

В. И. Гуляев¹, П. З. Луговой², Е. И. Борщ¹

САМОВОЗБУЖДЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ДОЛОТА БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ

¹ *Национальный транспортный университет,
ул. Суворова, 1, 01010, Киев, Украина; e-mail: valery@gulyayev.com.ua*
² *Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ
ул. Нестерова, 3, 3057 Киев, Украина; e-mail: string@inmech.kiev.ua*

Abstract. A qualitative analysis of statement and solution of the problem on flexural whirling vibrations of a rotating drill-string bottom hole assembly is given for the case of action of the frictional (cutting) moment. The modeling of process of vibration self-excitation is carried out. It is established that in the self-excitation of the whirling vibrations, the drill axial line can be moved over the non-smooth conical surfaces of complex form with the slow and fast motions.

Keywords: drill-string, rotating drill bit, friction forces, non-conservative moment, whirling vibrations.

Введение.

Явление возбуждения изгибных колебаний низа бурильной колонны является одной из наиболее часто встречающихся причин нарушения геометрической точности запланированной траектории прямолинейной или криволинейной скважины и возникновения ее геометрических несовершенств [3]. При их генерировании нижние секции БК начинают совершать изгибные колебания, приводящие к периодическим перекосам долота; между его наружной поверхностью и стенкой скважины образуется кольцевой зазор и центр долота начинает двигаться вокруг осевой линии скважины по сложным, циклически повторяющимся кривым, напоминающим многолепестковый цветок. При этом на поверхности стенки скважины образуется система желобов, недопустимых по техническим условиям бурения.

Подобные движения совершает ось вращающегося гироскопа под действием кориолисовых сил инерции. В механике они получили название прецессии. Однако подобные колебания долота имеют другую природу, поскольку вызваны действием на него изменяющихся во времени сил контактного и фрикционного взаимодействия долота со стенкой скважины. Отметим, что в данном случае гироскопические силы, обусловленные вращением, также присутствуют, но их вклад в общий баланс сил не является решающим.

В англоязычной научной литературе [13] указанное движение долота, в отличие от прецессии, получило название «whirling» – кружение. Эта терминология авторами используется и в данной работе, называя такой динамический процесс колебаниями кружения. Одной из первых моделей подобного движения является изложенная в работе [7] постановка задачи о колебаниях и устойчивости вращающегося консольного вала с маховиком (диском) на конце. В ней упругая податливость вала моделируется упругим элементом с приведенными упругими свойствами, препятствующими свободному перемещению диска в его плоскости и повороту относительно двух осей, лежащих в этой плоскости. Система имеет четыре степени свободы и в ней отсутствуют контактные взаимодействия с другими телами.

Вопросам математического моделирования непосредственно колебаний кружения долота на конце вращающейся БК посвящены работы [8, 9, 12 – 14]. В них долото заменено плоским круговым диском, вращающимся относительно своей оси, прикрепленной двумя пружинами к неподвижным точкам. Диск может совершать плоские движения внутри кругового отверстия большего диаметра, участвуя при этом в контактно и фрикционном взаимодействии с его стенкой. Интегрирование построенной системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих движение рассматриваемого нелинейного осциллятора с двумя степенями свободы, осуществлено численно. Показано, что центр диска в этой модели движется по довольно сложным кривым.

Анализируя результаты исследований в указанных публикациях, отметим, что вряд ли они отражают реальный механизм возникающих явлений, поскольку получены на основе довольно абстрактных моделей, слабо отражающих особенности протекающих динамических процессов. Во-первых, это связано с большим разнообразием и существенной сложностью рассматриваемых процессов, затрудняющих разработку их адекватных моделей. Во-вторых, сложной является конструкция низа буровой колонны, состоящая из многоопорной упругой вращающейся балки с консольным участком, на конце которого присоединено трехмерное тело долота. Оно может иметь различную конструкцию в зависимости от твердости скальной породы и силы его давления на дно скважины. В-третьих, сложность модели обусловлена сложностью действующих на долото нагрузок, среди которых следует выделить неконсервативный крутящий момент (момент резания или фрикционный момент), осевую силу давления долота на дно скважины, нормальные и касательные силы контактного взаимодействия при перекосах долота и отклонениях оси долота от оси скважины, а также, сравнительно малые, но способные оказывать определенное влияние, центробежные и кориолисовы силы вращательного движения системы.

Указанные факторы приводят к сложным динамическим эффектам, которые могут сопровождаться возбуждением изгибных колебаний нижнего консольного участка колонны и перекосами долота, приводящими к расширению скважинного отверстия и возникновению кольцевого зазора между поверхностями долота и стенки скважины.

