В.Л.Карлаш

ФАЗО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОДОЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЛОСКИХ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ, ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: karlashv@ukr.net

Abstract. An analysis of experimental data is carried out for the longitudinal and transverse modes of vibrations of the thin lamellar piezotransformer. It is established that the voltage drops and instant powers are very sensitive to the loading conditions, but the admittances, impedances and phase shifts do not depend on them. For the given current regime, a verging towards resonance is accompanied by increasing the instant power, whereas a verging towards anti-resonance is accompanied by decreasing the instant power.

Key words: piezoceramic resonators, instant powers, admittances, impedances and phase shifts, efficiency.

Введение.

Плоские пластинчатые пьезотрансформаторы электрических напряжений и токов так называемого поперечно-продольного типа [3, 6, 12, 15, 36] успешно применяются в различных областях техники, например, в источниках вторичного электропитания (ИВЭП), где постоянные электрические напряжения превращаются из одного (низкого) уровня в другой (высокий) [3]. В таких источниках пьезотрансформаторы являются частью автогенератора с автоматическим регулированием частоты, амплитуды и фазы, так что на выходе ИВЭП поддерживается постоянное напряжение заданного уровня. Основными эксплуатационными параметрами пьезотрансформаторов являются: коэффициенты передачи электрических напряжений и токов; рабочие частоты; уровни выходных напряжений и токов; коэффициент полезного действия; мощность; прочность; долговечность. Последние два показателя в значительной мере зависят от характера деформирования и напряженного состояния. Конструкции пьезотрансформаторов для особых условий работы предложены в [11, 12, 36]. Своеобразным трехслойным трансформатором является и цилиндрическая панель, описанная в [25].

Формулы для коэффициентов передачи выведены, главным образом, методом эквивалентных схем и справедливы лишь для первого резонанса [3, 7, 26]. В работах автора [4, 9, 15 – 20] разработана методика аналитического изучения напряженного состояния и частотных свойств поперечно-продольного пьезотрансформатора стержневого типа. Получены уточненные формулы для коэффициента трансформации электрического напряжения в режиме холостого хода, оценено влияние неоднородности электроупругих параметров секций на частотные свойства, проведены экспериментальные исследования напряженного состояния макетов плоских пьезотрансформаторов методом пьезотрансформаторного датчика на нескольких модах колебаний.

С разработкой автором усовершенствованной методики определения амплитуд и фаз, основанной на поочередном измерении падений потенциала на пьезоэлементе и нагрузочном резисторе [5, 10, 21, 23, 24, 31], стало возможным изучение особенностей поведения фазовых, адмиттансных и мощностных характеристик пьезотрансформатора в широком диапазоне частот электрического нагружения.

Данная статья посвящена анализу результатов экспериментального исследования амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) пластинчатого пьезотрансформатора в диапазоне частот продольных и поперечных мод колебаний. Фазовые и мощностные характеристики изучаются впервые.

1. Коэффициент передачи и входной адмиттанс плоского пьезотрансформатора.

Макет плоского пластинчатого пьезотрансформатора детально рассмотрен во многих работах, в частности [4, 9, 26 и др.]. Он состоит из входной и выходной секций – входная секция имеет длину l_1 , покрыта тонкими электродами и поляризована до насыщения по толщине. Выходная секция имеет длину l_2 , электродное покрытие на торце (плоскость $y = l_2$) и поляризована до насыщения по длине. Секции имеют разные электрофизические параметры. На практике толщина 2h и ширина 2b по всей длине пластины одинаковы. Одинаковы, как правило, и длины l_1 и l_1 .

Ко входной секции (секции возбуждения) прикладывается от внешнего генератора переменное электрическое напряжение V_1 , под влиянием которого возникают электромеханические колебания и проходит электрический ток l_1 . Вследствие колебаний и деформирования пластины на электроде выходной (генераторной) секции выделяется пьезозаряд Q_2 , заряжающий выходной электрод до разности потенциалов V_2 , а в выходной секции проходит электрический ток l_2 .

