

В. М. Быстров, В. А. Декрет, В. С. Зеленский

**ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА  
ПРИ СЖАТИИ АРМИРУЮЩИХ СЛОЕВ ПОВЕРХНОСТНОЙ НАГРУЗКОЙ**

*Институт механики им. С. П. Тимошенко НАНУ,  
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: numer@inmech.kiev.ua*

**Abstract.** A numerical solution of the problem on determination of critical parameters of the layered material stability is solved for the case of compression by a surface load. The basic relationships of three-dimensional linearized theory of stability within the framework of the piece-wise homogeneous medium are used. The conditions of symmetry on the lateral sides of multi-layered composite sample are assumed. It is shown that the stability loss in the structure of layered composite material has a character of the surface stability loss near the loaded surface. The stability loss modes attenuate with increasing the distance from the end surface and the stability loss corresponds to the mechanism of destruction of material in the form of ends crumpling. An effect of inhomogeneity of initial state that is caused by the load conditions of composite material on the stability loss modes is studied. An inhomogeneity of initial state effects essentially on the amplitude characteristics of stability loss modes and the size of the area of their localization.

**Key words:** layered composite material, uniaxial longitudinal compression, surface load, mode of stability loss, three-dimensional linearized theory of stability, ends crumpling, inhomogeneity of initial state.

**Введение.**

При эксплуатации элементов конструкций из композитных материалов (КМ) силовые нагрузки, как правило, направляют вдоль армирующих элементов. При этом прочностные характеристики композитов при сжатии и растяжении существенно отличаются, а при сжатии материалов являются наиболее трудно прогнозируемыми. Это обуславливает актуальность исследований в области механики композитов при сжатии [2 – 4, 13, 24, 26, 30]. Сжимающие напряжения могут привести к потере несущей способности и разрушению композитов как в целом, так и на уровне микроструктуры материала. Одним из основных механизмов разрушения композитов при сжатии является потеря устойчивости в структуре волокнистых и слоистых композитных материалов [2 – 4, 7, 13 – 15, 17 – 19, 22, 24, 26, 27, 29 – 32]. Анализ некоторых результатов аналитического и численного исследования поведения однонаправленных композитов при сжатии, когда рассматривается такой механизм разрушения (microbuckling approach) представлен, например в [26]. Модель Розена (Rosen) [29] в рамках такого подхода была самой ранней и является наиболее цитируемой. Детальный анализ этой (первой в историческом аспекте) публикации выполнен в [3, 4, 22]. Показаны качественные противоречия и количественные погрешности, связанные с применением указанной модели по сравнению с результатами, полученными с применением трехмерной линеаризованной теории устойчивости деформируемых тел (ТЛТУДТ), изложенной, например, в монографиях [1, 16]. Подход на основе ТЛТУДТ является наиболее точным, строгим и последовательным, который принят в механике деформируемых тел.

Как показано в [2], при продольном сжатии КМ поверхностной нагрузкой механизм разрушения может иметь характер приповерхностной потери устойчивости вблизи загруженного торца композитного образца с формами потери устойчивости, затухающими при удалении от торца. В [3, 17, 20] сформулированы неклассические проблемы механики разрушения. Разрушение в виде смятия торцов образцов и элементов конструкций из композитов при сжатии рассматривается как одна из таких неклассических проблем. Следует отметить, что эта проблема в указанных работах как самостоятельное направление исследования в области механики разрушения композитов сформулирована впервые.

Континуальная теория разрушения при смятии торцов рассмотрена в [2]. Процесс хрупкого разрушения КМ при одноосном сжатии для случая незакрепленных торцов в соответствии с этой теорией может быть представлен следующим образом [2, с. 581]. «Вначале на торцах возникает разрушение при их смятии и поверхностное разрушение возле свободных боковых поверхностей при значении внешней нагрузки, несколько меньше значений минимального по величине приведенного модуля сдвига. При достижении внешней нагрузкой величины минимального приведенного модуля сдвига, возникает внутреннее разрушение, которое лавинообразно распространяется по поверхностям, почти перпендикулярно к направлению действия внешней нагрузки». Здесь под случаем незакрепленных торцов понимается случай, когда явление разрушения при смятии торцов специально не исключается.

В [7, 23] представлены результаты численного исследования в рамках модели кусочно-однородной среды приповерхностной потери устойчивости слабоармированного слоистого КМ при одноосном поверхностном нагружении для случая кусочно-однородного докритического состояния, которые подтверждают наличие указанного механизма разрушения в виде смятия торцов.

