

¹ Н. Н. Ткачук, канд. техн. наук
² А. Д. Чепурной, д-р техн. наук
¹ А. В. Литвиненко, канд. техн. наук
¹ Н. Б. Скрипченко
¹ Н. А. Ткачук, д-р техн. наук

¹ Национальный технический университет
 «Харьковский политехнический институт»
 г. Харьков, e-mail: tma@tmm-sapr.org
² УК «РейлТрансХолдинг», г. Москва

Ключові слова: контактна взаємодія, пуансон зі скругленими кряями, метод граничних елементів.

УДК 539.3

КОНТАКТ ПРЯМОУГОЛЬНОГО В ПЛАНЕ ПУАНСОНА СО СКРУГЛЕННЫМИ КРАЯМИ С ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ

Досліджується взаємодія прямокутного в плані пуансона зі скругленими кряями з півпростором. Для аналізу розподілу контактної тиску застосований метод граничних елементів. Отримано характерні розподіли контактної тиску в сполученні пуансона з півпростором. Встановлено залежності максимальних контактних тисків від радіуса заокруглення кряїв.

Введение

Важным вариантом геометрической формы пуансона, взаимодействующего с полупространством, является прямоугольная в плане со скруглениями по периметру. Прямоугольной форме без скруглений соответствуют [1, 2] распределения контактных давлений с сингулярностями на периферии. С точки зрения практики представляет интерес распределение контактных давлений при конечных значениях кривизны скруглений. Решение этой задачи численным методом граничных интегральных уравнений составляет цель и содержание данной работы.

Постановка задачи

Для определения контактных давлений между пуансоном и полупространством использованы метод, модели и алгоритмы, описанные в работах [3, 4]. Они являются одним из вариантов метода граничных элементов [5, 6].

Для определенности был рассмотрен типовой случай пуансона. Его форма задается параметрами, представленными на рис. 1.

Пробное усилие $P = 10^3$ Н, материалы пуансона и полупространства имеют модуль упругости $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. На границе контактирования наброшена триангуляционная сетка с ячейкой, размеры которой $c = 1,5 \cdot 10^{-5}$ м. Длина пуансона $a = 3 \cdot 10^{-3}$ м, а ширина

$$b = k_1 a, \quad k_1 \in]0;1], \quad (1)$$

где k_1 – безразмерный коэффициент.

Кроме того, радиус скругления

$$R = k_2 \cdot (a - t + R), \quad (2)$$

где k_2 – некоторый безразмерный коэффициент.

Безразмерная ширина полосы скругления $k_3 = t/a$ (см. рис. 1). В расчетах k_3 принято (если не оговорено противное) равным 1/3.

В ходе исследований варьировались безразмерные коэффициенты k_1 , k_2 и определялись рас-