Предполагается, что на торцах пластины механические напряжения отсутствуют, а на границе областей напряжения и перемещения непрерывны, т.е. имеем

$$\sigma_{y}|_{y=-l_{1}} = \sigma_{y}|_{y=l_{2}} = 0; \ \sigma_{y}(-0) = \sigma_{y}(+0); \ u_{y}(-0) = u_{y}(+0).$$
(1)

Все обозначения в этом разделе совпадают с работами [4, 10, 15 – 23]. В секции возбуждения электроды эквипотенциальные, поэтому

$$\frac{\partial E_x}{\partial y}\Big|_{y<0} = \frac{\partial E_x}{\partial z}\Big|_{y<0} = 0,$$
(2)

а в генераторной секции принимается постоянной электрическая индукция [27], т.е.

$$\frac{\partial D_x}{\partial y}\Big|_{y>0} = \frac{\partial D_y}{\partial y}\Big|_{y>0} = 0.$$
(3)

Решение задачи о продольных колебаниях такой неоднородной по длине пластины получено в работах [4, 9, 18], где представлены выражения для смещений и напряжений в секциях, а также для тока на входе и напряжения на выходе; имеем формулы

$$U_{y1} = \frac{(d_{31}E_{x1}\Delta - Ak_1\sin k_1l_1)\sin k_1y + Ak_1\cos k_1l_1\cos k_1y}{k_1\Delta\cos k_1l_1};$$
(4)

$$\sigma_{y1} = \frac{d_{31}E_{x1}\Delta\cos k_1 y - Ak_1\sin k_1 l_1\cos k_1 y}{\Delta s_{11}^E\cos k_1 l_1} - \frac{Ak_1\sin k_1 y + d_{31}E_{x1}\Delta}{s_{11}^E\Delta};$$
(5)

$$U_{y2} = \frac{(g_{33}D_{y2}\Delta + Ak_2\sin k_2l_2)\sin k_2y + Ak_2\cos k_2l_2\cos k_2y}{k_2\Delta\cos k_2l_2};$$
(6)

$$\sigma_{y2} = \frac{g_{33}D_{y2}\Delta\cos k_2 y + Ak_2\sin k_2 l_2\cos k_2 y}{s_{33}^D\Delta\cos k_2 l_2} - \frac{Ak_2\sin k_2 y + g_{33}D_{y2}\Delta}{s_{33}^D\Delta};$$
(7)

$$I_{1} = j\omega \int_{s_{1}} D_{x1} ds = -j\omega C_{01}^{T} V_{1} \left(1 - k_{31}^{2} + \frac{k_{31}^{2} \tan k_{1} l_{1}}{k_{1} l_{1}} \right) + j\omega \frac{C_{01}^{T} V_{1} k_{31}^{2} s_{33}^{D} \cos k_{2} l_{2}}{l_{1} \Delta \cos k_{1} l_{1}} (1 - \cos k_{1} l_{1})^{2} - j\omega \frac{2bd_{31} d_{33} D_{y2}}{\varepsilon_{33}^{T} \Delta} (1 - \cos k_{1} l_{1}) (1 - \cos k_{2} l_{2});$$

$$(8)$$

$$V_{2} = -\int_{0}^{l_{2}} E_{y2} dy = -\beta_{33}^{T} D_{y2} l_{2} \left(1 + k_{D}^{2} - \frac{k_{D}^{2} \tan \gamma x}{\gamma x} \right) + \frac{g_{33}^{2} s_{11}^{E} D_{y2} \alpha_{2}^{2} \cos x}{s_{33}^{D} \Delta \cos \gamma x} + \frac{g_{33} d_{31} V_{1} \alpha_{1} \alpha_{2}}{2h\Delta}, \quad (9)$$