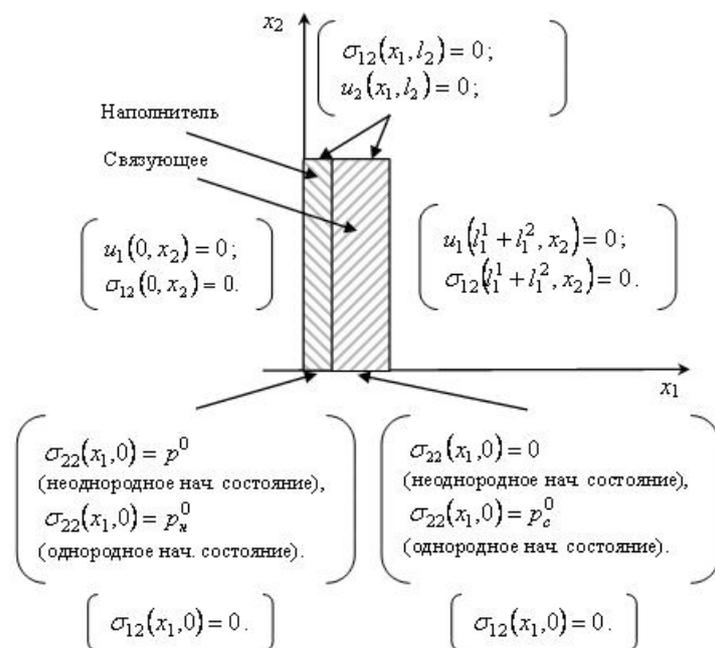
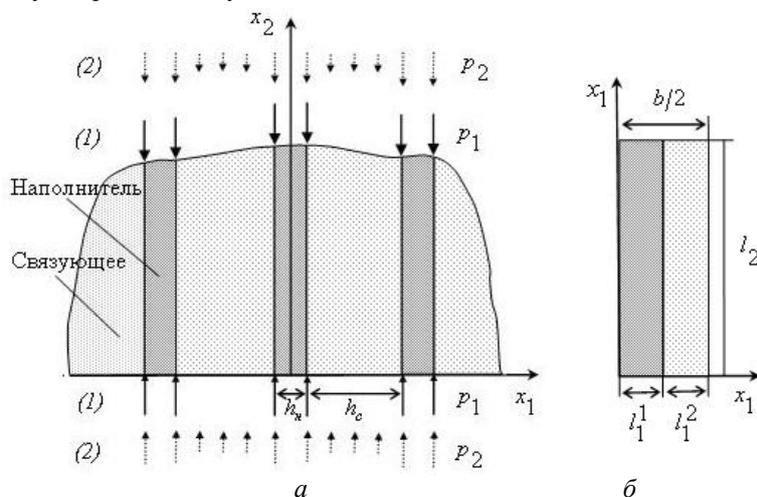
В [6, 12] в рамках модели кусочно-однородной среды получено численное решение задачи устойчивости слоистого КМ при одноосном сжатии поверхностной нагрузкой. Использована расчетная схема, когда КМ моделируется двухслойной расчетной областью с условиями симметрии на ее боковых сторонах. Рассмотрен случай неоднородного докритического состояния, которое связано с ограничениями на перемещения в плоскости торца и сложными условиями нагружения поверхности материала, когда поверхностная нагрузка прикладывается только к армирующим компонентам КМ и, в общем случае, имеет период, сравнимый или превышающий характерный размер структуры материала. Следует отметить, что размер и геометрия области неоднородности напряженного состояния, характер распределения напряжений и деформаций зависят от соотношения механических и геометрических характеристик компонент материала, степени их анизотропии, а также от соотношения геометрических параметров, которые определяют микроструктуру композита и размер расчетной области [11, 25]. Наличие в области приложения поверхностной нагрузки отличных от нуля сдвиговых касательных напряжений, как известно, может существенным образом повлиять на критические параметры устойчивости КМ [27, 32]. Неоднородность докритического состояния также влияет на механизмы разрушения, связанные с потерей устойчивости в структуре КМ, последовательность их проявления и характер взаимодействия при разрушении элементов конструкций и образцов из КМ.

В данной работе на основе применения основных соотношений ТЛТУДТ, которые учитывают неоднородность начального состояния, и модели кусочно-однородной среды исследована приповерхностная потеря устойчивости однонаправленного слоистого композита при сжатии поверхностной нагрузкой вдоль направления размещения слоев. Рассмотрен случай неоднородного начального состояния, когда нагрузка приложена к слоям наполнителя и случай кусочно-однородного состояния, когда статически эквивалентная поверхностная нагрузка приложена к слоям наполнителя и связующего и приводит к однородному напряженно-деформированному состоянию в слоях наполнителя и связующего. Исследовано влияние неоднородности начального состояния на формы потери устойчивости слоистого КМ для двухслойных расчетных областей с условиями симметрии на боковых сторонах расчетной области при различной концентрации слоев наполнителя.

Сложность получения аналитических решений для задач указанного класса предполагает использование современных численных методов [5, 8, 9]. В данной работе для численного решения рассматриваемых задач использован метод сеток на основе модифицированного вариационно-разностного подхода [5]. Этот подход к решению задач устойчивости композитов слоистой и волокнистой структуры при неоднородных докритических состояниях развит в [4, 6, 10 – 12, 22].