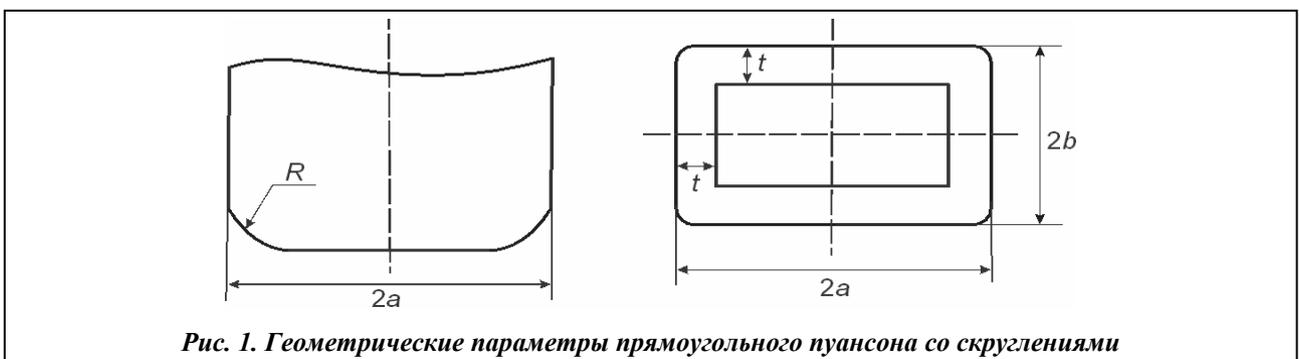
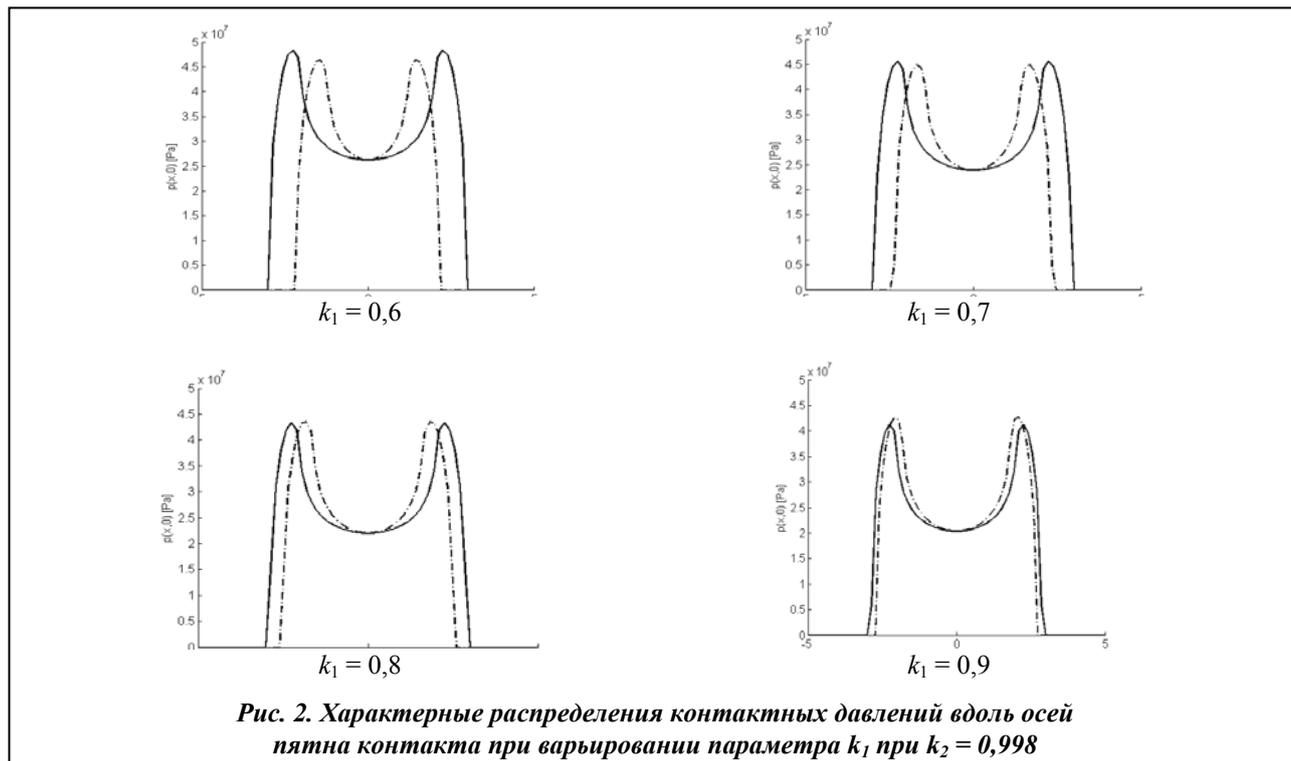


Рис. 1. Геометрические параметры прямоугольного пуансона со скруглениями



пределения давлений p , а также контролировались безразмерные параметры.