где приняты обозначения:

$$A = s_{33}^{D} d_{31} E_{x1} \cos k_2 l_2 (1 - \cos k_1 l_1) - s_{11}^{E} g_{33} D_{y2} \cos k_1 l_1 (1 - \cos k_2 l_2);$$

$$\Delta = s_{11}^{E} k_2 \cos k_1 l_1 \sin k_2 l_2 + s_{33}^{D} k_1 \sin k_1 l_1 \cos k_2 l_2 \quad (k_1^2 = \rho \omega^2 s_{11}^{E}, \ k_2^2 = \rho \omega^2 s_{33}^{D});$$
(10)

$$C_{01}^{T} = \frac{2bl_{1}\varepsilon_{33}^{T}}{2h}; \ C_{01}^{S} = (1 - k_{31}^{2})C_{01}^{T}; \ k_{31}^{2} = \frac{d_{31}^{2}}{s_{11}^{E}\varepsilon_{33}^{T}}; \ V_{1} = -2E_{x1}h;$$
(11)

$$k_{33}^{2} = \frac{d_{33}^{2}}{s_{33}^{E}\varepsilon_{33}^{T}}; \ k_{D}^{2} = \frac{g_{33}^{2}}{s_{33}^{D}\beta_{33}^{T}}; \ g_{33} = \frac{d_{33}}{\varepsilon_{33}^{T}}; \ \beta_{33}^{T} = \frac{1}{\varepsilon_{33}^{T}}$$
(12)

$$(x = x_1 = k_1 l_1, x_2 = k_2 l_2, x_2/x_1 = \gamma, \alpha_1 = 1 - \cos x, \alpha_2 = 1 - \cos \gamma x, \delta = l_2/l_1).$$

В режиме холостого хода, который характеризует потенциальные возможности пьезокерамического трансформатора, электростатическую индукцию в генераторной секции принимаем равной нулю [9] и выражение для V₂ упрощается

$$V_2 = \frac{g_{33}d_{31}V_1\alpha_1\alpha_2}{2h\Delta}.$$
(13)

Отношение $K_{12} = V_2 / V_1$ является коэффициентом передачи (или трансформации) пьезотрансформатора в режиме холостого хода

$$K_{12} = \frac{g_{33}d_{31}\alpha_1\alpha_2}{2h\Delta}.$$
 (14)

Этот показатель тем больше, чем выше пьезомодули обеих секций, тоньше пластина и больше отношение $\alpha_1 \alpha_2 / \Delta$. Знаменатель этой дроби на резонансных частотах обращается в нуль, так что K_{12} стремится к бесконечности. Избежать этого можно введением в анализ механических потерь энергии [8, 13, 26] через безразмерную комплексную частоту x

$$x = x' - jx'' = x' \left(1 - \frac{j}{2Q_m} \right).$$
(15)

С учетом этого обстоятельства в работах [4, 10, 20] получена уточненная формула для модуля коэффициента передачи та резонансе

$$|K_{12}| = \frac{l_1}{2h} \frac{d_{33}|d_{31}|}{s_{11}^E \varepsilon_{33}^T} \frac{2Q_m}{\delta x' \gamma x'} \frac{(1 - \cos x')(1 - \cos \gamma x')}{(1 + \gamma^2 \delta) \sin x' \sin \gamma x' - \gamma (1 + \delta) \cos x' \cos \gamma x'}.$$
 (16)

Отношение тока во входной секции к разности потенциалов на ее электродах есть входная проводимость (входной адмиттанс), а отношение выходной разности потенциалов к току на выходе есть выходной импеданс пьезотрансформатора

$$Y_{in} = I_1 / V_1; \ Z = V_2 / I_2. \tag{17}$$

2. Методика эксперимента и полученные результаты.

Эксперименты проведены с применением усовершенствованной схемы пассивного четырехполюсника Мэзона, подробно описанной в работах [5, 10, 21, 24, 31].

