Ю.М.Кобзарь

МОДЕЛИ ДЛИТЕЛЬНОГО ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ СТЕРЖНЕЙ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУкраины, ул. Нестерова, 3, 03057, Киев; Украина; e-mail:creep @ inmech.kiev.ua

Abstract. The models of fracture are proposed that are based on the increasing the density of material for the case of tension and the decreasing the mass of material for the case of compression. The creep strain rates are modeled by the most widespread version of the flow theory. The equation is obtained analytically that is identical for all cases and links the Poisson ratio, time function and rheological parameter. For two last parameters, an algorithm of their determination from experiments is proposed. The calculated values of the brittle fracture time of some heat-resistant alloys are matched with experimental data quantitatively and satisfactory quntitatively.

Key words:tensile, compression, fracture model, brittle fracture, long-term strength, fracture criteria, the destruction.

Введение.

В нелинейной механике разрушения тело с макротрещиной под действием мгновенной растягивающей нагрузки предполагается упругим везде, кроме зоны вблизи кончика трещины, где материал становиться пластическим. Условия баланса и продвижения трещины зависят от размеров трещины, напряжений в ее окрестности, длины пластической зоны, работы пластической деформации на единицу длины трещины с единичным ее приращением и изучены в работах [15, 16, 17]. Неклассические результаты исследований по механике разрушения композитных материалов при мгновенном сжатии в точных постановках представлены, в основном, в монографии [2] и статье [8]. В этих публикациях, спусковым механизмом разрушения является локальная потеря устойчивости в материале в окрестностях трещин, при этом определяются минимальные напряжения, при которых начинаются процессы продвижения трещин.

Мало изучены, но актуальны вопросы разрушения материалов в условиях ползучести. Ответы на них можно получить с помощью моделей, устанавливающих связь между такими базовыми характеристиками материалов и конструкций, которые наиболее полно отражают особенности процесса разрушения, но при этом, модели должны оставаться простыми, допускающими удобные, для приложений, решения. С таких позиций задача вязкого разрушения, в случае растяжения, решена Хоффом. Подтверждение эффективности его модели и дальнейшее ее развитие имеется в работе [3, 4]. Однако подход Хоффа имеет ограниченное применение, так как не моделирует хрупкие разрушения, происходящие при малых деформациях.

Хрупкое разрушения материала сопровождается возникновением и развитием в нем трещин и, следовательно, изменением его сплошности. В таком подходе мерой сплошности материала, принимается его поврежденность, а скорость поврежденности есть функция от эффективного напряжения [18]. При этом принимается, что процессы развития трещин и деформация ползучести не связаны между собой. Если выбрать функцию от эффективного напряжения в виде степенного одночлена и проинтегриро-

ISSN0032–8243. Прикл. механика, 2017, **53**, № 4

вать уравнение повреждаемости в пределах его крайних значений, то получаем время разрушения [18]. Постоянные параметры для этой модели определяют из базового эксперимента на разрушение. Дальнейшее развитие этого подхода происходит с учетом нелинейности трещинообразования и приведено в работе [4].

В данной работе предложены модели хрупкого разрушения образцов с разными критериями разрушения для растягивающих и сжимающих нагрузок [5, 6]. Полагается, что в обоих случаях возникающие начальные напряжения меньше предела пропорциональности и меньше критических напряжений. Времена разрушения определяются из предположений, что сохраняется масса при растяжении или плотность при сжатии. Объемы, в обоих случаях, меняются. Скорости деформаций ползучести моделируются с помощью наиболее распространенного варианта теории течения [10, 13]. Преимущество предлагаемых моделей в том, что в основе структуры этих уравнений лежит процесс ползучести, а в основе критериев разрушения положены предельные стремления плотности и массы к выбранным критическим значениям, т.е., используются внешние, легко измеряемые, макро характеристики объектов, а не плохо измеряемые внутренние, как в модели Качанова – Работнова. Неизвестные функции и параметры предлагаемых моделей устанавливаются согласно базовым экспериментам на ползучесть, в отличие от той же модели Качанова – Работнова, где параметры определяют из эксперимента на разрушение.