$$q = \frac{p_{\max}(k_1, k_2, k_3)}{p_{\max}(1,1,1)}. \quad (3)$$

Результаты исследований

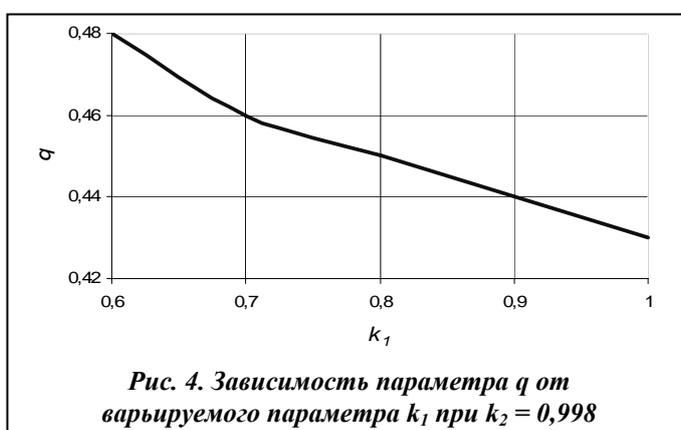
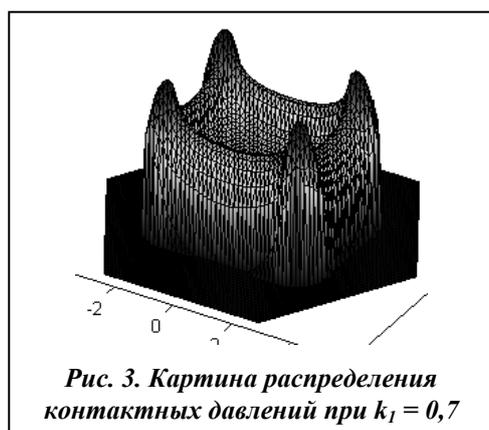
На рис. 2 представлены характерные распределения контактных давлений при варьировании параметра k_1 .

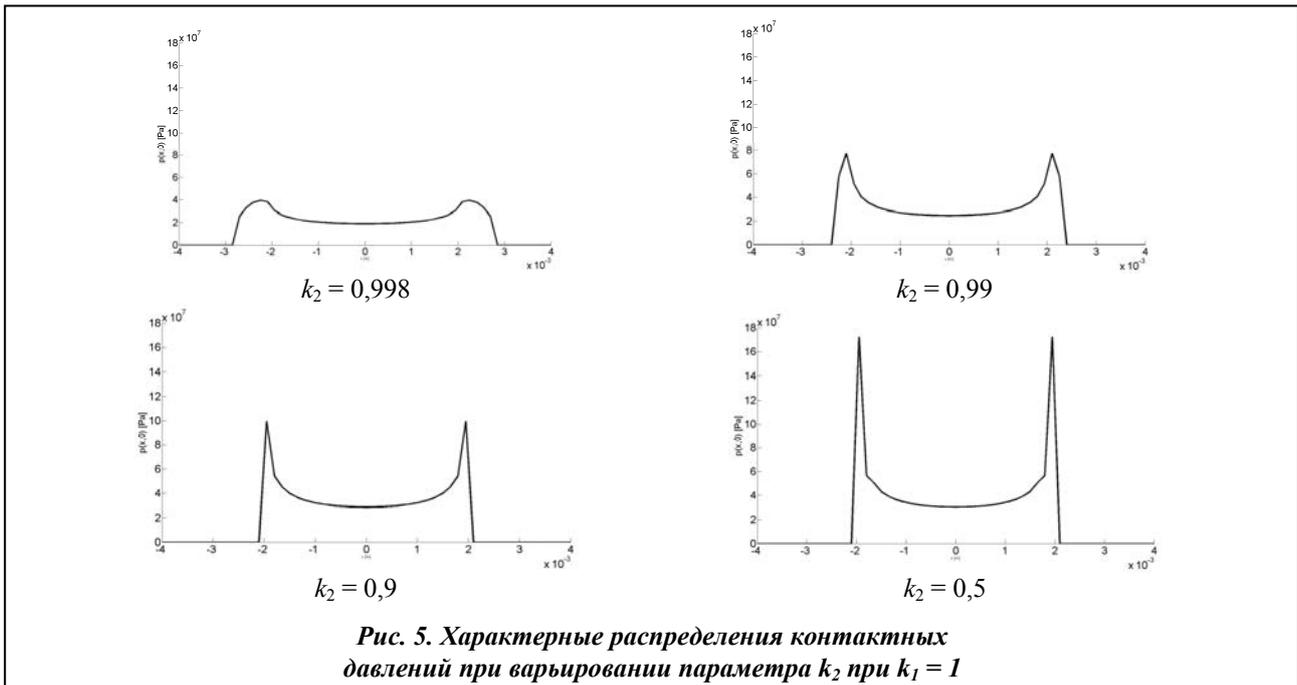
Распределение контактных давлений при $k_1 = 0,7$ дано на рис. 3, а на рис. 4 – зависимость параметра q от варьируемого параметра k_1 .