В классической схеме Мэзона исследуемый пьезоэлемент является связующим звеном между нагрузочным резистором и генератором электрических ультразвуковых

колебаний [2, 9, 21]. Один вывод нагрузочного резистора соединен с общим проводом схемы, «заземлен». В процессе перестройки частоты генератора падение потенциала на нагрузочном резисторе возрастает на резонансных частотах и снижается на антирезонансных по сравнению с емкостной компонентой в несколько раз. Частоты, на которых падение потенциала на нагрузочном резисторе достигает максимальных значений, являются частотами максимальной проводимости пьезоэлемента и обычно отождествляются с резонансными. Частоты минимальной проводимости или минимального падения потенциала на нагрузочном резисторе принято считать антирезонансными. Можно «обратить» измерительную часть схемы Мэзона, присоединив ее к генератору таким образом, что «заземленным» окажется один из выводов пьезоэлемента. Станет возможным прямое измерение падения потенциала на нагрузочном резисторе.

Комбинируя «прямую» и «обращенную» измерительные части схемы Мэзона, как это выполнено в работах [5, 10, 23], можно повысить точность определения полной проводимости в диапазоне частот и исключить влияние фазовых сдвигов. Для этого необходимо добавить в измерительную часть коммутатор, позволяющий поочередно «заземлять» либо один вывод нагрузочного резистора, либо один вывод исследуемого пьезоэлемента. Падение потенциала U_R на нагрузочном резисторе, пропорциональное току I_{pe} через пьезоэлемент, и падение потенциала U_{pe} на самом пьезоэлементе последовательно измеряется на одной и той же частоте одним и тем же вольтметром, так что для определения полной проводимости Y_{pe} пьезоэлемента применяется простая формула

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}.$$
 (18)

Исследования проведены с макетом плоского поперечно-продольного пьезотрансформатора $80 \times 18 \times 2$ мм из пьезокерамики ПКД [4, 20] в диапазоне частот 20 - 110 кГц, который охватывал как продольные, так и поперечные колебания. Измеренные последовательно падения потенциала U_R на нагрузочном резисторе, U_{pe} на образце и U_{in} на входе схемы измерений (выход генератора или согласующего делителя напряжения) вводились в компьютер и на частотах измерения вычислялись компоненты входной проводимости, входного импеданса, фазовые углы или мгновенная мощность P, а также ее активный P_a и реактивный P_{re} компоненты. При этом применялись формулы для углов

$$\cos\alpha = \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe}U_R}; \ \cos\beta = \frac{U_{in}^2 + U_R^2 - U_{pe}^2}{2U_{in}U_R}; \ \cos\gamma = \frac{U_{in}^2 + U_{pe}^2 - U_R^2}{2U_{in}U_{pe}}$$
(19)

и мощностей

 $P = V_1 1_1; P_a = V_1 1_1 \cos j; P_{re} = V_1 1_1 \sin j \quad (w_1 = \operatorname{real}(Y) / \operatorname{imag}(Y); j = \operatorname{acot}(w_1)).$ (20)

В диапазоне частот 20 – 110 кГц наблюдается 7 мод различной интенсивности от первой продольной L1(первый резонанс) до сильной поперечной T1 (пятый резонанс). Рис 1 иллюстрирует АЧХ падений потенциала (*a*), входной проводимости (*б*), фазовых сдвигов (*в*) и мгновенной мощности (*г*), построенные в окрестности первого резонанса.

Рис 2 иллюстрирует аналогичные зависимости в окрестности второго резонанса, а также падения потенциала (∂) и входную проводимость (e) для третьего продольного резонанса.

Рис 3 построен для частотного интервала 92 - 108 кГц, в который вошли четыре резонанса, сопровождающие сильную (поперечную) пятую моду. Падения потенциала U_{in}, U_{pe} и U_R показаны сплошными, прерывистыми и пунктирными линиями соответ-





ственно. Такими же линиями изображены углы α , β , γ и компоненты мощности P_{in} , P_{pe} и P_r . Мощность P_{in} потребляется от генератора, мощность P_{pe} выделяется на пьезоэлементе в процессе измерений, а мощность P_r на нагрузочном резисторе. Угол α образован сторонами U_R и U_{pe} . Он характеризует сдвиг фаз между током образца и падением потенциала на нем. Угол β образован сторонами U_{in} и U_{R} и соответствует фазовому сдвигу между выходным электрическим напряжением генератора и потребляемым током. Угол γ образован сторонами U_{in} и U_{pe} , т.е. между выходным электрическим напряжением генератора.