§1. Постановка задач.

Пусть на стержень при постоянной температуре θ_i длительное время действуют приложенные на торцах образца растягивающая или сжимающая нагрузки P(t). Они меньше критической нагрузки $P_{sp}(t)$ и вызывают напряжения, которые меньше предела пропорциональности σ_{ny} . В каждый фиксированный момент времени t эти постоянные нагрузки P(t) определяются соотношением

$$P(t) = Ph(t), \qquad (1.1)$$

где $h(t) - функция Хэвисайда (h = 0 при t < 0 и h = 1 при t \ge 0), P - постоянная величина. Таким образом, упруго деформированный изотропный стержень объемом V пребывает в состоянии ползучести. В процессе в нем увеличивается объем микро$ трещин при уменьшении материального объема тела и появляются деформации ползучести [11].

В процессе растяжения увеличение микротрещин происходит вследствие слияния пор при диффузии вакансий из тела зерна к его границам, при этом плотность кристаллов и зерен увеличивается, а, следовательно, и вещества стержня. Причиной образования точечных дефектов (вакансий) являются движения дислокаций. На границах зерен в результате слияния пор образуются микротрещины, часть из которых выклинивается на поверхность.

В процессе сжатия, происходят образования новых микротрещин за счет увеличения междузёренного пространства, происходящего при разрушении зерен и кристаллов в составе зерен. Кроме того, имеет место уменьшение общей несущей массы стержня. Под несущей массой понимаем массу стержня без той ее части, которая находится в порах, пустотах, трещинах и не имеет непрерывной связи с берегами. Такое уменьшение несущей массы происходит внутри за счет отделения от стержня его частей, потерявших с ним непрерывный контакт. Эти части образовываются путем выкалывания, крошения, несогласованности проскальзывания, проворачивания (вследствие потери устойчивости) зерен и остаются в растущем в этой связи пространстве трещин, которое произрастает между стыками зерен, внутри зерен и в разделенных кристаллах. Общая несущая масса уменьшается за счет откалывания как внутри, так и от внешней границы тела.

§2. Модели разрушения.

Предполагаем, что при малых деформациях ползучести стержня зависимость скорости ползучести от напряжений при одноосном растяжении описывается уравнением течения [10]

$$\frac{d\varepsilon_x^c}{dt} = B(t)(\sigma(t))^n, \qquad (2.1)$$

где B(t) – функция времени; n – характерный параметр.

Для упрощения решения задачи пренебрежем относительно малой величиной скорости упругой деформации по сравнению с большой величиной скорости деформации ползучести.

Следует отметить, что в модели вязкого разрушения Хоффа неизменным остается объем тела при предельных изменениях его формы. В предлагаемых ниже моделях хрупкого разрушения, в отличие от модели Хоффа, объем изменяется и стремится в пределе к нулю при неизменной форме тела.

Объемная деформация ползучести Θ^c связана с продольной линейной деформацией ползучести ε_r^c при растяжении или сжатии соотношением

$$\Theta^c = (1 - 2\mu) \varepsilon_x^c , \qquad (2.2)$$

где *µ* – коэффициент Пуассона.

2.1. Разрушение при растяжении. В начальный момент времени t = 0 стержень объемом V_0 и массой *m* упруго деформирован под действием нагрузки (1.1). В процессе ползучести (t > 0) изменяются его плотность и объем, но сохраняется масса *m*, и этому состоянию соответствуют равенства

$$m = \rho_0 F_0 l_0 = \rho_0 V_0 = \rho(t) F(t) l(t) = \rho(t) (V_0 - \Delta V(t)), \qquad (2.3)$$

где ρ_0 , $\rho(t)$ – соответственно, начальная и текущая плотности материала. Зависимость между плотностью $\rho(t)$ и объемной деформацией $\Theta^c(t)$ получаем из равенств (2.3) и будет такой:

$$\frac{\rho_0}{\rho(t)} = 1 - \frac{\Delta V(t)}{V_0} = 1 - \Theta^c(t) .$$
(2.4)

Отношение плотностей $\rho_0/\rho(t)$ можно трактовать как изменение сплошности [18].

