

УДК 621.318.001.2

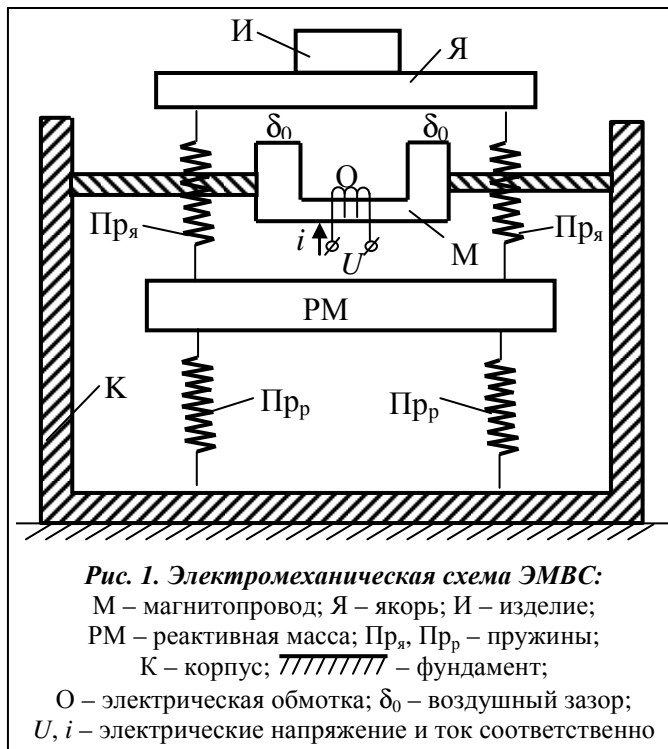
К. Б. Мягкохлеб, канд. техн. наукИнститут проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, e-mail: mkb@ipmach.kharkov.ua)**ДЕМПФИРОВАНИЕ И ЖЁСТКОСТЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО
ВИБРОСТЕНДА С РЕАКТИВНОЙ МАССОЙ**

Представлен метод определения коэффициентов диссипации и упругости в электромагнитных вибрационных стендах (ЭМВС). Выводятся обобщенные зависимости коэффициентов демпфирования и жесткости от механических и электромагнитных параметров ЭМВС. Рассматривается схема ЭМВС с реактивной массой.

Наведений метод визначення коефіцієнтів дисипації та пружності в електромагнітних вібраційних стендах (ЕМВС). Виводяться узагальнені залежності коефіцієнтів демпфування та жорсткості від механічних і електромагнітних параметрів ЕМВС. Розглядається схема ЕМВС з реактивною масою.