На рис. 5 показаны характерные распределения контактных давлений при варьировании параметра k_2 , а на рис. 7 – зависимость параметра q от k_2 .

Распределения контактных давлений при варьировании t и вызванное этим варьирование коэффициентов k_2, k_3 представлено на рис. 8.

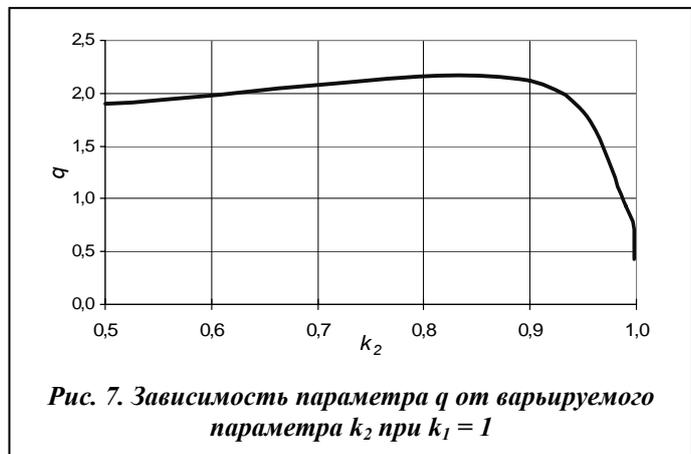
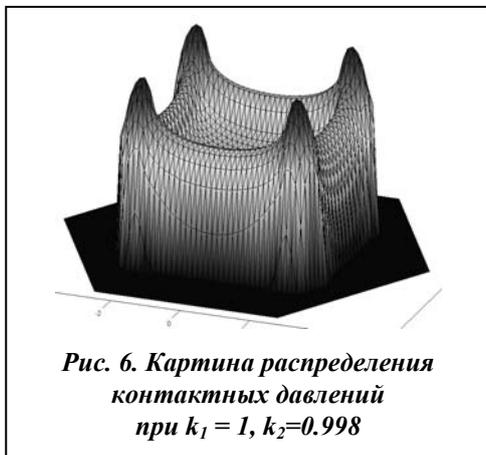
На рис. 9 дано распределение контактных давлений при $k_3 = 1$, т. е. когда рабочая поверхность пуансона представляет собой полусферу. Видно, что получаемое распределение контактных давлений практически соответствует классическому «герцевскому» [7].