### §1. Постановка задачи. Расчетные схемы.

Рассмотрим задачу устойчивости слоистого двухкомпонентного КМ регулярной структуры (рис 1, а) для двух схем нагружения КМ поверхностной нагрузкой. Первая схема соответствует равномерному одноосному сжатию слоев наполнителя поверхностной нагрузкой постоянной интенсивности (схема (1) на рис. 1, а) и приводит к неоднородному докритическому состоянию.



б

Рис. 1

Поверхностная нагрузка  $p_1$  действует в направлении оси  $Ox_2$  и прикладывается к слоям наполнителя;

$$p_1(x_1) = \sigma_{22}(x_1, 0) = p^0, |x_1| \leq h_n / 2 + kb, k = 0, 1, \dots \quad (1.1)$$

Период  $b$  поверхностной нагрузки равен параметру структуры:  $b = h$ ,  $h = h_n + h_c$ , где  $h_n$ ,  $h_c$  – соответственно, толщина слоя наполнителя и связующего. Вдоль оси  $Ox_3$  нагрузка не изменяется. *Вторая схема* нагружения соответствует равномерному одноосному сжатию слоев наполнителя и связующего поверхностными нагрузками постоянной интенсивности, которые приводят к однородному напряженному состоянию в слоях наполнителя и связующего (схема (2) на рис. 1, а). Значения этих нагрузок определяются в результате вычислительного эксперимента с использованием первой схемы нагружения и соответствуют установившимся значениям нормальных напряжений  $\sigma_{22}^n$ ,  $\sigma_{22}^c$  в слоях наполнителя и связующего при удалении от линии приложения поверхностной нагрузки в направлении  $Ox_2$ . Такой эксперимент соответствует анализу затухания краевого эффекта при поверхностном сжатии слоев наполнителя [11, 25]. Таким образом, для второй схемы нагружения имеет место соотношение

$$\begin{aligned} p_2(x_1) = \sigma_{22}^n(x_1, x_2 = \lambda) = p_n^0, |x_1| \leq h_n / 2 + kb; \\ p_2(x_1) = \sigma_{22}^c(x_1, x_2 = \lambda) = p_c^0, |x_1| \leq (h_n / 2 + h_c) + kb, k = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (1.2)$$

В (1.2)  $\lambda$  – протяженность зоны краевого эффекта, определенная с достаточной для проведения дальнейших расчетов точностью. Предполагаем, что на бесконечности армирующие слои нагружены сжимающей нагрузкой аналогичным образом. Исходя из условий симметрии нагружения и регулярности структуры КМ, задачу устойчивости решаем для расчетных областей конечных размеров. Исследование влияния неоднородности начального состояния на приповерхностную потерю устойчивости КМ проводим для двухслойной расчетной области. Указанная расчетная область показана на рис. 1, б. Граничные условия на боковых сторонах расчетной области соответствуют условиям симметрии. Как показано в [6, 12], такая расчетная модель может быть использована для исследования явления приповерхностной потери устойчивости при смятии торцов. При этом следует иметь в виду, как отмечено в [12], что значения критических нагрузок будут иметь более высокие значения, чем для расчетных схем, которые учитывают условия периодичности структуры композита. Это связано с наложением дополнительных связей в виде смешанных граничных условий на боковых сторонах расчетной области, которые соответствуют условиям симметрии и включают кинематические условия по одной из составляющих.

Таким образом, рассматриваем две расчетные схемы, которые позволяют провести сравнительный анализ приповерхностной потери устойчивости в структуре материала при неоднородном и однородном докритических состояниях.

Предполагаем, что поверхностное нагружение реализуется в виде «мертвой» нагрузки, что обеспечивает выполнение достаточных условий применимости статического метода ТЛГУДТ [18]. Для исследования устойчивости композитных структур применяем статический метод ТЛГУДТ в рамках второго варианта теории малых докритических деформаций, предполагая, что материал наполнителя и связующего является достаточно жестким. Докритическое состояние определяем из решения задачи линейной теории упругости кусочно-однородных тел.

При постановке задачи КМ отнесем к декартовой системе координат  $Ox_1x_2x_3$  и разместим в верхнем полупространстве  $x_2 \geq 0$ . Принимаем, что слои являются достаточно протяженными в направлении оси  $Ox_3$ , размещены параллельно плоскости  $Ox_2x_3$  и поверхностная сжимающая нагрузка действует вдоль оси  $Ox_2$ . При выполнении

нии этих условий задачу можно рассматривать в двумерной постановке для случая плоской деформации в плоскости  $x_1Ox_2$  (рис. 1). Таким образом, в качестве расчетной схемы рассматриваем краевую задачу с граничными условиями, которые соответствуют условиям нагружения, заданным соотношениями (1.1), (1.2), и имеют вид, представленный на рис. 1.