Введение

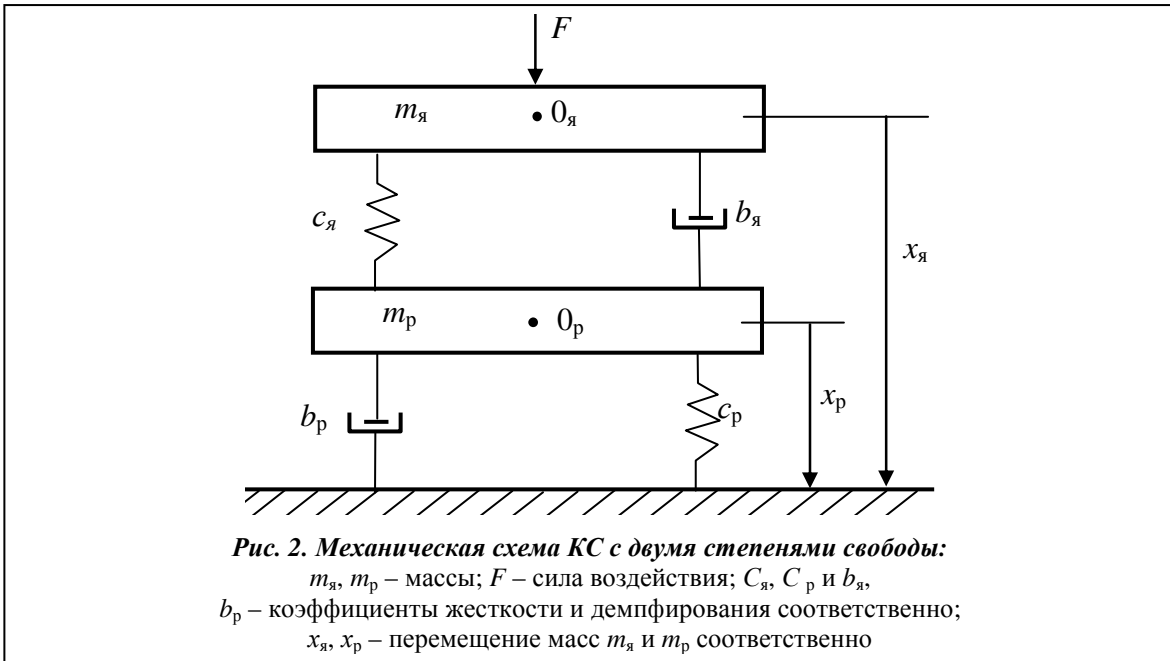
Системы возбуждения механических колебаний применяются в различных технологических процессах, а также играют важную роль в современной испытательной технике при решении задач сокращения времени испытаний и повышения достоверности получаемых оценок. Конструкция таких систем возбуждения механических колебаний может быть с реактивной массой (РМ) и без нее. Последняя необходима для обеспечения виброизоляции корпуса возбудителя вибрации и фундамента от разрушительного действия возбуждаемой вибрации. Использование электромагнитного вибровозбудителя (ЭМВ) в системе испытательного стенда или в нашем случае электромагнитного вибрационного стенда (ЭМВС) тесно связано с так называемыми динамическими параметрами, то есть упругостью и диссипацией подвижной системы ЭМВС совместно с испытуемыми объектами.



Следовательно, определение таких параметров является целесообразным, так как знание их обуславливает выбор механических, электрических, магнитных величин и геометрических размеров как ЭМВ, так и ЭМВС в целом. Некоторые аспекты проектирования ЭМВС имеются в научной литературе, например [1, 2]. Однако четких обобщенных зависимостей параметров демпфирования и упругости от комплекса механических, электрических, магнитных, конструктивных и геометрических величин применительно для ЭМВС с РМ в литературных источниках не имеется.

Основная часть

Рассмотрим вначале определение коэффициентов диссипации в



ЭМВС, а затем перейдем к определению коэффициентов упругости.

Задача решается для ЭМВС с реактивной массой. На рис. 1 приведена схема такого ЭМВС. Система с реактивной массой представляет собой КС с двумя степенями свободы. Механическая схема такой КС изображена на рис. 2,

Уравнения движения в КС с двумя степенями свободы следующие:

$$\left. \begin{aligned} m_y \frac{d^2 x_y}{dt^2} + b_y \frac{dx_y}{dt} + c_y x_y &= F + b_y \frac{dx_p}{dt} + c_y x_p, \\ m_p \frac{d^2 x_p}{dt^2} + (b_y + b_p) \frac{dx_p}{dt} + (c_y + c_p) x_p &= b_y \frac{dx_y}{dt} + c_y x_y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Как видно из уравнений (1), в данном случае система состоит из двух колебательных систем КС₁ и КС₂. КС₁ имеет элементы m_y, b_y, c_y , величины x_y и F , а также дополнительное воздействие $b_y \frac{dx_p}{dt} + c_y x_p$, КС₂ – элементы $m_p, (b_y + b_p), (c_y + c_p)$, величину x_p и управляющее воздействие $b_y \frac{dx_y}{dt} + c_y x_y$.