Результаты расчетов (для сравнения с экспериментом) полной входной проводимости пьезотрансформатора по формуле (17) с учетом выражений (8) и (15) представлены на рис 4. Расчеты выполнены в интервалах безразмерных частот 1,4 – 2,0 (вблизи первого продольного резонанса, *a*); 3 – 3,5 (область второго продольного резонанса, *б*); 4,6 – 5,5 (третий резонанс, *в*); 7,5 – 9 (пятый резонанс, *г*) и 9 – 11 (шестой резонанс, *д*). Как известно [10, 17], четвертый продольный резонанс вблизи частоты $x = 2\pi$ в поперечно-продольном пьезотрансформаторе не возбуждается и для него нет ни расчетных, ни экспериментальных зависимостей. Графики построены для соотношений безразмерных частот $\gamma = 1$ (сплошные линии); 0,9 (прерывистые линии) и 0,8 (пунктирные линии). При вычислениях множитель ωC_0 заменен выражением

$$\omega C_0 = (2\pi f x C_0) / f_0 = a x, \tag{21}$$

в котором: f – частота нагружения; x – безразмерная частота; f_0 – частота максимума входной проводимости на первой моде. При вычислении сомножителя a в формуле (21) приняты реальные данные исследуемого макета: $Co = 5300 \,\mathrm{pF}$ (электрическая емкость входной секции); $\mathrm{tg} \, d_1 = 0,0047$ (тангенс диэлектрических потерь входной секции); $C = 12,5 \,\mathrm{pF}$ (электрическая емкость выходной секции); $\mathrm{tg} \, d_2 = 0,005$ (тангенс диэлектрических потерь выходной секции); $R = 11,2 \,\mathrm{Om}$ (нагрузочный резистор в схеме измерения); Q = 450 (механическая добротность по АЧХ коэффициента трансформации на первой моде колебаний), так что $a = 0,455 \,\mathrm{mC}$. Квадрат поперечного КЭМС принимался равным $k_{31}^2 = 0,12$.



Puc 4

3. Анализ результатов.

Построенные экспериментально полученные зависимости АЧХ падений напряжений, адмиттансов, фазовых сдвигов и мгновенных мощностей для семи мод колебаний пластинчатого пьезотрансформатора поперечно-продольного типа розмером 80×18×2 мм. Измерения проведены в усовершенствованной схеме Мэзона с коммутатором при нагрузке 11,2 Ом. Графики построены отдельно для первых трех резонансов и для частотного участка 92 – 108 кГц. При нагрузочном резисторе 11,2 Ом вблизи резонансные области регистрируются (отображаются на графиках) хорошо. Антирезонансы и участки возле них сглаживаются через шунтирование параллельного резонанса низким сопротивлением нагрузочного резистора. Вопрос влияния величины нагрузочного резистора на полученные результаты требует отдельного исследования.

Поперечные резонансы имеют почти в десять раз более высокие, чем продольные адмиттансы. Интенсивности первых двух мод почти одинаковы. Практически одинаковыми для сильных и слабых мод являются фазовые зависимости.

Расчетные графики демонстрируют сильное влияние множителя γ , который показывает различие упругих податливостей входной и выходной секций пьезотрансформатора. Это влияние различно для четных и нечетных мод. Отметим, что в отличие от поперечно поляризованного стержня, у которого вообще нет четных мод, в пьезотрансформаторе не возбуждаются моды, частоты которых кратны 2π [4, 9, 18 – 20].

Заключение.