В процессе возбуждения таких движений можно выделить две стадии. На первой стадии в результате дисбалансов системы и неравномерности износа режущей части долота возникают изгибные колебания преимущественно нижнего пролета БК и ее консольной части. Поскольку на конце консольного участка присоединено долото и зазор между долотом и стенкой скважины практически отсутствует, принято, что на конце консоли прогибы равны нулю и консоль представляет собой связанную с нижним пролетом двуопорную балку. Если пренебречь влиянием на динамический процесс всех остальных вышерасположенных участков БК, то нижний пролет с консольным участком можно условно отделить от всей БК и рассматривать его как двухпролетную неразрезную балку, на нижнем конце которой в результате вибрационных перекосов долота действуют не только крутящий, но и дополнительные изгибающие моменты неконсервативной природы. Эти моменты усугубляют перекосы долота, приводящие к изгибным колебаниям БК (колебания кружения). Первый этап заканчивается после того, как между долотом и стенкой скважины образовался зазор, шириной которого уже нельзя пренебречь. Тогда колебания долота внутри зазора становятся виброударными и функции сил моментов контактного и фрикционного взаимодействия приобретают разрывный вид. Следует полагать, что на этом этапе механизм возбуждения колебаний имеет более сложную структуру.

В зависимости от соотношений между значениями жесткостных, инерционных и силовых параметров системы, а также условий фрикционного взаимодействия, возбуждаемые колебания кружения на обоих этапах могут иметь как нерегулярный (хаотический), так и упорядоченный характер, при котором амплитуды линейных и угловых смещений долота нарастают по закону регулярной спирали, либо очертания траекторий движения приобретают формы более сложных фигур. Указанные движения долота могут иметь место как в вертикальных скважинах, так и в скважинах сложной конфигурации [4, 11].

В данной работе предложена математическая модель первого этапа колебаний кружения, позволяющая установить состояния системы, при которых начинают возбуждаться эти колебания, и построить формы их проявления. Такая задача оказывается проще второй, можно полагать, что она является не менее важной, так как ее решение дает возможность предсказать и избежать одну из нештатных ситуаций процесса бурения.

1. Математическая модель начального этапа процесса возбуждения колебаний кружения конструкции низа буровой колонны.

При постановке задачи о моделировании начального этапа возбуждения колебаний кружения долота представим конструктивную схему буровой колонны в виде многопролетной неразрезанной трубчатой балки длиной L , вращающейся с угловой скоростью ω . Роль дополнительных опор в нижней части БК играют центрирующие устройства (центраторы), устанавливаемые для обеспечения требуемой жесткости конструкции в зоне бурения. Балка испытывает действие крутящего момента сил резания M^f и продольной силы сжатия \bar{R} от реакции взаимодействия долота и дна скважины (рис. 1). На нижнем конце БК имеет консольный участок длиной e , к которому присоединено долото. Поскольку наиболее интенсивные изгибные колебания системы имеют место в нижнем пролете БК и в ее консольной части, для упрощения задачи пренебрегаем влиянием верхней части БК на динамический процесс, условно отделим нижний пролет AB с консолью BC от остальной части (рис. 2) и примем, что в точке A реализуются граничные условия шарнирного опирания, а в точке C – условия контактного взаимодействия долота и дна скважины.

Для постановки задачи и вывода разрешающих уравнений введем неподвижную систему координат $OXYZ$ и связанную с вращающейся БК систему $Oxyz$ с ортами $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$. Начала обеих систем совпадают и находятся в точке A (оси OZ и Oz направ-