При таком рассмотрении $x_y = x_{ya} \cos(\omega t - \varphi_y)$, $x_p = x_{pa} \cos(\omega t - \varphi_p)$, где x_{ya}, x_{pa} – амплитуды; φ_y, φ_p – углы сдвига фаз (φ_y – между $F + b_y \frac{dx_p}{dt} + c_y x_p$ и x_y , а φ_p – между $b_y \frac{dx_y}{dt} + c_y x_y$ и x_p), тогда с учетом, что $\omega_U < \omega_{01}, \omega_U < \omega_{02}$ и $\varphi_p \approx \varphi_y$

$$x_{ya} = \frac{F_a + b_y \omega x_{pa} + c_y x_{pa}}{m_y \sqrt{(\omega^2 - \omega_{01}^2)^2 + \left(\frac{b_y}{m_y} \omega\right)^2}}; \quad (2)$$

$$x_{pa} = \frac{b_y \omega x_{ya} + c_y x_{ya}}{m_p \sqrt{(\omega^2 - \omega_{02}^2)^2 + \left(\frac{b_y + b_p}{m_p} \omega\right)^2}}, \quad (3)$$

где ω_{01}, ω_{02} – собственные частоты, определяемые выражениями [3]

$$\omega_{01} = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{c_y + c_p}{m_y} + \frac{c_p}{m_p} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{c_y + c_p}{m_y} + \frac{c_p}{m_p} \right)^2 - \frac{c_y c_p}{m_y m_p}} \right]^{1/2};$$

$$\omega_{02} = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{c_y + c_p}{m_y} + \frac{c_p}{m_p} \right) - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{c_y + c_p}{m_y} + \frac{c_p}{m_p} \right)^2 - \frac{c_y c_p}{m_y m_p}} \right]^{1/2}.$$

Из выражения (2) и (3) находятся коэффициенты демпфирования b_y и b_p .

Из выражения (1) получаем уравнение $\alpha_1 b_y^2 + \beta_1 b_y + \gamma_1 = 0$, из которого

$$b_{y(1,2)} = \frac{-\beta_1 \pm \sqrt{\beta_1^2 - 4\alpha_1 \gamma_1}}{2\alpha_1}, \quad (4)$$

где $\alpha_1 = \omega^2(x_{ya}^2 - x_{pa}^2)$; $\beta_1 = 2\omega x_{pa} F_a$; $\gamma_1 = (x_{ya} m_y)^2 (\omega^2 - \omega_{01}^2)^2 - (F_a + c_y x_{pa})^2$.

Так как коэффициент демпфирования b_y (4), как и любой подобный коэффициент, должен быть больше нуля, то надо полагать, что $\gamma_1 < 0$ и

$$b_y = \frac{-\beta_1 + \sqrt{\beta_1^2 - 4\alpha_1 \gamma_1}}{2\alpha_1}. \quad (5)$$

Итак, зная b_y , можно из выражения (3) найти коэффициент b_p .

Обозначим $b'_2 = b_y + b_p$. Тогда

$$b'_2 = \left(\frac{1}{x_{pa} \omega} \right) \left\{ \sqrt{x_{ya}^2 (b_y \omega + c_y)^2 - [x_{pa} m_p (\omega^2 - \omega_{02}^2)]^2} \right\}. \quad (6)$$

Далее необходимо в выражение для коэффициента b_y включить электромагнитные и конструктивные величины, то есть выразить F_a через них. Для этого определим тяговое усилие F . Оно в ЭМВС с двумя воздушными зазорами δ записывается в виде $F = \Phi^2 / (\mu_0 S)$. В свою очередь, усилие F зависит от величины напряжения U и параметров электромагнитной цепи. В этом случае воспользуемся законами полного тока, Ома [4], то есть формулами

$\Phi = iwG$, $G = \frac{\mu_0 S}{2\delta}$, $i = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ и, учитывая, что $R \ll \omega L$, получим $i = \frac{U}{\omega L}$, где ω_U –

частота напряжения $U = U_a \cos \omega_U t$.

