

М. П. Малезжик, Л. В. Войтович

## О ФОТОУПРУГОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ ОРТОТРОПНЫХ ТЕЛ

*Национальный педагогический университет им. М.П. Драгоманова,  
ул. Пирогова, 9, 06601, Киев, Украина; e-mail: malez@ukr.net*

**Abstract.** A way of recalculation of dynamic stresses from the photoelastic sample-model to the full-scale body is proposed for the plane problems of mechanics of orthotropic bodies. To estimate the technique proposed, the recalculation of stresses is carried out for the problem that has the theoretical solution.

**Key words:** photoelastic modeling, orthotropic body, sample-model, full-scale body, recalculation formula, estimation of accuracy.

### Введение.

Поляризационно-оптический метод (ПО-метод) исследования напряженно-деформированного состояния в плоских моделях из оптически-чувствительных ортотропных материалов применен ранее при решении задач статики [5] и динамики [3, 4]. В связи с этим актуальным является вопрос об эффективности и целесообразности применения этого метода для решения нестационарных задач механики разрушения, с последующим переходом от напряжений в модели к напряжениям в элементе или конструкции, изготовленной из натурального конструкционного материала с отличными от модели механическими свойствами. Разработке методов моделирования (методы физического моделирования, использования аналогий, метода размерностей и др.) посвящены многие работы [1]. Вопросы моделирования плоской и пространственных задач механики анизотропных тел рассмотрены также в [5]. К моделированию обращаются при использовании других экспериментальных методов [6, 7]. В данной работе основное внимание уделено методам моделирования динамического поведения анизотропных тел и числовому переходу от модели к натурному телу.

### 1. О некоторых общих принципах моделирования, применяемых в методе динамической фотоупругости.

При моделировании натурной среды и построении модели, прежде всего, необходимо выбрать материал для модели. В этом случае введем масштабы для размерных величин:

$$\rho_0 = \sigma_0 / \alpha_0^2; \quad \alpha_0 = l_0 / t_0; \quad \gamma_0 = \alpha_0^2 / l_0,$$

где  $\rho_0, \alpha_0, \gamma_0$  – масштабы: плотности, скорости и объемной массы, соответственно.

Геометрический масштаб длины  $l_0$  и масштаб времени  $t_0$  определяют однозначно, что приводит к осложнению при создании требуемой, динамической нагрузки и необходимого для метода фотоупругости размера модели. Во избежание этого следует иметь фиксированным геометрический масштаб  $l_0$ , или используя принцип суперпозиции, исследовать отдельно напряженное состояние среды при действии динамической нагрузки и при действии собственного веса.

Рассмотрим некоторые критерии подобия [1]. Если  $(C_p / a_0)_н = (C_p / a_0)_з$  поделить на  $(C_s / a_0)_н = (C_s / a_0)_з$ , то получим равенство отношений скоростей продольных волн к скоростям поперечных волн в натурном теле и модели

$$\left(\frac{C_p}{C_s}\right)_n = \left(\frac{C_p}{C_s}\right)_m. \quad (1)$$

Отметим, что критерий подобия (1) предусматривает равенство коэффициентов Пуассона  $\nu$  для натурального и модельного материалов, т.е.

$$\nu_n = \nu_m. \quad (2)$$

Условие (2) справедливо для случая, когда натурная и модельная среды пребывают в одинаковых условиях напряженного состояния. Отметим, что фотоупругое моделирование динамических напряжений проводится на плоских моделях [3], т.е. в условиях плоского напряженного состояния. Тогда выполнение равенства (1) приводит к условию

$$\nu_n = \frac{\nu_m}{1 + \nu_m}. \quad (3)$$

В этом случае связь модулей упругости материалов натуре и модели определяется таким соотношением:

$$E_n = \frac{E_m(1 + 2\nu_m)}{(1 + \nu_m)^2}. \quad (4)$$

Согласно общему критерию при моделировании деформаций [1, 9], соответствующие смещения во всех точках пропорциональны изменению соответствующих геометрических размеров. Вследствие этого, деформации в модели должны быть равными деформациям в натуре, т.е.

