, что в отличие от работы [3], в которой искались решения уравнения (1) при $\omega' = \alpha t$. в наших исследованиях искались решения для амплитудночастотной характеристики $A(\omega)$, а не

 $A_x \sin \frac{\alpha t^2}{2}$, что значительно уменьшило количество математических преобразований и четко показало связь A с ω' , A' и параметрами КС при

изменяющейся ф. Экспериментально для линейной КС, согласно работе [5], резонансную частоту определяем



резонансной частоты

объекта, укрепленного на платформе вибрационного испытательного стенда, методом усреднения полученных резонансных частот при увеличении частоты ю внешней силы и уменьшении этой частоты. Изменение частоты о осуществлялось таким образом, как показано на рис. 2, где ω_{01} , ω_{02} – резонансные частоты при увеличении и уменьшении ω соответственно.

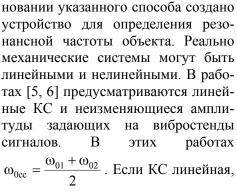
На основании измеренных ω_{01} и ω_{02} определялось достаточно истинное значение резонансной частоты объекта $\omega_{0 {
m cp}} = \frac{\omega_{01} + \omega_{02}}{2}$. Реализация этого способа представлена в рабо-

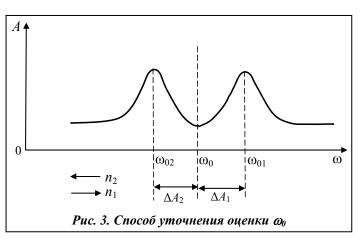
те [5]. В работе [6] с целью повышения точности определения резонансной частоты объекта по сравнению с результатами измерений, представленных в работе [5], учтены скорости изменения частоты развертки задающего генератора в противоположных направлениях. Вибростенд пропорционально (линейно) задающему сигналу воспроизводит вибрацию, действующую на исследуемый объект. Это связано с тем, что скорость развертки частоты ω задающего генератора в прямом (увеличение ω) и обратном (уменьшение ω) направлениях различаются, а это значит, что величины смещения мгновенных резонансных пиков $\Delta A_1 \neq \Delta A_2$ (см. рис. 3), где n_1 , n_2 – скорости изменения частоты ω в разные стороны.

В этом способе основная резонансная частота определяется по формуле

$$\omega_0 = \frac{n_1 \omega_{01} + n_2 \omega_{02}}{n_1 + n_2} \ .$$

В этой же работе [6] на основании указанного способа создано устройство для определения резонансной частоты объекта. Реально механические системы могут быть линейными и нелинейными. В работах [5, 6] предусматриваются линейные КС и неизменяющиеся амплитуды задающих на вибростенды





то при изменении амплитуды внешнего воздействия, например с $A_{\rm I}$ на $A_{\rm II}$, $\omega_{\rm 0cpI} = \omega_{\rm 0cpII}$. Если же механическая система нелинейная, то $\omega_{\rm 0cpI} \neq \omega_{\rm 0cpII}$. На основании данного результата в работе [7] представлено новое устройство, определяющее характер механической системы.

Изложенные методы послужили также основанием для создания способа вибродиагностики турбомашин [8]. В основу данного исследования была поставлена задача разработки такого способа вибродиагностики турбомашин, в котором определение спектра мощности вибрации турбомашины в режимах разгона и торможения с одинаковым угловым ускорением позволяет сформировать спектр разности резонансных частот колебаний узлов турбомашины. По полученному спектру фиксируют собственные частоты колебаний лопаток по первой форме колебаний и вычисляют значения собственных частот и коэффициентов затухания колебаний лопаток с целью оценки жесткости и массы лопатки, за счет чего достигается повышение достоверности оценки технического состояния турбомашины. Поставленная задача решается на основе способа вибродиагностики турбомашин, заключающегося в том, что контролируемой машине задают частоту оборотов, которая меняется во времени по линейному закону $\omega' = \alpha t$ с угловым ускорением в сторону увеличения (разгон) до выхода на номинальный режим работы этой машины. Специально созданным устройством определяется спектр мощности при разгоне машины. По данному спектру фиксируется частота резонансных колебаний лопаток по первой форме колебаний. После достижения номинального режима работы турбомашины включается режим торможения. При этом число оборотов турбомашины изменяется по линейному закону с отрицательным угловым ускорением, равным по абсолютной величине ускорению при разгоне. Определяется спектр мощности при торможении машины и формируется усредненный спектр, по которому вычисляются коэффициенты затухания и значения собственных частот колебаний лопаток, спектр разности резонансных частотных колебаний узлов турбомашины, по которому можно судить о степени их изменения, и соответственно – о техническом состоянии турбомашины. Этот способ основан на результатах исследований, представленных в работах [5-7]. В процессе эксплуатации турбомашины возможно как изменение жесткости лопаток (появление усталостных трещин), так и изменение массы лопаток, например, увеличение за счет загрязнения, уменьшения, особенно массы лопаток насосов, компрессоров и др. за счет абразивного и коррозионного износа. И в том и в другом случае происходит изменение собственной частоты колебаний лопаток, и диагностическая оценка только на основе изменения резонансной частоты будет неоднозначной. Для исключения неоднозначных оценок необходимо использовать дополнительный информативный параметр в виде коэффициента затухания, величина