Скорость линейной деформации и скорость изменения плотности с учетом равенств (2.2) и (2.4) связаны соотношением

$$\frac{d\varepsilon_x^c}{dt} = \frac{\rho_0}{(1-2\mu)\rho^2} \frac{d\rho}{dt} \,. \tag{2.5}$$

Разделив соответствующие части равенств (2.3) на Р, получим

$$\frac{\sigma_{x0p}}{\rho_0 l_0} = \frac{\sigma_p(t)}{\rho(t)l(t)}.$$
(2.6)

Здесь $\sigma_{x0p} = P/F_0$, $\sigma_p(t) = P/F(t)$ – начальное и текущее значения нормальных напряжений в стержне при растяжении. Предполагается, что $\sigma_{x0p} \leq \sigma_p$.

На основе равенства $l(t)/l_0 = (1 + \varepsilon_x^c(t))$ зависимость между напряжениями (2.6) приобретает вид

$$\sigma_{p}(t) = (1 + \varepsilon_{x}^{c}) \frac{\rho(t)}{\rho_{0}} \sigma_{x0} \,. \tag{2.7}$$

108

Линейную деформацию ползучести ε_x^c и отношение плотностей $\rho_0/\rho(t)$ связывает равенство

$$1 + \varepsilon_x^c = \left(2(1-\mu) - \frac{\rho_0}{\rho(t)} \right) / (1-2\mu), \qquad (2.8)$$

полученное из (2.2) и (2.4).

Зависимость (2.7), где множитель $1 + \varepsilon_x^c$ заменен в соответствии с (2.8), представляется равенством

$$\sigma_{p}(t) = \sigma_{x0p} \left(2(1-\mu) \frac{\rho(t)}{\rho_{0}} - 1 \right) / (1-2\mu) .$$
(2.9)

После замен скорости ползучести на скорость изменения плотности (2.5), а текущего напряжения на начальное, следуя зависимости (2.9), уравнение ползучести (2.1) примет вид

$$\frac{\rho_0}{(1-2\mu)\rho^2} \frac{d\rho}{dt} = B_p(t) \left(\frac{2(1-\mu)\rho/\rho_0 - 1}{1-2\mu}\sigma_{x0p}\right)^{n_p};$$
(2.10)

для удобства его представим в форме

$$-\frac{dq_p}{\left(1/q_p-a\right)^{n_p}} = \frac{B_p(t)}{a^{n_p}(1-2\mu)^{n_p-1}} \left(\sigma_{x0p}\right)^{n_p} dt , \qquad (2.11)$$

где $q_p = \rho_0 / \rho$, $a = 1/(2(1-\mu))$.

Критерием разрушения при растяжении примем предельное состояние материала стержня, при котором он становится бесконечно плотным. Равносильным этому является критерий такого предельного состояние стержня, когда его объем равен нулю. Эквивалентность этих критериев следует из (2.4). Величина q_p , обратная отношению плотностей $\rho(t)/\rho_0$, изменяется от единицы в момент времени t = 0, когда в упругом состоянии материала $\rho(t) = \rho_0$, до нуля, когда плотность $\rho(t)$ в момент t_R разрушения стержня достигает бесконечности. Интегрируя уравнение (2.11), правую часть в выше указанных пределах изменения q и левую по времени $t = \overline{0, t_R}$, получим

$$-\int_{1}^{0} \frac{dq_{p}}{\left(1/q_{p}-a\right)^{n_{p}}} = \frac{\left(\sigma_{x_{0p}}\right)^{n_{p}}}{a^{n_{p}}\left(1-2\mu\right)^{n_{p}-1}} \int_{0}^{t_{Rp}} B_{p}(t)dt .$$
(2.12)

Принимая, что

$$B_p(t)dt = d\Omega_p(t), \qquad (2.13)$$

тогда получим равенство

$$-\int_{1}^{0} \frac{dq_{p}}{\left(1/q_{p}-a\right)^{n_{p}}} = \left(\sigma_{x0p}\right)^{n_{p}} \frac{\Omega_{p}(t_{Rp}) - \Omega_{p}(0)}{a^{n_{p}}\left(1-2\mu\right)^{n_{p}-1}},$$
(2.14)

причем $\Omega_p(0) = 0$ (что будет показано ниже).