$$\varepsilon_n = \varepsilon_m. \quad (5)$$

Практически, при моделировании, выполнить условие (5) в большинстве случаев не удается. Тогда масштаб скоростей точек  $V_0$  следует выбирать на основе соотношения

$$V_0 = \frac{l_0}{t_0} \varepsilon_0. \quad (6)$$

Представим масштаб скоростей точек  $V_0$  в виде  $V_0 = u_0 / t_0$ , где  $u_0$  – масштаб смещений, и подставив в формулу (6), получим

$$\frac{u_0}{t_0} = \frac{l_0 \varepsilon_0}{t_0} \quad \text{или} \quad u_0 = l_0 \varepsilon_0. \quad (7)$$

Таким образом, при расширенном подобии масштаб смещений  $u_0$  определяется не только геометрическим масштабом  $l_0$ , но и масштабом деформаций.

Сложность задачи моделирования напряженного состояния анизотропных тел в значительной мере состоит в зависимости напряженного состояния от упругих постоянных [2, 5, 8 – 12].

## 2. Способ пересчета напряжений с модели на натуре.

Предположим, что имеем два однородных тела, изготовленных из разных материалов, которые находятся в обобщенном плоском напряженном состоянии. Примем также, что тела имеют одинаковые форму, размеры и нагружение.

*Рассмотрим два случая.* 1). Область пластины – односвязная или многосвязная, но нагрузка такая, что  $X_k = Y_k = 0$  на любом внутреннем контуре. Здесь  $X_k$  и  $Y_k$  – проекции главного вектора заданной нагрузки на  $k$ -м контуре, отнесенные к единице длины образующей, т.е.

$$X_k = -\int_{L_k} (\sigma_x dy - \sigma_{xy} dx); \quad Y_k = \int_{L_k} (\sigma_y dx - \sigma_{xy} dy). \quad (8)$$

2). Область пластины – многосвязная, но нагрузка такая, что отмеченные выше условия не выполняются.

Представим условия, в соответствии с которыми должны быть связаны упругие постоянные  $S_{ij}$  двух тел, чтобы напряжения  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$  в них были одинаковые. Поскольку функция напряжений Эри  $\Phi$  в плоской задаче теории упругости ортотропного тела удовлетворяет уравнению совместности деформаций [2]

$$S_{22} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} - 2S_{26} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^3 \partial y} + (2S_{12} + S_{66}) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} - 2S_{16} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x \partial y} + S_{11} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0 \quad (9)$$

и предельным условиям в напряжениях

$$\frac{d}{dS} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = \mp \tilde{X}; \quad \frac{d}{dS} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) = \pm \tilde{Y}, \quad (10)$$

то для многосвязной области также должны выполняться условия однозначности перемещений, которые через деформации принимаются в виде

$$\int_{L_\kappa} \left( \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{2 \partial x} \right) dx - \left( \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{2 \partial y} \right) dy = 0; \quad (11)$$

$$\int_{L_\kappa} \varepsilon_x dx + \frac{1}{2} \gamma_{xy} dy - y \left[ \left( \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{2 \partial x} \right) dx - \left( \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{2 \partial y} \right) dy \right] = 0; \quad (12)$$

$$\int_{L_\kappa} \varepsilon_y dy + \frac{1}{2} \gamma_{xy} dx + x \left[ \left( \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{2 \partial x} \right) dx - \left( \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{2 \partial y} \right) dy \right] = 0. \quad (13)$$

Согласно закона Гука, выразим в (11) – (13) деформации через напряжения, прибавим и вычтем из левых частей (12) – (13) величины

$$\int_{L_\kappa} \frac{S_{66}}{2} \sigma_y dx \quad \text{и} \quad \int_{L_\kappa} \frac{S_{66}}{2} \sigma_x dy,$$