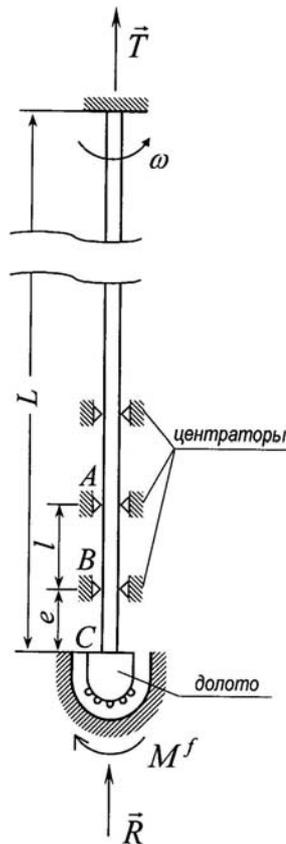


Рис. 1

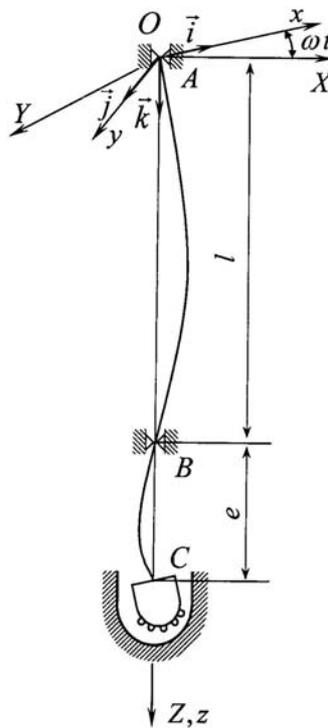


Рис. 2

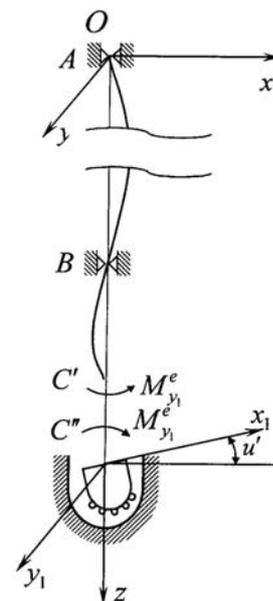


Рис. 3

лены вдоль оси трубы БК). Введем также жестко связанную с телом долота систему координат $Cx_1y_1z_1$ (рис. 3), оси которой Cx_1, Cy_1, Cz_1 в недеформированном состоянии параллельны осям Ox, Oy, Oz , соответственно, а при упругом изгибании консоли поворачиваются вместе с долотом.

Примем, что все упругие перемещения и углы поворотов малы, поэтому задачу рассматриваем в линеаризованной постановке. Двухпролетная вращающаяся балка ABC преднапряжена крутящим моментом $M_z = -M^f$ и продольной сжимающей силой $T = -R$. Внутри трубы БК содержится промывочная жидкость, которую учитываем как присоединенную массу. Колебания балки изучаем во вращающейся системе $Oxuz$. Относительно этой системы движение каждого элемента БК является сложным, поэтому при колебаниях на него действуют силы инерции относительного и переносного движений, а также кориолисовы силы инерции.

Уравнения динамического упругого изгибания БК при наличии отмеченных факторов построены в [1, 2, 10]. Они имеют форму

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - T \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - M_z \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} - (\rho F + \rho_1 F_1) \omega^2 u - 2(\rho F + \rho_1 F_1) \omega \frac{\partial v}{\partial t} + (\rho F + \rho_1 F_1) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0; \\ EI \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - T \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + M_z \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - (\rho F + \rho_1 F_1) \omega^2 v + 2(\rho F + \rho_1 F_1) \omega \frac{\partial u}{\partial t} + (\rho F + \rho_1 F_1) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $u(z, t), v(z, t)$ – упругие перемещения элемента трубы БК в направлениях осей Ox, Oy , соответственно; EI – жесткость трубы БК при изгибе; ρ, ρ_1 – плотности материала трубы и промывочной жидкости, соответственно; F, F_1 – площади поперечных сечений стенки трубы и ее внутреннего канала, соответственно; t – время.

С учетом принятых предположений краевые условия на опоре A ($z = 0$) представим в виде

$$u_A = v_A = 0; \quad \left. \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right|_A = \left. \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right|_A = 0. \quad (2)$$

На опоре B ($z = l$) имеем условия равенства нулю прогибов, т.е.

$$u_B = v_B = 0. \quad (3)$$

Для вывода граничных условий на краю $z = l + e$, как отмечено выше, предположим, что процесс возбуждения колебаний кружения только начинается, а зазор между долотом и стенкой скважины еще не образовался, поэтому прогибы равны нулю, т.е.

$$u_C = v_C = 0. \quad (4)$$

Вторую группу граничных уравнений в точке C сформулируем, используя уравнения Эйлера движения долота как твердого тела относительно жестко связанных с ним осей Cx_1, Cy_1, Cz_1 . Для этого условно отделим долото от БК, а уравнения его движения вокруг неподвижной точки C под действием всех приложенных к нему моментов представим в виде [6]

$$\frac{d\vec{K}_C}{dt} + \vec{\Omega} \times \vec{K}_C = \vec{M}_C^{ex}, \quad (5)$$

где $\vec{K}_C = K_{x_1} \vec{i}_1 + K_{y_1} \vec{j}_1 + K_{z_1} \vec{k}_1$ – момент количества движения долота относительно точки C ; $\vec{\Omega}$ – вектор угловой скорости подвижной системы координат $Cx_1y_1z_1$; \vec{M}_C^{ex} – момент всех внешних сил, приложенных к долоту (знак \sim над d обозначает символ локального дифференцирования в подвижной системе $Cx_1y_1z_1$).

Заметим, как отмечено выше, углы упругих поворотов осей Cx_1 , Cy_1 малы и поэтому составляют, соответственно, u'_C и v'_C . Отметим также, что углы поворотов, угловые скорости и моменты принимаем положительными, когда они представляются направленными против хода часовой стрелки, если смотреть с конца соответствующей оси. Тогда вектор $\vec{\Omega}$ можно представить в виде

$$\vec{\Omega} = \omega_x \vec{i}_1 + \omega_y \vec{j}_1 + \omega_z \vec{k}_1 = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial z} \vec{i}_1 + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial z} \vec{j}_1 + \omega \vec{k}_1. \quad (6)$$

В итоге имеем такие равенства:

$$K_{x_1} = -J_{x_1} v'_C; \quad K_{y_1} = J_{y_1} u'_C; \quad K_{z_1} = J_{z_1} \omega. \quad (7)$$