В итоге имеем

$$F = \frac{U_a^2 \cos^2 \omega_U t}{2\delta L \omega_U^2} = \frac{U_a^2}{4\delta L \omega_U^2} (1 + \cos \omega t)$$

$$\omega = 2\omega_U \quad (7)$$

Так как постоянная составляющая F на величину силы демпфирования не влияет, то используем только амплитуду F_a , определяемую зависимостью $F_a = \frac{U_a^2}{\delta L \omega^2}$. Эта величина

подставляется в

$$\beta_1 = \frac{2x_{pa} U_a^2}{\delta L \omega} = \frac{4x_{pa} U_a^2}{\omega^2 \mu_0 S \omega}$$

и в

$$\gamma_1 = (x_{яа} m_я)^2 (\omega^2 - \omega_{01}^2)^2 - \left(\frac{U_a^2}{w^2 \mu_0 S \omega} + c_я x_{2а} \right)^2$$

и затем осуществляется окончательное определение коэффициентов демпфирования $b_я$ и b_p ЭМВС с реактивной массой из выражений (5) и (6), а именно

$$b_я = \frac{1}{2\omega^2 (x_{яа}^2 - x_{ра}^2)} \left(\frac{4x_{ра} U_a^2}{w^2 \mu_0 S \omega} \right)^2 - 4\omega^2 (x_{яа}^2 - x_{ра}^2) \times \left[(x_{яа} m_я)^2 (\omega^2 - \omega_{01}^2)^2 - \left(\frac{U_a^2}{w^2 \mu_0 S \omega} + c_я x_{ра} \right)^2 \right]^{1/2};$$

$$b_p = b_2' - b_я = \frac{1}{x_{ра} \omega} \left\langle x_{яа}^2 \left\{ \frac{(4x_{ра} U_a^2)^2}{2\omega (x_{яа}^2 - x_{ра}^2) (w^2 \mu_0 S \omega)^2} - 4\omega^3 (x_{яа}^2 - x_{ра}^2) \left[(x_{яа} m_я)^2 (\omega^2 - \omega_{01}^2)^2 - \left(\frac{U_a^2}{w^2 \mu_0 S \omega} + c_я x_{ра} \right)^2 \right]^{1/2} + c_я \right\}^2 - [x_{ра} m_p (\omega^2 - \omega_{02}^2)]^2 \right\rangle^{1/2} -$$

$$- \frac{1}{2\omega^2 (x_{яа}^2 - x_{ра}^2)} \left(\frac{4x_{ра} U_a^2}{w^2 \mu_0 S \omega} \right)^2 + 4\omega^2 (x_{яа}^2 - x_{ра}^2) \left[(x_{яа} m_я)^2 (\omega^2 - \omega_{01}^2)^2 - \left(\frac{U_a^2}{w^2 \mu_0 S \omega} + c_я x_{ра} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Таким образом, представленный метод определения коэффициентов демпфирования в ЭМВС позволяет точно задавать демпфирующие характеристики подвижных систем ЭМВС, зная механические, конструктивные и электромагнитные параметры и величины.

Далее перейдем к определению коэффициентов упругости $c_я$ и c_p . На основании уравнений (1) $c_я$ и c_p можно определить с учетом только постоянной составляющей F , выраженной (7). В этом случае уравнения (1) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} c_я x_{я0} &= F + c_я x_{p0}, \\ (c_я + c_p) x_{p0} &= c_я x_{я0} = F + c_я x_{p0}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

На основании (8) получаем

$$\left. \begin{aligned} c_p &= \frac{F}{x_{p0}}, \\ c_я &= \frac{F c_p}{c_p x_я - F} = \frac{F}{x_{я0} - x_{p0}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