соответственно, и учитывая (9), получаем равенства

$$\int_{L_\kappa} d\omega_z = 0; \quad (14)$$

$$\int_{L_\kappa} \left\{ \left[ S_{11} \sigma_x + \left( S_{12} + \frac{S_{66}}{2} \right) \sigma_y + S_{16} \sigma_{xy} \right] dx + \left( \frac{S_{16} \sigma_x}{2} + \frac{S_{26} \sigma_y}{2} \right) dy - y d\omega_z \right\} = Y_\kappa \frac{1}{2} S_{66}; \quad (15)$$

$$\int_{L_\kappa} \left\{ \left[ S_{22} \sigma_y + \left( S_{12} + \frac{S_{66}}{2} \right) \sigma_x + S_{26} \sigma_{xy} \right] dy + \left( \frac{S_{16} \sigma_x}{2} + \frac{S_{26} \sigma_y}{2} \right) dx - x d\omega_z \right\} = Y_\kappa \frac{1}{2} S_{66} \quad (16)$$

$$\left( d\omega_z = \int_{L_\kappa} \left\{ \left[ S_{11} \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} + \left( S_{12} + \frac{S_{66}}{2} \right) \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \frac{1}{2} S_{16} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{1}{2} S_{26} \frac{\partial \sigma_y}{\partial x} \right] dx - \left[ S_{22} \frac{\partial \sigma_y}{\partial x} + \left( S_{12} + \frac{S_{66}}{2} \right) \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{1}{2} S_{26} \frac{\partial \sigma_y}{\partial x} - \frac{1}{2} S_{16} \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} \right] dy \right\} = 0 \right).$$

При выводе уравнений (14) – (16) на основе уравнений равновесия плоской задачи осуществлена замена  $(\partial\sigma_{xy})/\partial x$  на  $-(\partial\sigma_y)/\partial y$ ,  $(\partial\sigma_{xy})/\partial y$  на  $-(\partial\sigma_x)/\partial x$ .

Четыре безразмерных постоянных  $S_{22}/S_{11}$ ,  $S_{26}/S_{11}$ ,  $S_{16}/S_{11}$ ,  $(2S_{16} + S_{66})/S_{11}$  получим, разделив левые и правые части уравнений (10), (14) – (16) на одну из постоянных, например  $S_{11}$ , при условии, что  $X_\kappa = Y_\kappa = 0$ . При  $X_\kappa \neq Y_\kappa \neq 0$  прибавляется еще одна безразмерная постоянная  $S_{66}/S_{11}$ . В системе координат, совмещенной с главными направлениями ортотропии ( $S_{16} = S_{26} = 0$ ) для совпадения  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ , в случае  $X_\kappa = 0, Y_\kappa = 0$  необходимо и достаточно, чтобы совпали главные направления обоих тел и две безразмерные постоянные  $E_1/E_2$  и  $E_1/G_{12} - 2\nu_1$  одного тела были равны соответствующим безразмерным постоянным второго тела. В случае  $X_\kappa \neq 0, Y_\kappa \neq 0$  должна еще дополнительно совпадать безразмерная постоянная  $E_1/G_{12}$ . Как видим, подобрать по известным значениям упругих постоянных натурального тела материал для модели так, чтобы выполнялись равенства вышеприведенных постоянных, весьма затруднительно. При выборе модельных оптически-чувствительных материалов эти трудности еще больше усложняются, так как требования к прозрачности материала ограничиваются количеством и оптическими свойствами армирующего элемента. Это ограничивает варьирование величинами упругих констант.