Подставив правые части равенств (6), (7) в векторное уравнение (5) и выполнив операции его проектирования на оси Cx_1 , Cy_1 , Cz_1 , получим систему трех скалярных динамических уравнений Эйлера, описывающих динамику твердого тела. Два первых уравнения этой системы имеют вид

$$-J_{x_1} v'_C + (J_{z_1} - J_{y_1}) \omega u'_C = M_{x_1}^{ex}; \quad J_{y_1} u''_C - (J_{x_1} - J_{z_1}) \omega v'_C = M_{y_1}^{ex}. \quad (8)$$

Для их замыкания необходимо знать компоненты $M_{x_1}^{ex}$, $M_{y_1}^{ex}$ момента \vec{M}_C^{ex} внешних сил. Он складывается из: момента сил упругости \vec{M}^{el} ; момента сил резания \vec{M}^f ; момента \vec{M}^R от смещения точки приложения реакции \vec{R} на дне скважины вдоль осей Cx_1 , Cy_1 при перекосах долота и момента диссипативных сил \vec{M}^d .

Согласно данных рис. 3 следует, что

$$\vec{M}^{el} = EI \left. \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right|_C \vec{i}_1 - EI \left. \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right|_C \vec{j}_1. \quad (9)$$

Моменты M_x^f , M_y^f , вызванные действием момента резания \vec{M}^f при перекосе долота, определяются, в первую очередь, его конструкцией. В состоянии, когда упругая ось БК строго вертикальна и ось Cz_1 совпадает с осью Cz , момент \vec{M}^f коллинеарен с ортом \vec{k} и $M_{x_1}^f = M_{y_1}^f = 0$. Однако, при изгибании БК долото поворачивается относительно осей Cx_1 , Cy_1 и, в зависимости от его формы и конструкции, момент \vec{M}^f при малых углах поворота может изменяться либо оставаться постоянным в инерциальной системе $Oxyz$.

Обратимся вначале к случаю, когда при изгибе конца БК долото поворачивается и момент \vec{M}^f изменяется. Это может происходить в результате перемещения точки контакта поверхности долота с поверхностью скважины, приводящего к изменениям механизма этого взаимодействия и структуры уравнений контактного взаимодействия.

Условия такого взаимодействия зависят, главным образом, от геометрий поверхностей тела долота и дна скважины и, в общем случае, могут быть описаны сложными зависимостями. Для иллюстрации подхода к описанию постановки этой задачи рассмотрим наиболее простые формы долота и поверхности дна скважины. Пусть тело долота ограничено сферической поверхностью, а поверхность дна скважины – коническая. Для простоты примем, что оси Cx_1 и Ox лежат в одной плоскости, а оси Cy_1 и Oy – параллельны. Тогда при повороте долота возможны три случая (рис. 4). Первый возникает при малых углах α поворота долота по сравнению с углом β наклона образующей поверхности скважины и связан с начальной стадией возбуждения колебаний (рис. 4, а). На этой стадии точка G контакта находится правее нижней точки A долота, лежащей на продолжении упругой оси БК.

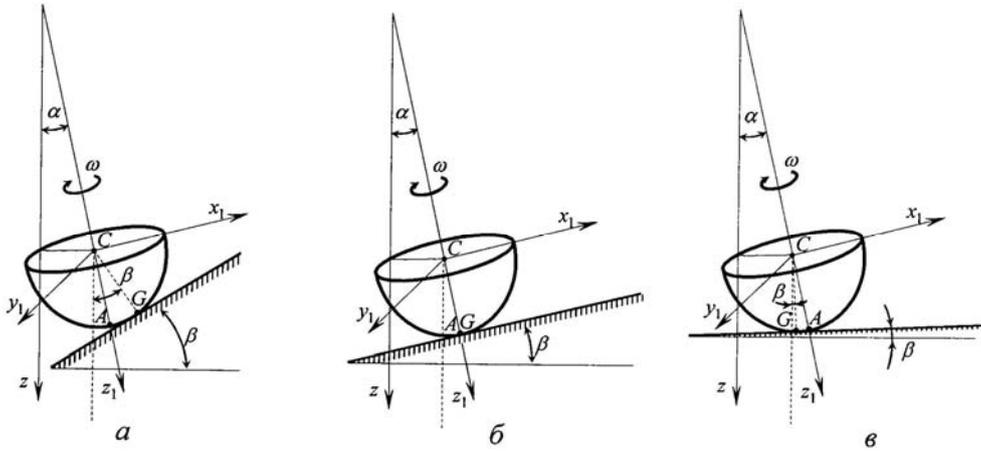


Рис. 4

Предполагаем, что в точке G реализуются условия контакта сухого трения и касательная сила трения H удовлетворяет условию

$$H \leq \mu R, \quad (10)$$

где R – сила нормального давления; μ – коэффициент трения Кулона. Здесь знак неравенства реализуется при отсутствии проскальзывания между долотом и поверхностью скважины, знак равенства – при наличии проскальзывания. Первый режим возникает, когда момент M^{el} мал, а сила R велика. Тогда в точке контакта G скорость долота равна нулю и она является мгновенным центром скоростей. В этом случае без резания породы долото будет перекашиваться по поверхности скважины (рис. 5, а) со скоростью кружения ω_0 в направлении, обратном вращению БК (обратное кружение). Принято, что такие колебания кружения являются наиболее опасными [12, 13].