При использовании статического метода Эйлера задача устойчивости сводится к обобщенной задаче на собственные значения, в которой минимальное собственное число определяет критическую загрузку, а соответствующая собственная функция – форму потери устойчивости. Уравнения и граничные условия для определения критических параметров устойчивости рассматриваемых композитных структур имеют следующий вид:

$$(\sigma_{im} + \mu\sigma_{ik}^0 u_{m,k})_{,i} = 0, \quad x \in \Omega; \quad (1.3)$$

$$(\sigma_{21} + \mu\sigma_{2k}^0 u_{1,k}) = 0 \wedge u_2 = 0, \quad x \in S_1; \quad (\sigma_{12} + \mu\sigma_{1k}^0 u_{2,k}) = 0 \wedge u_1 = 0, \quad x \in S_2;$$

$$(\sigma_{im} + \mu\sigma_{ik}^0 u_{m,k}) = 0, \quad x \in S_3; \quad (\sigma_{22} + \mu\sigma_{22}^0 u_{2,2}) = 0, \quad x \in S_4; \quad (1.4)$$

$$(\sigma_{12} + \mu\sigma_{1k}^0 u_{2,k}) = 0 \wedge u_1 = 0, \quad x \in S_5.$$

Условия контакта между слоями принимают такой вид:

$$[\sigma_{ij}] = 0; \quad [u_i] = 0. \quad (1.5)$$

Критическую нагрузку определяем из следующего условия:

$$p_{kp} = \min |\mu| / (l_1^1 + l_1^{21}) \int_{x_1 \in S_3 \cup S_4} p(x_1) dx_1 = \min |\mu| p^0 l_1^1 / (l_1^1 + l_1^2); \quad (1.6)$$

$$p_{kp} = \min |\mu| / (l_1^1 + l_1^{21}) \int_{x_1 \in S_3 \cup S_4} p(x_1) dx_1 = \min |\mu| (p_n^0 l_1^1 + p_c^0 l_1^2) / (l_1^1 + l_1^2), \quad (1.7)$$

где  $\min |\mu|$  – минимальное по модулю собственное число задачи (1.3) – (1.5). Вид соотношения (1.6) отражает тот факт, что сжимающую нагрузку прикладываем только к слоям наполнителя. Соотношение (1.7) соответствует случаю, когда нагрузку прикладываем к слоям наполнителя и связующего.

Компоненты докритического состояния определяем из уравнений линейной теории упругости, которые вместе с граничными условиями и основными соотношениями имеют такой вид:

$$\sigma_{ij,i}^0 = 0, \quad x \in \Omega; \quad \sigma_{21}^0 = 0 \wedge u_2^0 = 0, \quad x \in S_1; \quad \sigma_{12}^0 = 0 \wedge u_1^0 = 0, \quad x \in S_2; \quad (1.8)$$

$$\sigma_{ij}^0 = 0, \quad x \in S_3, \quad \sigma_{22}^0 = p^0 \wedge \sigma_{21}^0 = 0, \quad x \in S_4 - \text{неоднородное начальное состояние};$$

$$\sigma_{22}^0 = p_c^0 \wedge \sigma_{21}^0 = 0, \quad x \in S_3, \quad \sigma_{22}^0 = p_n^0 \wedge \sigma_{21}^0 = 0, \quad x \in S_4 - \text{однородное начальное состояние};$$

$$\sigma_{12}^0 = 0 \wedge u_1^0 = 0, \quad x \in S_5; \quad (1.9)$$

$$\sigma_{ii}^0 = A_{ik} \varepsilon_{ik}, \quad \sigma_{ij}^0 = 2G \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i \neq j; \quad (1.10)$$

$$A_{ii} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \quad A_{ij} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}. \quad (1.11)$$

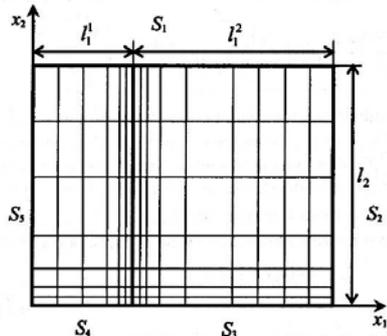


Рис. 2

Обозначения в (1.3) – (1.11) являются общепринятыми и индексы изменяются от 1 до 2 ( $\wedge, \vee$  – знаки логического умножения и сложения). В соотношениях (1.3) – (1.9) верхним индексом «0» обозначены компоненты напряжений и перемещений для докритического состояния. Индекс, обозначающий принадлежность к слою композитной структуры, для удобства опущен. Для задания границ расчетных областей использованы следующие обозначения (рис. 2):

$$S_1 \in (0 \leq x_1 \leq (l_1^1 + l_1^2) \wedge x_2 = l_2); \quad S_2 \in (x_1 = (l_1^1 + l_1^2) \wedge 0 \leq x_2 \leq l_2);$$