## 2. Способ пересчета без жестких ограничений на свойства модельных материалов.

Примем, что комплексные параметры  $\mu_1, \mu_2, \mu_1^-, \mu_2^-$  [2] характеризуют анизотропию тела и являются основными величинами, от которых зависит распределение напряжений в плоских задачах ортотропной теории упругости. При этом, область модели  $S_m$  подобна области натуре  $S_n$ , т.е. все линейные размеры  $l$  в области  $S_m$  изменены в сравнении с теми же размерами в области  $S_n$  в  $\alpha$  раз (геометрическое сходство), т.е.

$$L_n = \alpha l_m. \quad (17)$$

Пусть также усилия, приложенные к контурам модели, подобны усилиям, приложенным к контурам натурального тела (силовое подобие)

$$\frac{P_n}{P_m} = \frac{Q_n}{Q_m} = \frac{R_n}{R_m} = \dots = \beta. \quad (18)$$

Общее выражение для напряжений в плоском ортотропном теле представим в виде [5]

$$T \frac{1}{h} \left[ \frac{P}{\lambda} \varphi(\mu) f_1 \left( \frac{x}{l_1}, \frac{y}{l_2} \right) + \frac{Q}{\lambda_2} \psi(\mu) f_2 \left( \frac{x}{l_3}, \frac{y}{l_4} \right) + \frac{R}{\lambda_3} f_3 \left( \frac{x}{l_5}, \frac{y}{l_6} \right) \right], \quad (19)$$

где  $P, Q, R$  – множители, которые имеют размерность силы;  $f_1, f_2, f_3$  – безразмерные функции;  $l_i, \lambda_i$  – величины, которые имеют размерность длины;  $\varphi(\mu), \psi(\mu)$  – действительные функции комплексных параметров;  $h$  – толщина.

Выразим напряжения в моделях, которые удовлетворяют условиям силового и геометрического подобия по отношению к натуре, в виде

$$T_i = \frac{1}{h_i} \left[ \frac{P_i}{\lambda_{1i}} \varphi_i(\mu) f_1 \left( \frac{x_i}{l_{1i}}, \frac{y_i}{l_{2i}} \right) + \frac{Q_i}{\lambda_{2i}} \psi_i(\mu) f_2 \left( \frac{x_i}{l_{3i}}, \frac{y_i}{l_{4i}} \right) + \frac{R_i}{\lambda_{3i}} f_3 \left( \frac{x_i}{l_{5i}}, \frac{y_i}{l_{6i}} \right) \right]. \quad (20)$$

где  $T_i, \varphi_i(\mu), \psi_i(\mu)$  – известные величины, а функции имеют такой же вид, как и в (19).

Учитывая условия геометрического (17) и силового (18) подобий, выражение (19) представим в виде

$$T_i = \frac{a_i}{h_i \beta_i} \left[ \varphi_i(\mu) \frac{P}{\lambda_1} f_1 \left( \frac{x}{l_1}, \frac{x}{l_2} \right) + \psi_i(\mu) \frac{Q}{\lambda_2} \left( \frac{x}{l_3}, \frac{x}{l_4} \right) + \frac{R}{\lambda_3} f_3 \left( \frac{x}{l_5}, \frac{x}{l_6} \right) \right]. \quad (21)$$

В (21) имеют место неизвестные величины  $\frac{P}{\lambda_1} f_1$ ,  $\frac{Q}{\lambda_2} f_2$ ,  $\frac{R}{\lambda_3} f_3$ , которые входят в выражения для напряжений в натурном теле (19).

Если из эксперимента известны напряжения  $T_i$  в трех геометрически подобных и в подобно нагруженных моделях, изготовленных из конструктивно-ортотропных материалов и которые имеют разные упругие постоянные, то из (21) получим три уравнения для определения трех неизвестных величин  $\frac{P}{\lambda_1} f_1$ ,  $\frac{Q}{\lambda_2} f_2$ ,  $\frac{R}{\lambda_3} f_3$ .