Если $\alpha = \beta$ (рис. 4, б), то точки A и G совмещаются, и происходит простое вращение долота вокруг этих точек. При этом точки A и G не перемещаются (рис. 5, б), явление колебаний кружения не происходит, и в режиме бурения траектория скважины, проходя через них, изменяет свое направление.

Случай $\alpha > \beta$ (рис. 4, в) связан с расположением точки контакта G между точками O и A . Поэтому для выбранного направления вращения ω долото как-бы перекашивается по окружности радиуса OG (рис. 5, в) и направление вращения (ω) и кружения (ω_0) совпадают (прямое кружение). Такие колебания являются менее опасными.

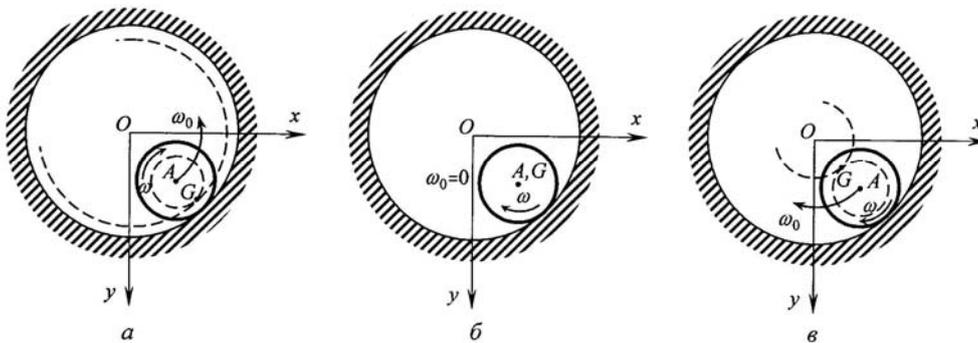


Рис. 5

Проведенный анализ механизма возбуждения колебаний кружения проиллюстрирован на рассмотрении простейших кинематических схем с простейшими геометрическими фигурами. Однако и он позволил установить наиболее важные факторы, влияющие на характер протекания этих колебаний. Они могут быть учтены при проектировании конструкций долот и режимов бурения.

Задача усложняется, если в соотношении (10) выполняется знак равенства и имеет место эффект движения с проскальзыванием. Тогда возникает сила трения \vec{H} , которая при данном направлении угловой скорости ω ориентирована параллельно оси Oy и для состояния, представленного на рис. 4, а, 5, а, создает момент $M_A = -H \cdot AG$. Этот момент должен быть включен в уравнения движения (8).

Рассмотрим более простой случай, когда колебания очень малы и даже при перекосах долота $\vec{M}^f = -M^f \vec{k} = \text{const}$. Тогда в системе $Cx_1y_1z_1$ этот момент можно представить в виде

$$\vec{M}^f \approx -M_z u'_C \vec{i}_1 - M_z v'_C \vec{j}_1 + M_z \vec{k}_1 = M^f u'_C \vec{i}_1 + M^f v'_C \vec{j}_1 - M^f \vec{k}_1. \quad (11)$$

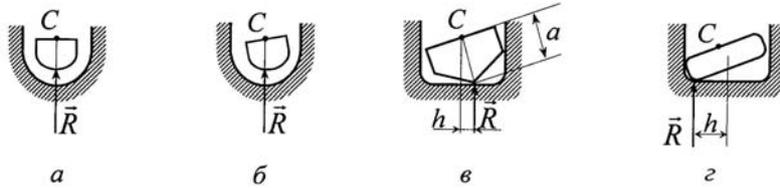


Рис. 6

Как и для примеров, рассмотренных выше, момент \vec{M}^R , вызванный смещением точки приложения реакции \vec{R} на дне скважины при перекосах долота, зависит от его конструкции. Возможны случаи, когда при повороте долота на один и тот же угол точка приложения силы \vec{R} по отношению к ее исходному положению (рис. 6, а) может остаться неизменной (рис. 6, б) или передвинуться в одну (рис. 6, в) либо в другую сторону (рис. 6, з). В связи с этим и момент \vec{M}^R относительно точки C , вызванный реакцией \vec{R} , может быть равен нулю (рис. 6, б) или направлен в том или другом направлении (рис. 6, в, з), способствуя дальнейшему опрокидыванию долота или возвращению его в исходное положение. Поэтому, например, для конструкции, представленной на рис. 6, в, составляющие момента \vec{M}^R оказываются равными:

$$M_{x_1}^R = -Rh = -Rav'_C; \quad M_{y_1}^R = Rh = Rau'_C, \quad (12)$$

где h и a – характерные геометрические параметры долота.