$$S_3 \in (l_1^1 \leq x_1 \leq (l_1^1 + l_1^2) \wedge x_2 = 0); \quad S_4 \in (0 \leq x_1 \leq l_1^1 \wedge x_2 = 0),$$

$$S_5 \in (x_1 = 0 \wedge 0 \leq x_2 \leq l_2).$$

Для сравнительного анализа результатов определения критических нагрузок и форм потери устойчивости в КМ при однородных и неоднородных докритических состояниях в рамках вычислительного эксперимента определены значения напряжений в области установившегося напряженного состояния для неоднородного докритического состояния. Эти значения на последующих этапах вычислительного эксперимента использованы для задания условий нагружения, которые приводят к кусочно-однородному докритическому состоянию.

## §2. Численное решение.

Задачу (1.3) – (1.6) решаем методом сеток с использованием концепции базовой схемы. При таком подходе разностную схему для расчетной области строим в каждом сеточном узле как определенную сумму значений базовой схемы, представляющей собой разностную схему, полученную вариационно-разностным способом на шаблоне ячейки разностной сетки [5].

При использовании численного подхода задача для исходной полубесконечной модели композитного материала сведена к задаче для ограниченной расчетной области. Размер этой области определяем в результате вычислительного эксперимента, исходя из условия, что расчетные параметры принимают установившееся значение относительно изменения (увеличения) размеров расчетной области в направлении оси  $Ox_2$ . Такими расчетными параметрами являются размер области неоднородного докритического состояния и критические нагрузки.

На рис. 2 представлена расчетная область, в которой введена неравномерная разностная сетка. На прямоугольной неравномерной разностной сетке  $\bar{\omega} = \omega + \gamma$ , которая аппроксимирует область  $\bar{\Omega}$  задаче (1.3) – (1.6) ставим в соответствие разностную задачу такого вида:

$$A_m \mathbf{u} = \mu B_m \mathbf{u}, \quad \mathbf{x} \in \bar{\omega} \quad (2.1)$$

$$A_m \mathbf{u} = \begin{cases} \sum_{\xi \in x} a_m(\xi) \mathbf{u}, & \mathbf{x} \in \bar{\omega} - \gamma_{u_m}; \\ E u_m, & \mathbf{x} \in \gamma_{u_m}; \end{cases} \quad B_m \mathbf{u} = \begin{cases} \sum_{\xi \in x} b_m(\xi) \mathbf{u}, & \mathbf{x} \in \bar{\omega} - \gamma_{u_m}; \\ E u_m, & \mathbf{x} \in \gamma_{u_m}; \end{cases}$$

$$a_i(\boldsymbol{\xi})\mathbf{u} = -H \frac{\sigma_{ji} + \sigma_{ji}^{\xi_j}}{\eta_{\xi_j}}; \quad b_i(\boldsymbol{\xi})\mathbf{u} = -H \frac{\sigma_{jk}^0 u_{i,\xi_k} + (\sigma_{jk}^0 u_{i,\xi_k})^{\xi_j}}{\eta_{\xi_j}}, \quad \mathbf{x} \in \bar{\omega}; \quad (2.2)$$

$$\sigma_{ii} = A_{ik} \varepsilon_{kk}; \quad \sigma_{12} = 2G \varepsilon_{12}; \quad \varepsilon_{ij} = 0,5(u_{i,\xi_j} + u_{j,\xi_i}); \quad z_{,\xi_i} = -\text{sign}(\xi_i) \frac{z^{-\xi_i} - z}{h_i} \Big].$$

В (2.1), (2.2) переменные обозначаем (где такое возможно) так же, как соответствующие континуальные переменные, что, по-видимому, не может привести к недоразумениям;  $a_m, b_m$  – компоненты базовых операторов  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ;  $H$  – площадь ячейки;  $h_i$  – шаг ячейки в направлении  $x_i$ ;  $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$  – разностные аналоги компонент напряжений, деформаций из (1.3) – (1.7);  $z_{,\xi_i}$  – разностная производная сеточной функции  $z(\boldsymbol{\xi})$  в направлении  $x_i$ , правая – при  $\xi_i < 0$ ;  $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2)$ ,  $\xi_i = \pm i$  – параметр узла ячейки; знак  $\sum_{\boldsymbol{\xi} \in \mathbf{x}}$  – суммирование компоненты базовой схемы по тем параметрам  $\boldsymbol{\xi}$ , которые совпадают с сеточным узлом  $\mathbf{x}$ ;  $\xi_{-i} = -\xi_i$ ;  $E$  – тождественный оператор;  $\gamma_{u_m}$  – участок границы  $\gamma$ , на котором  $m$ -ая компонента разностного аналога граничного условия задана в смещениях.