Записав уравнение (21) для трех моделей и решая их относительно неизвестных, получим такие зависимости:

$$\frac{P f_1}{\lambda_1} = \frac{(T_1 k_1 - T_2 k_2)(\psi_1 - \psi_3) - (T_1 k_1 - T_3 k_3)(\psi_1 - \psi_2)}{(\varphi_1 - \varphi_2)(\psi_1 - \psi_3) - (\varphi_1 - \varphi_3)(\psi_1 - \psi_2)}, \quad (22)$$

$$\frac{Q f_2}{\lambda_2} = \frac{(T_1 k_1 - T_2 k_2)(\varphi_1 - \varphi_3) - (T_1 k_1 - T_3 k_3)(\varphi_1 - \varphi_2)}{(\varphi_1 - \varphi_2)(\psi_1 - \psi_2) - (\varphi_1 - \varphi_3)(\psi_1 - \psi_3)}, \quad (23)$$

$$\frac{R f_3}{\lambda_3} = T_1 k_1 - \varphi_1 \frac{P f_1}{\lambda_1} - \psi_1 \frac{Q f_2}{\lambda_2}. \quad (24)$$

В формулах (22) – (24) коэффициенты  $k_i = \beta_i h_i / a_i$  определяем по известным значениям силового  $\beta_i$  и геометрического  $a_i$ , подобия, а напряжения  $T_i$  в моделях определяем экспериментально методом динамической фотоупругости. При этом функции комплексных параметров  $\varphi_i, \psi_i$  определяем по известным величинам упругих констант для моделей. Точное выражение функций  $\varphi_i, \psi_i$  для данного класса задач или конкретной задачи неизвестно. Поэтому вид этих функций зададим приближенно. Анализ известных теоретических решений некоторых задач [7] показывает, что в выражения для напряжений входят комбинации комплексных параметров  $(\mu_1 + \mu_2)$ ,  $\mu_1 \mu_2$ ,  $\mu_1^2 + \mu_2^2$ , их произведения, а также коэффициенты Пуассона. Тогда представим функции  $\varphi_u(\mu)$ ,  $\psi_u(\mu)$  в таком виде:

$$\begin{aligned} \varphi_i(\mu) &= 1 + i(\mu_1 + \mu_2) + i^2(\mu_1^2 + \mu_2^2) + i^2 \mu_1 \mu_2 + \nu_2 i^2 \mu_1 \mu_2 (1 - i\mu_1 - i\mu_2); \\ \psi_i(\mu) &= 1 + \frac{1}{i(\mu_1 + \mu_2)} + \frac{1}{i^2(\mu_1^2 + \mu_2^2)} + \frac{1}{i^2 \mu_1 \mu_2} + \frac{\nu_2}{\nu_1} i^2 \mu_1 \mu_2. \end{aligned} \quad (25)$$

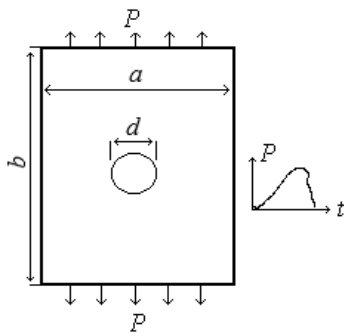


Рис. 1

Отметим, что выражения (25) для функций  $\varphi_i$  и  $\psi_i$  не единственны. Можно построить другие выражения, например, как это представлено в работе [11].

Ниже приведем перерасчет динамических напряжений из моделей на натуре в задаче, которая имеет теоретическое решение для случая статической нагрузки [5].

### 3. Числовой пример.

Рассмотрим пересчет максимальных динамических напряжений применительно к пластине с центральным круговым отверстием, нагруженной с двух противоположных краев импульсом растяжения (рис. 1).

Методика и техника экспериментального исследования в такой постановке приведена в работе [3], где подробно исследовано влияние анизотропии упругих характеристик материала и диаметра отверстия на величину динамического коэффициента концентрации напряжений от действия плоской продольной волны, распространяемой вдоль главных направлений упругости.

Для пересчета напряжений на натуру исследованы три модели, изготовленные из оптически-чувствительных анизотропных материалов с разными механическими и оптическими свойствами.