Для конструкции, представленной на рис. 6, з, эти моменты меняют знаки

$$M_{x_1}^R = Rh = Rav'_C; \quad M_{y_1}^R = -Rh = -Rau'_C. \quad (13)$$

В рассматриваемой системе сложной структурой обладают действующие на долото моменты $M_{x_1}^d$, $M_{y_1}^d$ от диссипативных сил, которые способствуют гашению колебаний кружения. В теории линейных колебаний предполагается, что обобщенная сила диссипации пропорциональна соответствующей обобщенной скорости и направлена в противоположную сторону. Поэтому можно записать такие равенства:

$$M_{x_1}^d = -k\omega_{x_1} = k \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial z}; \quad M_{y_1}^d = -k\omega_{y_1} = -k \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (14)$$

где k – коэффициент диссипации, зависящий от конструкции долота, физических свойств скальной породы и промывочной жидкости, а также от величины реакции \vec{R} . На практике он может быть определен экспериментально.

Подставив полученные выражения для моментов (9), (11) – (14) в уравнения (8) и выполнив некоторые перестановки, получим систему граничных уравнений на краю $z = l + e$:

$$\begin{aligned} J_{y_1} \ddot{u}'_C + (J_{z_1} - J_{x_1}) \omega \dot{v}'_C + E I u''_C - M^f v'_C \mp R a u'_C + k \dot{u}'_C &= 0; \\ J_{x_1} \ddot{v}'_C - (J_{z_1} - J_{y_1}) \omega \dot{u}'_C + E I v''_C + M^f u'_C \mp R a v'_C + k \dot{v}'_C &= 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где знаки \mp перед слагаемыми $R a u'_C$ и $R a v'_C$ соответствуют случаям контакта долота с дном скважины, представленным на схемах рис. 6 в, з.

Система разрешающих уравнений (1) вместе с дополнительными уравнениями (2), (3), (15) в точках A , B , C составляет трехточечную краевую задачу динамики трехопорной вращающейся балки с твердым телом на опоре C . Она должна быть дополнена начальными условиями при $t = 0$, определяющими некоторые начальные возмущения.

Вид решения системы (1) – (3), (15) в значительной мере определяется структурой уравнений (15). Условно можно принять, что первое из них служит для определения переменной $u(z, t)$, второе – для $v(z, t)$. Однако эти уравнения связаны и наряду с производными от переменной $u_C(z, t)$ в первое уравнение входят также производные от $v_C(z, t)$, а во второе – производные от $u_C(z, t)$. Вследствие связи уравнений, движения вдоль осей Cx_1 и Cy_1 также оказываются зависимыми и их форма приобретает сложный вид. Так, входящие с разными знаками вторые слагаемые $(J_{z_1} - J_{x_1}) \omega \dot{v}'_C$, $-(J_{z_1} - J_{y_1}) \omega \dot{u}'_C$ обусловлены гироскопическим взаимодействием вращений долота относительно осей Cx_1 , Cy_1 , приводящим к его прецессионным (вращательным) колебаниям. Поскольку гироскопические силы консервативны [6, 7], они способствуют перекачке энергии от одного элемента к другому и ее перераспределению, не увеличивая ее полного количества. Поэтому с этими силами связано только усложнение формы колебаний без возрастания их амплитуды. Четвертые слагаемые $(-M^f v'_C$, $M^f u'_C)$, также входящие с разными знаками, вызваны неконсервативным характером «подкачки» энергии изгибных колебаний за счет заданного фрикционного момента \vec{M}^f . Они приводят к возбуждению колебаний кружения с возрастающими амплитудами. Можно предположить, что в отсутствие диссипативных моментов $k \dot{u}'_C$, $k \dot{v}'_C$ рассматриваемая система «в малом» всегда неустойчива из-за неконсервативности момента \vec{M}^f , однако, поскольку в реальных условиях диссипативный момент всегда присутствует, устойчивость или неустойчивость системы зависит от соотношений между моментами M^f и M^o .

Если при некоторых выбранных начальных возмущениях и значениях характерных параметров низа бурильной колонны решения построенной системы имеют вид убывающих функций, то рассматриваемое состояние балки является устойчивым и колебания кружения не возбуждаются. Если амплитуды колебаний возрастают, то имеет место их самовозбуждение.

В данной работе проверка этого предположения осуществляется методом компьютерного моделирования.

2. Результаты численных исследований и их анализ.

Интегрирование системы (1) с краевыми условиями (2 – 4), (15) произведено численно с помощью метода конечных разностей по переменным z и t . При этом в каждый дискретный момент времени t_i длина L разделена на n конечно-разностных участков $\Delta z = L/n$; в каждой узловой точке z_j производные по z и по t заменены их конечно-разностными аналогами.