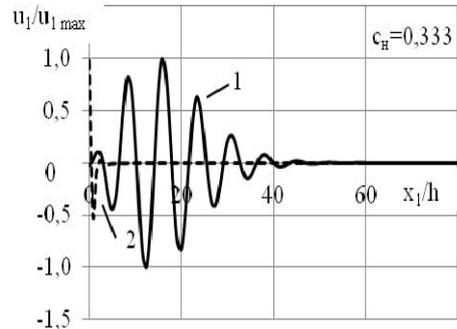
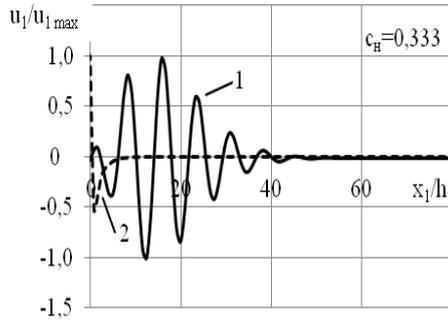
Для решения дискретных задач применены эффективные численные методы [28] в соответствии с методикой, представленной в [5]. В рассматриваемом случае алгебраическая задача определения начального состояния решена прямым методом Холецкого, а после сгущения разностной сетки применен итерационный метод сопряженных градиентов. При этом решение, полученное методом Холецкого, интерполировалось и принималось в качестве начального приближения для решения дискретной задачи устойчивости на собственные значения методом итерирования подпространства.

### §3. Числовые результаты и их анализ.

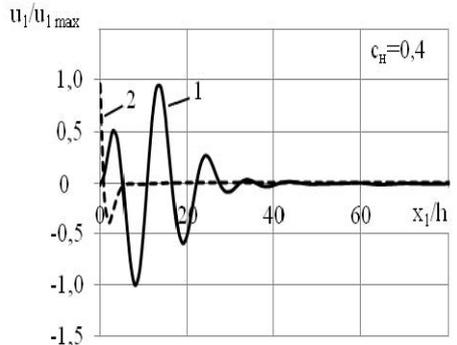
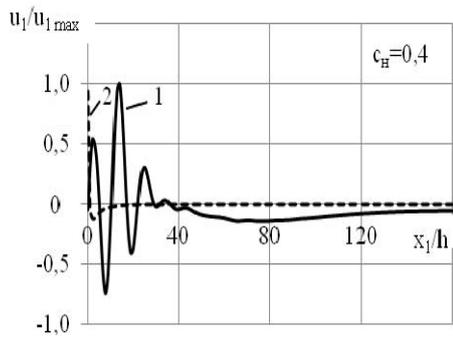
Рассмотрен композитный материал слоистой структуры с условиями поверхностного нагружения, заданными соотношениями (1.1), (1.2), и следующими механическими и геометрическими характеристиками:  $E^1 / E^2 = 100$ ;  $\nu^1 = \nu^2 = 0,3$ ;  $c_{\text{н}} = S_4 / (S_3 + S_4) = 0,333$ ;  $0,4; 0,5; 0,667$  ( $c_{\text{н}}$  – объемное содержание слоев наполнителя). Здесь  $E^1, E^2$  и  $\nu^1, \nu^2$  – соответственно, модули Юнга и коэффициенты Пуассона слоев наполнителя и связующего.

На рис. 3 представлены формы потери устойчивости в КМ для различных значений концентрации слоев наполнителя. Рисунки расположены попарно: рисунок слева – форма потери устойчивости для слоя наполнителя, рисунок справа – форма потери устойчивости для слоя связующего. Зависимости  $u_1(x_2)/u_1^{\text{max}}$  приведены для сечений  $x_1/h$ , которым соответствуют максимальные значения  $u_1^{\text{max}}$  возмущения перемещений  $u_1$  в слое наполнителя и слое связующего. Значение координаты  $x_2$  отнесено к параметру структуры  $h = h_{\text{н}} + h_{\text{с}}$ . Кривые 1 соответствуют неоднородному начальному состоянию, кривые 2 – однородному.

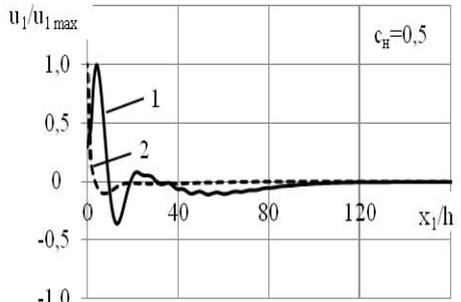
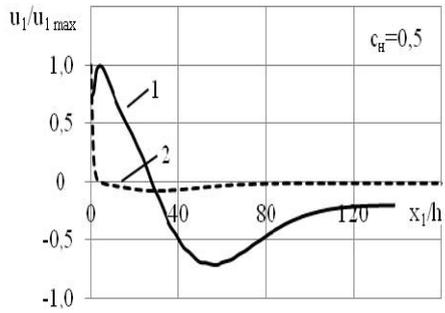
Как видно из представленных графиков формы потери устойчивости локализуются вблизи поверхности материала и имеют затухающий характер при удалении от поверхности. С увеличением объемного содержания наполнителя формы потери устойчивости в слое наполнителя и слое связующего приобретают различный характер затухания. В случае кусочно-однородного докритического состояния область локализации форм потери устойчивости имеет значительно меньший размер, чем в случае неоднородного докритического состояния.