которого обратно пропорциональна массе колебательной системы $\left(K_3 = \frac{b}{2m}\right)$. Согласно ра-

боте [8] собственная частота колебаний лопатки определяется выражением

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{\omega_{\rm pl} + \omega_{\rm p2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2m}\right)^2} ,$$

где $\omega_{p1},\ \omega_{p2}$ – резонансные частоты колебаний лопатки при разгоне и торможении машины соответственно.

Таким образом, оценка изменения собственной частоты колебаний лопаток в процессе эксплуатации позволяет судить об изменении жесткости системы, при этом изменение массы системы может быть выявлено с помощью оценки изменения коэффициента затуха-

ния
$$\frac{b}{m} = 2 \left[\omega_0^2 - \left(\frac{\omega_{\rm pl} + \omega_{\rm p2}}{2} \right)^2 \right]^{-2}$$
. Данный способ реализован в виде устройства, представленного в работе [8].

Выводы

В данной работе рассмотрена теория учета резонансных частот колебаний механических систем, представляющих собой КС с одной степенью свободы с использованием метода качающейся частоты. На основе этой теории с учетом работ [5–8] созданы способы и устройства ускоренной оценки резонансных частот механических систем и метод их вибродиагностики.

Литература

- 1. *Испытательная* техника: Справочник. В 2-х кн. / Под ред. В. В. Клюева. М.: Машиностроение, 1982. Кн. 1. 528 с.
- 2. *Божко А. Е.* О процессах при изменении частот колебаний в электромагнитных вибровозбудителях / А. Е. Божко // Доп. НАН України. − 2006. № 4. С. 82–91.
- 3. *Кац А. М.* Вынужденные колебания при прохождении через резонанс / А. М. Кац // Инж. сб. 1947. Т. III, вып. 2. С. 100–125.
- 4. *Бронштейн И. Н.* Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. М.: Гос. издво техн.-теор. лит., 1958. 608 с.
- 5. *А. с. 254310* A1 СССР, МПК G 01 H 1/00. Устройство для обнаружения резонансной частоты объекта / А. Е. Божко, Е. А. Личкатый, И. Д. Пузько, З. А. Иванова. Опубл. 30.06.86. Бюл. № 32.
- 6. *А. с. 1603195* A1 СССР, МПК G 01H 13/00. Устройство для определения резонансной частоты объекта / А. Е. Божко, Е. А. Личкатый, З. А. Иванова. Опубл. 30.10.90. Бюл. № 40.
- 7. *А. с. 1746226* A1 СССР, МПК G 01H 17/00. Способ определения характера механической системы и устройство для его осуществления / А. Е. Божко, Е. А. Личкатый. Опубл. 07.07.92. Бюл. № 25.
- 8. *Пат. України* 17164 A, МПК G 01H 1/00. Спосіб вібродіагностики турбомашин / А. Е. Божко, А. И. Федоров, В. И. Белых. Опубл. 31.10.97. Бюл. № 5.

Поступила в редакцию 01.02.13

УДК 539.3

І. Львов

К. Науменко

Х. Альтенбах

Університет Отто-фон-Герике

(Німеччина, Магдебург, e-mail: ivan.lvov@ovgu.de)

МІКРО- ТА МАКРОАНАЛІЗ ПОВЗУЧОСТІ ТА ПОШКОДЖУВАНОСТІ У БАГАТОПРОХІДНИХ ШВАХ

Розглянуто мікроструктуру багатопрохідного шва, яка складається зі стовпчастих, крупнозернистих і дрібнозернистих зон. Матеріали цих зон вважаються ізотропними. Властивості непружної поведінки металу шва мають загальний тип симетрії і описуються за допомогою анізотропної моделі повзучості. Проведені чисельні дослідження мінімального представницького об'єму за допомогою скінченноелементного комплексу ABAQUS.

Рассмотрена микроструктура многопроходного шва, которая состоит из столбчастых, крупнозернистых и мелкозернистых зон. Материалы этих зон считаются изотропными. Свойства неупругого поведения металла шва имеют общий вид симметрии и описываются с помощью анизотропной модели ползучести. Проведены численные исследования минимального представительского объема с помощью конечноэлементного комплекса ABAQUS.