В ЭМВ воздушный зазор δ_0 небольшой (2÷5 мм). При малых частотах ω_k амплитуды $x_{ая}$ могут быть сравнимы с δ_0 . Поэтому при проектировании ЭМВ необходимо, чтобы $x_{я0} + x_{ая} \leq \delta_0$, причем $x_{я0}$ должно быть намного меньше $x_{ая}$. Поэтому примем $x_{я0} \leq \delta_0$, $k \ll 1$. Величина x_{p0} еще меньше $x_{я0}$, например, $x_{p0} = \epsilon x_{я0}$, $\epsilon < 1$. Тогда (9) выразятся соотношениями

$$\left. \begin{aligned} c_p &= \frac{F}{\epsilon x_{я0}} = \frac{F}{\epsilon k \delta_0}, \\ c_я &= \frac{F}{k \delta_0 (1 - \epsilon)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Подставим в (10) выражение постоянной составляющей из (7). В результате имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2\mu_0 S w^2 k \delta_0 (1 - \epsilon)} \left(\frac{U_a}{\omega} \right)^2 &= c_я, \\ \frac{1}{2\mu_0 S w^2 \epsilon k \delta_0} \left(\frac{U_a}{\omega} \right)^2 &= c_p \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Из (11) видно влияние на коэффициенты упругости c_y и c_p не только параметров ЭМВ, но и задающего напряжения U_d .

Выводы

Таким образом, получены аналитические выражения коэффициентов демпфирования и упругости в ЭМВС с РМ. Использование полученных формул способствует более точному проектированию ЭМВ.

Литература

1. *Вибрации* в технике: В 4-х т. / Под ред Э. Э. Лавендела. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4. – 510 с.
2. Божко А. Е. Оценка и анализ параметров жесткости в электромагнитных вибрационных стендах / А. Е. Божко, К. Б. Мякохлеб // Пробл. машиностроения. – 2003. – Т. 6, № 3. – С. 53–57.
3. Божко А. Е. Динамико-энергетические связи колебательных систем / А. Е. Божко, Н. М. Голуб. – Киев: Наук. думка, 1980. – 188 с.
4. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высш. шк., 1978. – 528 с.

Поступила в редакцию
23.05.2013

УДК 539.3

В. И. Гнитько, канд. техн. наук

У. Е. Огородник

Е. А. Стрельникова, д-р. техн. наук

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, e-mail: gnit@ipmach.kharkov.ua)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ МАШИН ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ЖИДКОСТЬЮ

Предложен метод расчета динамических характеристик оболочек вращения с жидкостью, подверженных действию кратковременных импульсных нагрузок. Метод основан на сведении задачи об определении давления жидкости на оболочку к системе сингулярных интегральных уравнений. Связанная задача теории упругости решается с помощью сочетания методов конечных и граничных элементов. Дифференциальные уравнения нестационарной задачи решаются численно методом Рунге–Кутты 4-го и 5-го порядка.

Запропоновано метод розрахунку динамічних характеристик оболонок обертання з рідиною, що зазнають дії короткочасних імпульсних навантажень. Метод ґрунтується на зведенні задачі з визначення тиску рідини на оболонку до системи сингулярних інтегральних рівнянь. Зв'язана задача теорії пружності розв'язується за допомогою поєднання методів скінченних та граничних елементів. Диференціальні рівняння нестационарної задачі розв'язуються чисельно методом Рунге–Кутта 4-го та 5-го порядку.

1. Введение

Динамический анализ напряженно-деформированного состояния оболочечных конструкций часто выполняется при помощи конечноэлементных программ [1–6]. Но трехмерный анализ с учетом взаимодействия жидкости и конструкции является сложной и чрезвычайно трудоёмкой задачей. Поэтому для проведения исследования прочности и устойчивости оболочек при импульсных и сейсмических нагрузках принимаются упрощенные гипотезы. Предполагается, например, что жидкость состоит из двух частей: движущейся вместе с емкостью как жесткое целое и части, движущейся со своей собственной частотой. Опреде-