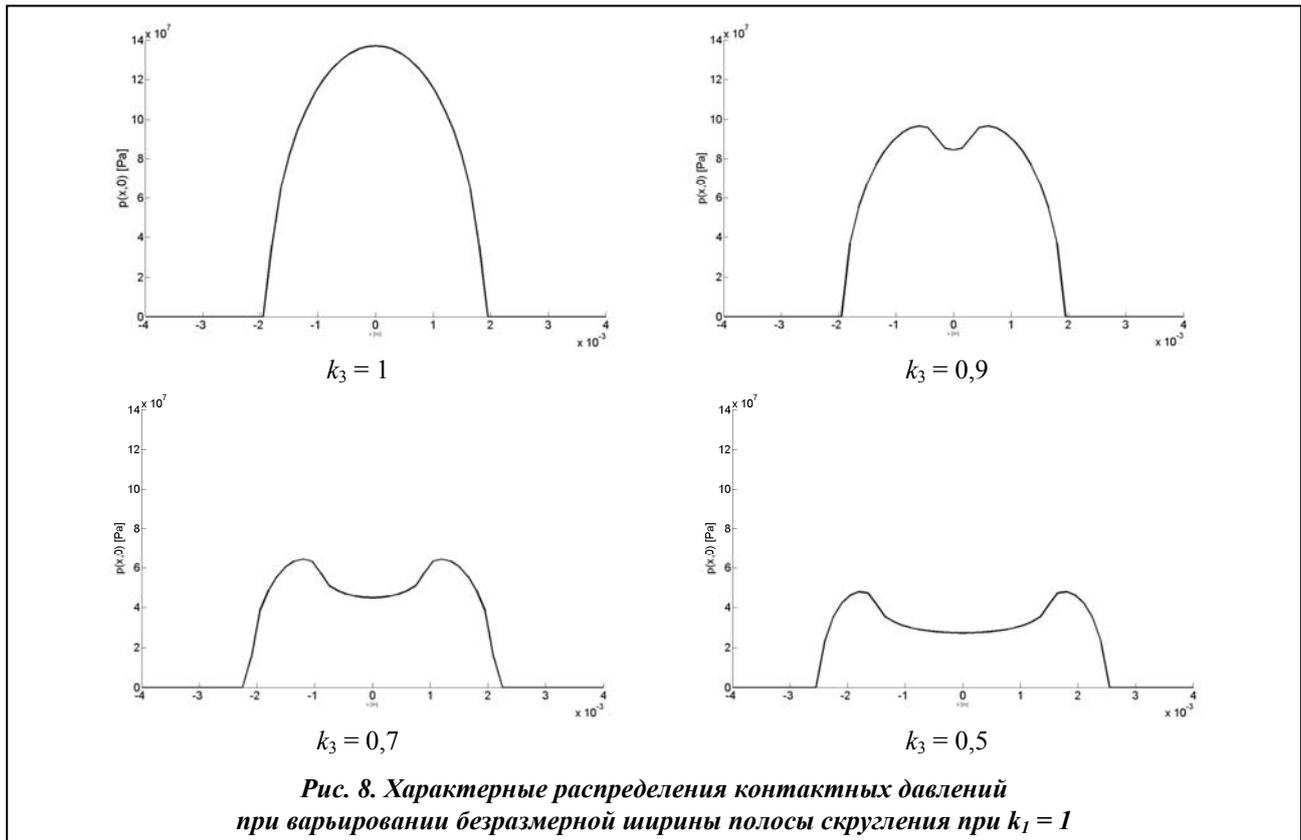




Видно, что в области изменения параметров k_1 , k_2 происходит как резкое изменение формы распределения контактных давлений, так и их максимальных величин, а также размеров площадки контактирования. В то же время численное решение для распределения контактного давления при $k_2 = 0$ служит только для сопоставления тенденций его изменения, т.к. точное решение содержит сингулярности на периферии, которые не заложены в численную модель. В то же время при ненулевом k_2 вопрос состоит только в точности аппроксимации точного решения за счет изменения шага сетки граничных элементов c . При этом с той или иной достигнутой точностью определяются максимальные контактные давления p_{max} , которые в этом случае являются конечными.