**Модель 1:**  $E_1 = 4,30 \cdot 10^3$  МПа;  $E_2 = 6,08 \cdot 10^3$  МПа;  $\nu_{12} = 0,33$ ;  $\nu_{21} = 0,47$ ;  $G = 1,79 \cdot 10^3$  МПа. Оптические постоянные:  $\sigma_{d1} = 25 \cdot 10^{-1}$  МПа · см/полоса;  $\sigma_{d2} = 41 \cdot 10^{-1}$  МПа · см/полоса;  $\varepsilon_d = 4,95 \cdot 10^{-4}$  см/полоса;  $\mu_1 = 1,91$ ;  $\mu_2 = 0,67$ .

**Модель 2:**  $E_1 = 6,70 \cdot 10^3$  МПа;  $E_2 = 8,43 \cdot 10^3$  МПа;  $\nu_{12} = 0,31$ ;  $\nu_{21} = 0,39$ ;  $G = 1,56 \cdot 10^3$  МПа. Оптические постоянные:  $\sigma_{d1} = 17 \cdot 10^{-1}$  МПа · см/полоса;  $\sigma_{d2} = 32 \cdot 10^{-1}$  МПа · см/полоса;  $\varepsilon_d = 3,98 \cdot 10^{-4}$  см/полоса;  $\mu_1 = 2,08$ ;  $\mu_2 = 0,54$ .

**Модель 3:**  $E_1 = 4,38 \cdot 10^3$  МПа;  $E_2 = 6,40 \cdot 10^3$  МПа;  $\nu_{12} = 0,26$ ;  $\nu_{21} = 0,37$ ;  $G = 1,4 \cdot 10^3$  МПа. Оптические постоянные:  $\sigma_{d1} = 12 \cdot 10^{-1}$  МПа · см/полоса;  $\sigma_{d2} = 21 \cdot 10^{-1}$  МПа · см/полоса;  $\varepsilon_d = 4,55 \cdot 10^{-4}$  см/полоса;  $\mu_1 = 2,21$ ;  $\mu_2 = 0,57$ .

Примем, что натурная пластина, изготовленная из ортотропного материала, имеет механические характеристики:  $E_1 = 14 \cdot 10^3$  МПа;  $E_2 = 14 \cdot 10^3$  МПа;  $\nu_{12} = 0,47$ ;  $\nu_{21} = 0,47$ ;  $G = 1,4 \cdot 10^3$  МПа;  $\mu_1 = 3,1$ ;  $\mu_2 = 1,1$ .

Нагружение фотоупругих моделей осуществлено приложением к ее торцам импульса растяжения при помощи магнитоиндукционного устройства. Длительность фазы нарастания импульса составляла 40 мкс, т.е. соблюдалось условие действия на центральное отверстие длинных волн, при котором  $d / \lambda \ll 1$ , где:  $d$  – диаметр отверстия;  $\lambda$  – длина участка нарастания напряжений растяжения до максимума. Фотограмма изохроматических полос на контуре отверстия в точке  $\theta = \pi / 2$  (модель 1), полученная в режиме фоторегистратора при  $v_p = 2150$  м/с, представлена на рис. 2.



Рис. 2

Подставим в формулу (25) значение комплексных параметров и определим  $\varphi_i$  и  $\psi_i$  для каждой модели, а также для натуре. Предположим, что натурное тело и модель имеют одинаковые геометрические размеры, а импульсная нагрузка, приложенная к натурной пластинке, в два раза больше, чем в каждой из моделей.

Величины максимальных динамических напряжений  $T_{max}$  для некоторых точек на контуре отверстия ( $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ ), определенные в трех моделях с использованием формул (9) и (10), приведены в таблице.