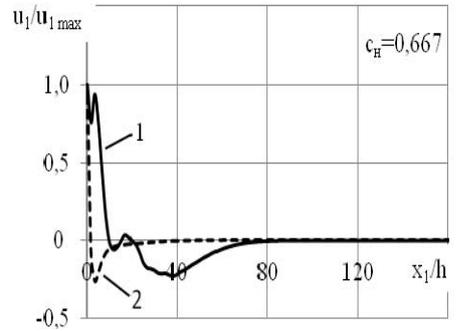
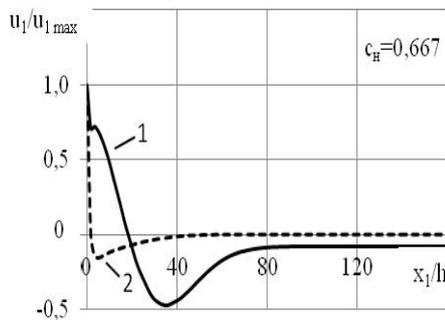
a



b



b



z

Рис. 3

## Выводы.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Использование расчетной схемы, когда КМ моделируется двухслойной расчетной областью с условиями симметрии на ее боковых сторонах, позволяет исследовать явление приповерхностной потери устойчивости при смятии торцов.

2. Потеря устойчивости в структуре слоистого композитного материала при объемном содержании слоев наполнителя в диапазоне 0,167 – 0,667 имеет характер приповерхностной потери устойчивости вблизи загруженной поверхности с формами потери устойчивости, которые затухают при удалении от торцевой поверхности. Установленный факт указывает на то, что разрушение композитного материала, обусловленное потерей устойчивости при одноосном сжатии, имеет характер смятия торцов.

3. Неоднородность докритического состояния существенным образом влияет на амплитудные характеристики форм потери устойчивости и размеры области их локализации. При однородном начальном состоянии размер области локализации форм потери устойчивости при их затухании значительно меньше, чем в случае неоднородного начального состояния.

РЕЗЮМЕ. З використанням основних співвідношень тривимірної лінеаризованої теорії стійкості у рамках моделі кусково-однорідного середовища отримано чисельний розв'язок задачі визначення критичних параметрів стійкості шаруватого композитного матеріалу при стиску поверхневим навантаженням. Розглянуто випадок умов симетрії на бічних сторонах багат шарового композитного зразка. Показано, що втрата стійкості в структурі шаруватого композитного матеріалу має характер приповерхневої втрати стійкості поблизу завантаженої поверхні з формами втрати стійкості, які затухають при віддаленні від торцевої поверхні і відповідає механізму руйнування матеріалу у вигляді зминання торців. Досліджено вплив неоднорідності початкового стану, пов'язаного з умовами навантаження композитного матеріалу, на форми втрати стійкості. Неоднорідність початкового стану істотно впливає на амплітудні характеристики форм втрати стійкості та розмір області їх локалізації.

1. Гузь А.Н. Основы трехмерной теории устойчивости деформируемых тел. – К.: Вища шк., 1986. – 512 с.
2. Гузь А.Н. Механика разрушения композитных материалов при сжатии. – К.: Наук. думка, 1990. – 632 с.
3. Гузь А.Н. Основы механики разрушения композитов при сжатии: В 2-х т. (Т.1. Разрушение в структуре материала. – 592 с.; Т.2. Родственные механизмы разрушения. – 736 с.). – К.: «ЛИТЕРА», 2008.
4. Гузь А.Н., Декрет В.А. Модель коротких волокон в теории устойчивости композитов. – Saarbrücken: LAP Lambert Acad. Publ., 2015. – 315 с.
5. Григоренко Я.М., Шевченко Ю.В., Василенко А.Т. и др. Численные методы // Механика композитов: В 12-и т. / Под общей ред. А.Н. Гузя. Т.11. – К.: «А.С.К.», 2002. – 448 с.
6. Зеленский В.С., Декрет В.А., Быстров В.М. Устойчивость слоистого композитного материала при одноосном нагружении // Збірник наук. праць Дніпродзержинського держ. техн. ун-ту (технічні науки). Тематичний випуск «Математичні проблеми технічної механіки» / Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2012. – Вип. 2(19). – С. 49 – 53.
7. Коханенко Ю. В. Хрупкое разрушение композитных материалов при смятии торцов // Докл. АН СССР. – 1987. – 296, № 4. – С. 805 – 808.
8. Akin J. E. Finite element analysis concepts: via SolidWorks – Hackensack, NJ: World Scientific, 2010. – 335 p.
9. Barbero E. J. Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS. – CRC Press, 2nd ed., 2013. – 366 p.
10. Bashchuk E.Yu., Baichuk V.Yu. Influence of the Principal Stress State of the Critical Loads of a plate with a Crack // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, N 3. – P. 328 – 336.
11. Bystrov V.M., Dekret V.A., Zelenskii V.S. Numerical Analysis of the Edge Effect in a Composite Laminate with Compressed Reinforcement Plies // Int. Appl. Mech. – 2015. – 51, N 5. – P. 561 – 566.
12. Dekret V.A., Zelenskii V.S., Bystrov V.M. Numerical Analysis of Stability of a Laminated Composite with Uniaxially Compressed Reinforcement Plies // Int. Appl. Mech. – 2014. – 50, N 5. – P. 549 – 557.
13. Fleck N.A. Compressive failure of fiber composites // Advances in Appl. Mechanics. – 1997. – 33. – P. 43 – 117.
14. Greszczuk L.B. Microbuckling failure of lamina-reinforced composites // Proc. 3<sup>rd</sup> Conf Composite Materials : Testing and Design ASTM STP N 546. – Philadelphia (Pa), 1974. – P. 5 – 29.