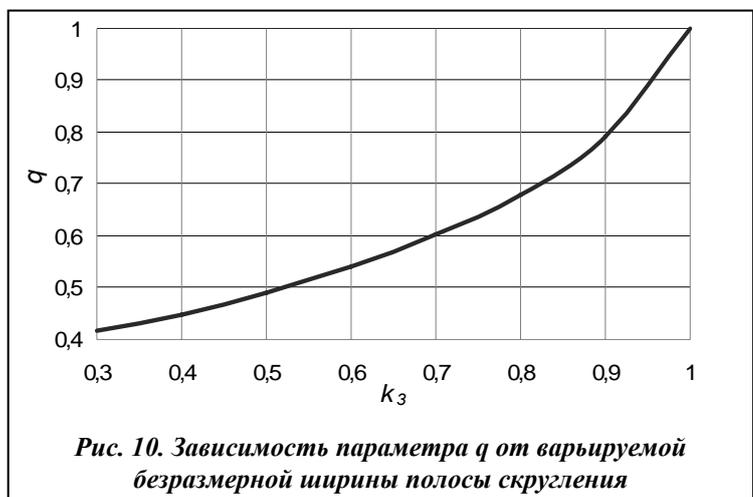
Кроме того, следуя логике работы [3, 4], между контактирующими телами был введен в рассмотрение упругий винклеров слой, имитирующий свойства шероховатости поверхностных слоев контактирующих деталей. При этом, по аналогии с упомянутой работой, податливость этого винклерова слоя, отнесенная к диагональным компонентам матрицы податливости C (C_{nn} , см. [3, 4]), дает безразмерный параметр $\theta \in [0; \infty[$. Варьирование этого параметра соответствует изменению локальных жесткостных свойств винклерова слоя относительно податливости полупространства. На рис. 11–13 представлены результаты исследования распределения контактных давлений при разных θ . Из полученных результатов видно, что винклеров слой сглаживает распределение контактных давлений, причем в тем большей степени, чем выше его податливость.