Если принять, что в моменты времени $t = t_i - \Delta t$ и $t = t_i$ деформированные состояния упругой системы известны, то в дискретизированных уравнениях останутся лишь две неизвестные величины $u_{j,i+1}$ и $v_{j,i+1}$, каждая из которых может быть вычислена из уравнения, которое её содержит. Поэтому, зная функции $u(z, 0)$, $v(z, 0)$ и $\dot{u}(z, 0)$, $\dot{v}(z, 0)$ в начальный момент времени $t = 0$, можно пошаговым методом определить деформированные состояния рассматриваемого пролета БК в различные дискретные моменты времени.

Используемая конечно-разностная схема интегрирования по времени является явной и условно устойчивой, поскольку приводит к устойчивым вычислениям лишь при значениях шага Δt , меньших некоторой предельной величины Δt_{st} , которая определяется методом подбора [5].

Значения геометрических и механических параметров пролета AB (рис. 2) составили: $l = 8$ м, $r_1 = 0,09$ м, $r_2 = 0,08$ м, $E = 210$ ГПа. Длина меньшего пролета BC выбрана равной $e = 1$ м. Исследуемые в системе (8) значения инерционных параметров составили $J_{x_1} = J_{y_1} = 5$ кг/м², $J_z = 3,5$ кг/м². Коэффициент k , определяющий момент сил трения в системе (15), выбран равным $k = \mu \cdot R \cdot r$, где $\mu = 0,2$ – коэффициент трения; R – сила нормального давления долота на дно скважины; $r = 0,2$ м – радиус долота; величина $a = 0,3$ м определяет расстояние от точки C до точки касания поверхности долота с дном скважины (рис. 3).

Моделирование проведено путем интегрирования построенных систем уравнений (1) – (3), (15) с шагом по времени $\Delta t = 2 \cdot 10^{-7}$ с. Отрезки AB и BC были разбиты на 41 и 4 конечно-разностные участки, соответственно. Интегрирование проведено в промежутках времени от $t = 0$ до $t = 100$ с. В результате вычислений определены значения перемещений $u(t)$, $v(t)$ для всех конечно-разностных узлов. Результаты вычислений приведены в таблице и на рис. 7 – 10.

Вычисления показали, что процесс возбуждения колебаний кружения буровой колонны с расстоянием e от центра опоры к центру долота определяется совокупностью значений параметров ω , M^f , $T = -R$. Так, если объединение их величин не превышает критической комбинации, то исходные возбуждения, навязанные системе в виде начальных прогибов, приводят к пространственным колебаниям центра долота со сложными траекториями, которые затем, в результате действия сил диссипации,

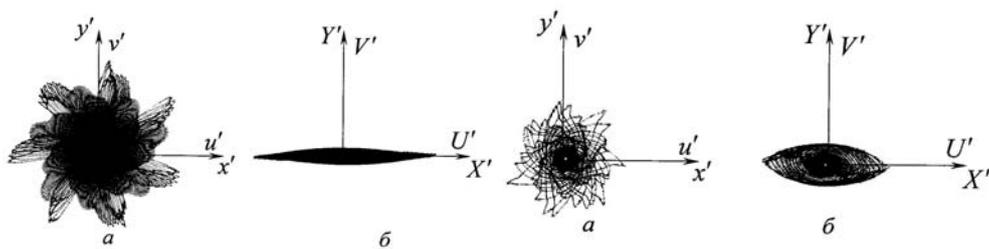


Рис. 7

Рис. 8

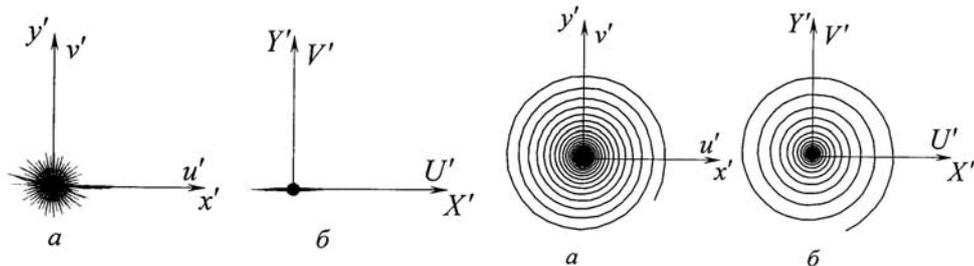


Рис. 9

Рис. 10

гасятся (позиции 1 – 8 в табл.) и отклонения $u(t)$ та $v(t)$ стремятся к нулю. Соответствующие этим состояниям формы движения осевой линии долота во вращающейся $Oxу$ и неподвижной OXY системах координат приведены на рис. 7 – 9.