Анализ экспериментальных данных для продольных и поперечных мод колебаний тонкого пластинчатого пьезотрансформатора показал следующее. Падения напряжений и мгновенная мощность весьма чувствительны к условиям электрического нагружения. Адмиттанс, импеданс и фазовые сдвиги не зависят от них. Для режима заданного тока приближение к резонансу сопровождается снижением мгновенной мощности, а приближение к антирезонансу – ее увеличением. Наоборот, в режиме заданного напряжения приближение к резонансу сопровождается увеличением мгновенной мощности, а приближение к резонансу – ее снижением.

Тот факт, что коэффициент передачи плоского пластинчатого пьезотрансформатора обратно пропорционален квадрату частоты, объясняет и экспериментально полученные автором данные о значительном снижении этого параметра на верхних обертонах продольных мод колебаний, в силу чего становится не эффективным их использование на обертонах, кроме первых двух резонансов.

Р Е З Ю М Е. Проведено аналіз експериментальних даних для поздовжних і поперечних мод коливань тонкого пластинкового п'єзотрансформатора. Встановлено, що спади напруг і миттєві потужності є дуже чутливими до умов навантаження, проте адмітанси, імпеданси і фазові зсуви не залежать від них. Для режиму заданого струму наближення до резонансу супроводжується зниженням миттєвої потужності, а наближення до антирезонансу супроводжується її зростанням. Навпаки, в режимі заданої напруги наближення до резонансу супроводжується зростанням миттєвої потужності, а наближення до антирезонансу супроводжується зростанням миттєвої потужності, а наближення до антирезонансу супроводжується її зниженням.

- Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г. Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях // Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. Т.1, часть А. – М.: Мир, 1966. – С. 204 – 326.
- 2. Глозман И. А. Пьезокерамика. М.: Энергия. 1972. 288 с.
- Ерофеев А.А., Данов Г.А., Фролов В.Н. Пьезокерамические трансформаторы и их применение в радиоэлектронике. – М.: Радио и связь. – 1988. – 128 с.
- Карлаш В.Л. Коэффициент передачи и моды колебаний плоского поперечно-продольного пьезотрансформатора // Электричество. – 2002, № 1. – С. 51 – 55.
- 5. *Карлаш В.* Л Методи визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії при коливаннях резонаторів із п'єзокераміки // Акуст. вісник. 2012. **15**, № 4. С. 24 38.
- 6. Лавриненко В.В. Пьезоэлектрические трансформаторы. М.: Энергия. 1975. 109 с.
- Смажевская Е.Г., Жучина Р.Ф., Подольнер Н.А. К вопросу о влиянии основных параметров пьезокерамического материала на характеристики макетов резонансных пьезотрансформаторов / Излучатели и приемники ультразвуковых колебаний, ч. II. – ЛДНТП, 1966. – С. 22 – 35.

8. Шульга Н.А., Болкисев А.М. Колебания пьезоэлектрических тел. – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.