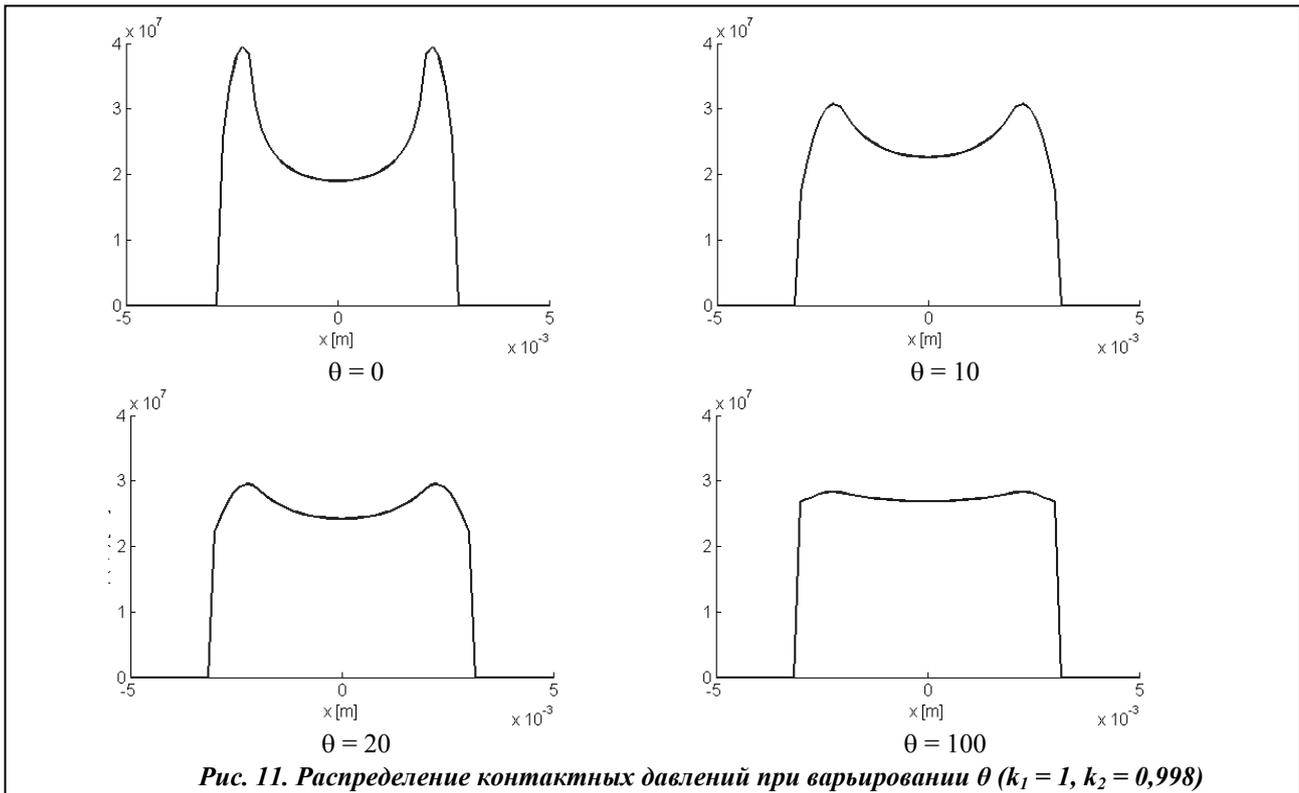




Выводы

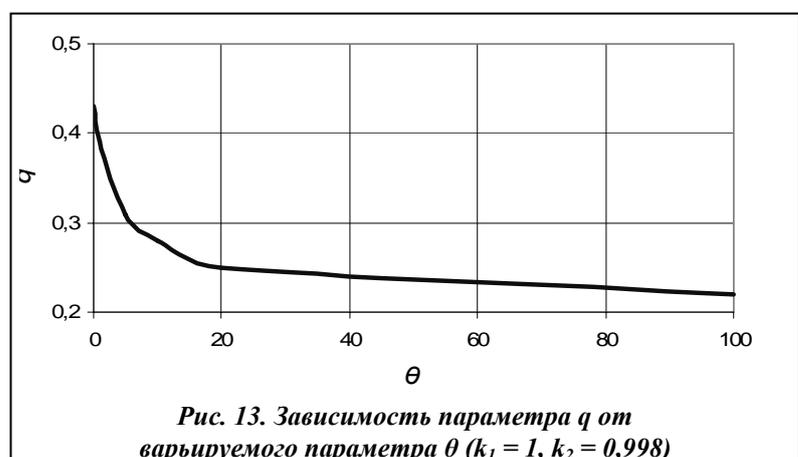
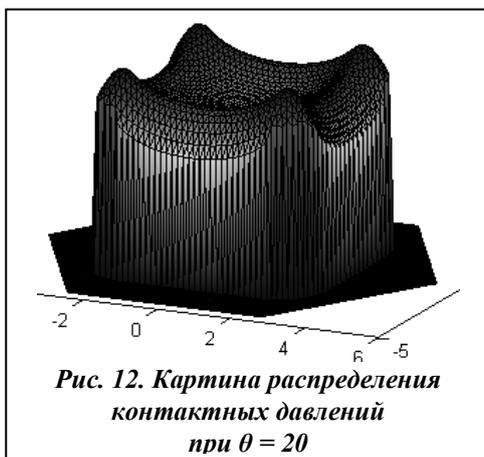
Случай контакта прямоугольного в плане пуансона со скругленными кромками демонстрирует эволюцию между «герцевским» распределением зазора и случаем пуансона с острыми кромками, который можно трактовать как в некотором смысле предельный при $R \rightarrow 0$ (кривизна $\rho = 1/R \rightarrow \infty$). Во-первых, можно констатировать, что по характеру распределения давлений в зоне кромок «преemptственности» между случаями большой, но конечной кривизны, с одной стороны, и острых кромок – с другой, не наблюдается: в первом случае давление на границе контакта обнуляется, а во втором – имеет особенность в виде стремления к бесконечности [2, 6]. В то же время с уменьшением кривизны распределение зазоров в центральной части площадки контакта стремится к параболоидному (т. е. характерному для модели Герца), при этом распределение контактных давлений сходно с распределением для упомянутого предельного случая. С другой стороны, введение упругого слоя с ненулевой (хотя бы очень малой) податливостью кардинально меняет ситуацию: на границе области контакта