Номер задачи	ω (с ⁻¹)	M^f (кН·м)	R (Н)	\mp	I (м ⁴)	Характер колебаний	Динамическая устойчивость системы
1	10	1	$1 \cdot 10^4$	0	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow 0$	устойчива
2	10	1	$1 \cdot 10^4$	+	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow 0$	устойчива
3	10	1	$1 \cdot 10^4$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow 0$	устойчива
4	10	10	$1 \cdot 10^5$	+	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow 0$	устойчива
5	10	10	$1 \cdot 10^5$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow 0$	устойчива
6	10	50	$1 \cdot 10^5$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow 0$	устойчива
7	10	50	$1 \cdot 10^5$	-	$19,3 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow 0$	устойчива
8	10	50	$1 \cdot 10^6$	-	$19,3 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow 0$	устойчива
9	10	50	$1 \cdot 10^6$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow \infty$	неустойчива
10	15	50	$1 \cdot 10^6$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow \infty$	неустойчива
11	15	50	$1 \cdot 10^6$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow \infty$	неустойчива
12	10	100	$1 \cdot 10^4$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow \infty$	неустойчива
13	15	100	$1 \cdot 10^5$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow \infty$	неустойчива
14	10	100	$1 \cdot 10^5$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow \infty$	неустойчива
15	15	100	$1 \cdot 10^5$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow \infty$	неустойчива
16	10	1000	$1 \cdot 10^5$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow \infty$	неустойчива
17	15	1000	$1 \cdot 10^5$	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow \infty$	неустойчива
18	10	100	$1 \cdot 10^4$	-	$19,3 \cdot 10^{-5}$	$\rightarrow \infty$	неустойчива

Динамические состояния, соответствующие позициям 9 – 11 таблицы, приняты переходными между устойчивыми и неустойчивыми, поскольку в них амплитуды колебаний, хотя и стремятся к бесконечности, возрастают очень медленно.

Если значения параметров ω , M^f , $T = -R$ принять из закритической области их значений, то ось долота начинает двигаться по конической поверхности с быстрым изменением значений углов $u'(t)$ и $v'(t)$. В рамках линеаризованной постановки такие перемещения стремятся к бесконечности, поэтому такие колебания являются неустойчивыми. Они соответствуют позициям 12 – 18 в таблице, а формы их движения представлены на рис. 10.

Заметим, что приведенные результаты получены на основе линеаризованной постановки задачи и в неустойчивых состояниях отображают только тенденцию возрастания амплитуд колебаний. Для анализа движения системы при развитых колебаниях необходимо использование нелинейных уравнений.

РЕЗЮМЕ. Дано постановку і розв'язок задачі про якісний аналіз згинних коливань кружляння (whirling vibration) конструкції низу бурильної колони, яка обертається, під дією прикладеного до долота моменту сил тертя. Виконано моделювання процесу самозбудження коливань. Встановлено, що при самозбудженні коливань кружляння осьова лінія долота може переміщатися по негладких конічних поверхнях складної форми з повільними і швидкими рухами.

1. Борц Е. И., Вацилина Е. В., Гуляев В. И. Спиральные бегущие волны в упругих стержнях // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2009. – № 2. – С. 143 – 149.

2. Гуляев В. И., Вацилина Е. В., Борщ Е. И. Цилиндрические спиральные волны во вращающихся закрученных упругих стержнях // Прикл. механика. – 2008. – **44**, № 3. – С. 125 – 134.
3. Гуляев В. И., Гайдайчук В. В., Горбунович И. В. Сучасні методи теоретичного моделювання механічних станів бурильних колон у вертикальних свердловинах // Нафтова і газова промисловість. – 2008. – № 4. – С. 22 – 25.
4. Гуляев В. И., Луговой П. З., Андрусенко Е.Н. Особенности механического поведения бурильных колонн в криволинейных скважинах с локализованными геометрическими несовершенствами // Прикл. механика. – 2010. – **46**, № 12. – С. 88 – 99.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1974. – 832 с.
6. Лурье А. И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961. – 834 с.
7. Циглер Г. Основы теории устойчивости конструкций. – М.: Мир, 1971. – 192 с.
8. Brett J.F., Warren T.M., Behr S.M. Bit whirl – A new theory of PDC bit failure // SPE Drilling Engineering. – 1990. – **5**, December. – P. 275 – 281.
9. Christoforou A.P., Yigit A.S. Dynamic modelling of rotating drillstrings with borehole interactions // J. of Sound and Vibration. – 1997. – **206**, N 2. – P. 243 – 260.
10. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V. The buckling of elongated rotating drill strings // J. of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – **67**. – P. 140 – 148.
11. Gulyayev V.I., Hudoly S.N., Glovach L.V. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections // Int. J. of Solids and Struct. – 2011. – **48**. – P. 110 – 118.
12. Jansen J.D. Whirl and chaotic motion of stabilized drill collars // SPE Drilling Engineering. – 1992. – **7**, N 2. – P. 107 – 114.
13. Kim V.J., James N.W., Rong-Juin S. Case studies of the bending vibration and whirling motion of drill collars // SPE Drilling Engineering. – 1990. – **5**, December. – P. 282 – 290.
14. Leine R.I., Van Campen D.H., Keultjes W.J.G. Stick-slip whirl interaction in drillstring dynamics // J. of Vibration and Acoustics. – 2002. – **124**, April. – P. 209 – 220.

Поступила 24.03.2011

Утверждена в печать 22.11.2012