$\theta^\circ$	$\sigma_\theta / \sigma_{cp} = T_{max}$				
	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_n$	
0°	-0,92	-0,88	-0,82	-0,35	-0,29
15°	-0,65	-0,58	-0,59	-0,21	-0,20
30°	0,05	0,04	-0,02	-0,15	-0,15
45°	0,57	0,73	0,72	0,16	0,15
60°	1,61	1,61	1,69	0,79	0,92
75°	3,05	2,82	2,85	2,94	2,99
90°	3,75	3,62	3,50	5,20	5,20

Здесь же представлены результаты пересчета из модели на натуру с использованием формул (19) и (22) – (24) [2, 9], а также значения напряжений в натурной пластине с центральным круговым отверстием, в случае статического растяжения.

#### **Заключение.**

Предложен способ пересчета из модели на натуру, который предоставляет возможность с достаточной для инженерных расчетов точностью определять динамические напряжения в натуральных деталях из ортотропных материалов. Для этого необходимо только иметь значения напряжения в трех геометрически подобных моделях, при этом динамическое нагружение моделей должно быть подобным. Относительно последнего условия, существуют определенные сложности в воспроизведении подобия импульсной нагрузки, если использовать для этого взрывные средства. Более всего это условие удовлетворяется при использовании магнитоиндукционного устройства [5]. Отметим, также, что этот способ пересчета не требует предварительного подбора упругих констант модельных материалов, а натурные ортотропные тела могут иметь произвольные упругие постоянные.

**Р Е З Ю М Е .** Запропоновано спосіб перерахунку динамічних напружень з фотопружної моделі на натурне тіло в плоских задачах механіки ортотропних тіл. Для оцінки способу проведено перерахунок напружень з моделі на натуру в задачі, що має теоретичний розв'язок.

1. *Варданян Г.С.* Основы теории подобия и анализа размерности. – М.: Изд-во МИСИ, 1977 – 121 с.
2. *Лехницкий Г.С.* Анизотропные пластинки. – Л.: Гостехиздат, 1957. – 300 с.
3. *Малежик М.П.* Динамічна фотопружність анізотропних тіл. – К.: ІГФ НАН України ім. С.І. Суботіна, 2001. – 199 с.
4. *Малежик М.П., Зубов В.І., Шеремет Г.П., Губар І.М.* Динамічне навантаження моделей імпульсами зі змінними амплітудно-часовими параметрами // *Наук. вісті НТУУ «КПІ».* – 2003. – № 6. – С. 80 – 85.
5. *Нетребко В.П., Васильченко И.П.* Поляризационные методы механики композиционных материалов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990. – 160 с.
6. *Budak V.D., Grigorenko A.Ya., Khorishko V.V., Borisenko M.Yu.* Natural Vibrations of Cylindrical Shells of Constant Varying Thickness using Method of Holographic Interferometry // *Int. App. Mech.* – 2014. – **50**, N 1. – P. 68 – 103.
7. *Grigorenko A.Ya., Bergulev A.S., Yaremchenko S.M.* Numerical Solution of Bending Problems for Rectangular Plates // *Int. App. Mech.* – 2013. – **49**, N 1. – P. 101 – 112.
8. *Khoma I.Yu., Stradina O.A.* Influence of Elastic Properties on the Stress State of a Nonthin Transversely Isotropic Plate // *Int. App. Mech.* – 2012. – **48**, N 1. – P. 67 – 79.
9. *Prabhakaran R.* Stress-strain models for photoorthotropic elasticity // *J. Aeronaut. Soc. India.* – 1978. – **28**. – P. 165 – 169.
10. *Prabhakaran R.* Fabrication of birefringent anisotropic model materials // *Exp. Mech.* – 1980. – **20**. – P. 320 – 323.
11. *Prabhakaran R., Chermahini R.G.* Application of Least Squares Method to Elastic and Photoelastic Calibration of Orthotropic Composites // *Exp. Mech.* – 1984. – **24**. – P. 17 – 21.
12. *Prabhakaran, R., Saha, M., Galloway T.* Measurement of In-Plane Elastic Moduli of Composites with a circular Disk Specimen and Piezoelectric Sensors // *Polymer Composites.* – 2005. – **26**, N 4. – P. 542 – 551.

Поступила 28.12.2012

Утверждена в печать 29.05.2014