прямоугольного пуансона при $R = 0$ они становятся конечными (вместо наличия особенностей – сингулярностей), а при совместном наличии упругого слоя и какого-то ненулевого радиуса скругления – нулевыми. Таким образом, по аналогии со случаем контактирования плоского пуансона с полуплоскостью [6], получаем примерно такую же ситуацию: при ненулевом радиусе скругления давления на кромке непрерывно зависят от радиуса скругления и податливости упругого слоя (причем вплоть до нулевого его значения); при нулевом радиусе скругления существует разрыв в зависимости давлений на кромке от податливости упругого слоя. В то же время необходимо заметить, во-первых, что характер особенности (сингулярности) на границе контакта зависит от формы, например, пуансона в плане (круг, овал, прямоугольник, многоугольник и т. п.), а это при численном решении проявляется в изменении получаемых распределений со сгущением сетки конечных элементов и стремлении их (т. е. численно получаемых распределений) аппроксимировать те или иные особенности (сингулярности) [2]; во-вторых, как и для случая контакта плоского пуансона с полуплоскостью, величина контактных давлений в центральной точке (в отличие от кромочных точек) имеет непрерывную зависимость и от величины радиуса скругления, и от податливости упругого слоя.

В дальнейшем предложенный подход планируется использовать для более подробного анали-



за распределения контактных давлений при варьировании различных параметров в более широком диапазоне.

Литература

1. Галин, Л. А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / Л. А. Галин. – М.: Наука, 1980. – 303 с.
2. Попов, Г. Я. Контактные задачи для линейно-деформируемого основания / Г. Я. Попов. – Киев, Одесса: Вища шк., 1982. – 168 с.
3. Анализ контактного взаимодействия гладких и шероховатых тел методом граничных элементов: модели и разрешающие уравнения / Н.Н. Ткачук, И.Я. Мовшович, Н.А. Ткачук и др. – КШП. ОМД. – М.: ООО «Тисо Принт», 2014. – № 3 – С. 3–10.
4. Анализ контактного взаимодействия гладких и шероховатых тел методом граничных элементов: модели и разрешающие уравнения / Н. Н. Ткачук, И. Я. Мовшович, Н. А. Ткачук и др. – КШП. ОМД. – М.: ООО «Тисо Принт», 2014. – № 4 – С. 3–8.
5. Крауч, С. Методы граничных элементов в механике твердого тела / С. Крауч, А. Старфилд. – М.: Мир, 1987. – 328 с.
6. Ткачук, Н. Н. Анализ контактного взаимодействия сложнопрофильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями: Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 2011. – 203 с.
7. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 509 с.

Поступила в редакцию 10.11.14

П. Э. Ахундова,

канд. физ-мат. наук

Институт математики
и механики

НАН Азербайджана,
Азербайджан, г. Баку,

e-mail: sopromat_v@mail.ru

УДК 539.3

ОПТИМАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ СМЕЩЕНИЙ ТОЧЕК ВНЕШНЕГО КОНТУРА ВТУЛКИ КОНТАКТНОЙ ПАРЫ С УЧЕТОМ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ШЕРОХОВАТОГО ВНУТРЕННЕГО КОНТУРА

Ключові слова: контактна пара, втулка, вал, шорстка поверхня тертя, температура, мінімізація напруженого стану втулки.

На основі моделі шорсткої поверхні тертя та принципу рівномірності проведено теоретичний аналіз із визначення функції зміщення точок зовнішнього контуру втулки контактної пари з урахуванням перепаду температури в деталях контактної пари, Використовується розрахункова силова схема, що найбільш точно відповідає фізичній суті дійсного навантаження. Проведено мінімізацію напруженого стану втулки контактної пари за допомогою принципу рівномірності. Знайдена функція зміщення точок зовнішнього контуру втулки забезпечує підвищення несучої здатності втулки контактної пари. Як приклад розглянуто розрахунок для контактної пари стосовно свердловинних штангових нафтових насосів.

Введение

Одними из наиболее ответственных узлов машин, определяющих надежность и долговечность эксплуатации машин и оборудования, являются контактные (кинематические) пары, которые входят в состав нефтепромыслового оборудования, многих транспортных машин. Как известно, ресурс работы контактной пары в значительной степени определяется работоспособностью втулки, распределением напряжений в зонах взаимодействия деталей контактной пары. В связи с этим на современном этапе развития техники важное значение имеет оптимальное проектирование деталей контактных пар. Задачи теории оптимального проектирования заключаются в определении характеристик изделия таким образом, чтобы оно при действии заданных нагрузок в определенном смысле являлось наилучшим из всех изделий рассматриваемого типа.