15. *Greszczuk L.B.* Microbuckling failure of circular fiber-reinforced composites // *AIAA J.* – 1975. – **13**. – 1311 – 1318.
16. *Guz A.N.* Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies. Berlin: Springer-Verlag Heilberg, 1999. – 555 p.
17. *Guz A.N.* On Study of Nonclassical Problems of Fracture and Failure Mechanics and Related Mechanism // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – **45**, N 1. – P. 1 – 31.
18. *Guz A.N.* Setting up a Theory of Stability of Fibrous and Laminated Composites // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – **45**, N 6. – P. 587 – 613.
19. *Guz A.N.* Stability of Elastic Bodies under Uniform Compression. Review // *Int. Appl. Mech.* – 2012. – **48**, N 3. – P. 241 – 293.
20. *Guz A.N., Guz I.A., Menshikov A.V., Menshikov V.A.* Three-Dimensional Problems in the Dynamic Fracture Mechanics of Materials with Interface Cracks (Review) // *Int. Appl. Mech.* – 2013. – **49**, N 1. – P. 3 – 79.
21. *Guz A.N., Dekret V.A.* On Two Models in Three-Dimensional Theory of Stability of Composite Materials // *Int. Appl. Mech.* – 2008. – **44**, N 8. – P. 839 – 854.
22. *Guz A.N., Dekret V.A.* Finite-Fiber Model in the Three-Dimensional Theory of Stability of Composites (Review) // *Int. Appl. Mech.* – 2016. – **52**, N 1. – P. 1 – 48.
23. *Guz A.N., Kokhanenko Yu.V.* Numerical Solution of Three-Dimensional Stability Problems for Elastic Bodies // *Int. Appl. Mech.* – 2001. – **37**, N 11. – P. 1369 – 1399.
24. *Jelf P.M., Fleck N.A.* Compression Failure Mechanisms in Unidirectional Composites // *J. of Comp. Materials.* – 1992. – **26**, N 18. – P. 2706 – 2726.
25. *Kokhanenko Yu.V., Bystrov V.M.* Edge Effect in a Laminated Composite with Longitudinally Compressed Laminas // *Int. Appl. Mech.* – 2006. – **42**, N 8. – P. 922 – 927.
26. *Naik, N.K., Kumar R.S.* Compressive strength of unidirectional composites: evaluation and comparison of prediction models // *Composite Structures.* – 1999. – **46**. – P. 299 – 308.
27. *Nestorovic M.D., Triantafyllidis N.* Onset of failure in finitely strained layered composites subjected to combined normal and shear loading // *J. Mech. Phys.Solids.* – 2004. – **52**. – P. 941 – 974.
28. *Pissanetzky S.* Sparse Matrix Technology. – London: Academic Press, 1984. – 321 pp.
29. *Rosen B.W.* Mechanics of composite strengthening // In: *Fiber Composite Materials.* American Society of Metals, Metals Park, OH. – 1965. – P. 37 – 75.
30. *Soutis C.* Compressive Behavior of Composites. – United Kingdom: Rapra Technology Ltd, 1997. – 132 p.
31. *Triantafyllidis N., Scynaidt W.C.* Comparison of microscopic and macroscopic instabilities in a class of two-dimensional periodic composites // *J. Mech. Phys.Solids.* – 1993. – **41**, N 9. – P. 1533 – 1565.
32. *Vogler T. J., Hsu S.-Y., Kyriakides S.* Composite failure under combined compression and shear // *Int. J. Solids Struct.* – 2000. – **37**, N 12. – P. 1765 – 1791.

Поступила 04.07.2016

Утверждена в печать 29.11.2016