- Шульга М.О., Карлаш В.Л. Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
- 10. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Амплітудно-фазові характеристики радіальних коливань тонкого п'єзокерамічного диска біля резонансів // Доп. НАН України.– 2013, № 9.– С. 80–86.
- 11. Fuda Y., Kumasaka K., Katsumo M., Sato H., Ino Y. Piezoelectric transformer for cold cathode fluorescent lamp inverter // Jpn. J. Appl. Phys. – 1997. – 1. – **36**, N 5B. – P. – 3050 – 3052.
- Hirose S., Magami N., Takanashi S. Piezoelectric ceramic transformer using piezoelectric lateral effect on input and on output // Jpn. J. Appl. Phys. – 1996. – 35. – P. 3038 – 3041.
- Holland R. Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // IEEE Trans. SU. – 1967. – SU–14. – P.18 – 20.
- IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics. 1961 // Proc. IRE. 1961. – 49. – P. 1161 – 1169.
- Karlash V.L. Frequency Properties of a Planar Piezoelectric Transformer of Longitudinal-Transverse Type // Int. Appl. Mech. – 2000. – 36, N 8. – P.1103 – 1111.
- Karlash V.L. The Stress State of a Rectangular Piezoceramic Plate with Transverse Longitudinal Polarization // Int. Appl. Mech. – 2001. – 37, N 3. – P. 386 – 392.
- Karlash V.L. Electroelastic Characteristics of a Piezoelectric Transformer Plate // Int. Appl. Mech. 2003. – 39, N 7. – P. 870 – 874.
- Karlash V.L. Electroelastic vibrations and transformation ratio of a planar piezoceramic transformer // J. Sound Vib. – 2004. – 277. – MP. 353 – 367.
- Karlash V.L. Longitudinal and lateral vibrations of a planar piezoceramic transformer // Jpn. J. Appl. Phys. - 2005. - 44, N 4A. - P. 1852 - 1856.
- Karlash V. L. Longitudinal and lateral vibrations of a plate piezoceramic transformer // U. J Phys. 2006. – 51, N 10. – P. 985 – 991.
- Karlash V. L. Admittance-Frequency Response of a Thin Piezoceramic Half-Disk // Int. Appl. Mech. 2009. – 45, N 10. – P. 1120 – 1126.
- Karlash V.L. Forced ELectromechanical Vibrations of Rectangular Piezoceramic Bars with Sectionalized Electrodes // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, N 3. – P. 360 – 368.
- 23. Karlash V.L. Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics // Electronics and communication. – 2014. – **19**, N 2 (79). – P. 82 – 94.
- Karlash V.L. Modeling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements // Mathematical modelling and computing. – 2014. – 1, N 2. – P. 163 – 177.
- Karnaukhov V.G., Kozlov V.I., Zavgorodnii A.V., Umrykhin I.N. Forced Resonant Vibrations and Self-Heating of Solids of Revolution Made of a Viscoelastic Piezoelectric Material // Int. App. Mech. – 2015. – 51, N 6. – P. 614 – 622.
- 26. Katz H.W. (ed) Solid State Magnetic and Piezoelectric Devices / New York: Willey, 1959.
- Liu G., Zhang S., Jiang W., Cao W. Losses in ferroelectric materials // Material Science and Engineering. - 2015. - R 89. P 1 - 48.
- 28. Mezheritsky A.V. Quality factor of piezoceramics // Ferroelectrics, 2002. 266. P. 277 304.
- 29. *Mezheritsky A.V.* Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoeramics; how it works all together // IEEE Trans UFFC. – 2004. – **51**, N 6. – P. 695 – 797.
- Munk E. C. The equivalent electrical circuit for radial modes of a piezoelectric ceramic disk with concentric electrodes // Phillips Res. Rep. – 1965. – 20. – P. 170 – 189.
- Shulga N.A., Karlash V.L. Measuring the Amplitudes and Phase of Vibrations of Piezoceramic Structural Elements // Int. App. Mech. – 2015. – 51, N 3. – P. 350 – 359.
- 32. Uchino K., Zheng J.H., Chen Y.H. et al. Loss mechanisms and high power piezoelectrics // J. Mat. Sci. 2006. 41, P. 217 228.
- Uchino K., Zhuang Yu., Ural S.O. Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // J. Adv. Dielectric. – 2011. – 1, N 1. – P. 17 – 31.
- Ural S.O., Tuncdemir S., Zhuang Yu, Uchino K. Development of a high power piezoelectric Characterization system and its application for resonance/antiresonance mode characterization // Jpn. J. Appl. Phys. 2009. 48 056509.
- 35. US Patent 439 992 1954 / Rosen C.A. 29.06.1954.
- 36. Yamamoto M., Sasaki Y., Ochi A. et al. Step-down piezoelectric transformer for AC-DC converters // Jpn. J. Appl. Phys - 2001. - 1.40, N 5B. - P. - 3637 - 3642.

Поступила 21.09.2015

Утверждена в печать 14.03.2017