Из соотношения (2.14) функция $\Omega_p(t_{Rp})$ от момента разрушения t_{Rp} будет

$$\Omega_{p}(t_{Rp}) = (1 - 2\mu)^{n_{p} - 1} \left(\frac{a}{\sigma_{x0p}}\right)^{n_{p}} \int_{0}^{1} \frac{dq_{p}}{\left(1/q_{p} - a\right)^{n_{p}}}.$$
(2.15)

109

Задача разрешена, когда определены неизвестные, структура функции $\Omega_p(...)$ и показатель n_p . Неизвестные определены из экспериментов на ползучесть при растяжении [9,14]. Интегрирование в (2.15) проводим численно после определения показателя n_p .

2.2. Разрушение при сжатии. В начальный момент времени (t = 0) стержень объемом V_0 , плотности ρ_0 упруго деформирован под действием сжимающей нагрузки (1.1). В процессе ползучести прутка (t > 0) изменяются его общая несущая масса и объем, но сохраняется плотность $\rho_0 = \rho(t) = \text{const}$.

Количественно этот процесс отражают равенства

$$\rho_0 = \frac{m_0}{V_0} = \frac{m_0}{F_0 l_0} = \frac{m(t)}{V(t)} = \frac{m(t)}{F(t)l(t)} = \frac{m(t)}{V_0 - \Delta V(t)},$$
(2.16)

где m_0 , m(t) – начальная и текущая (общая несущая) массы стержня. Зависимость между текущей несущей массой m(t) и объемной деформацией $\theta^c(t)$ получаем из равенств (2.16) в виде

$$\frac{m(t)}{m_0} = 1 - \theta^c(t) \,. \tag{2.17}$$

Отношение масс $m(t)/m_0$ можно трактовать как изменение сплошности [18].

Скорость линейной деформации и скорость изменения массы, учитывая (2.2) и (2.17), связаны соотношением

$$\frac{d\varepsilon_x^c}{dt} = -\frac{1}{m_0(1-2\mu)}\frac{dm(t)}{dt}.$$
(2.18)

Из тождества P = P, после его умножения на соответствующие части равенств (2.16), следует, что

$$\frac{\sigma_{x_{0c}}m_{0}}{l_{0}} = \frac{\sigma_{c}(t)m(t)}{l(t)}.$$
(2.19)

Здесь $\sigma_{x0c} = P/F_0$, $\sigma_c(t) = P/F(t)$ – начальное и текущее значения нормальных напряжений в стержне. Предполагается, что $\sigma_{x0c} \leq \sigma_{nu}$.

Ввиду равенства $l(t)/l_0 = 1 + \varepsilon_x^c(t)$ зависимость между напряжениями (2.19), с другой стороны, приобретает вид

$$\sigma_c(t) = (1 + \varepsilon_x^c(t)) \frac{m_0}{m(t)} \sigma_{x0c} . \qquad (2.20)$$

Линейная деформация ползучести ε_x^c и отношение масс $m(t)/m_0$ связаны равенством

$$1 + \varepsilon_x^c = -\left(\frac{m(t)}{m_0} - 2(1-\mu)\right) / (1-2\mu), \qquad (2.21)$$

полученным из (2.2) и (2.16).

Зависимость (2.20), где сомножитель $1 + \varepsilon_x^c$ заменен в соответствии с (2.21), представляется равенством

$$\sigma_{c}(t) = \left(2(1-\mu)\frac{m_{0}}{m(t)} - 1\right)\frac{\sigma_{x0c}}{1-2\mu}.$$
(2.22)

После замен (скорости ползучести на скорость изменения массы (2.18), текущего напряжения на начальное (2.22)), уравнение ползучести (2.1) примет вид

$$-\frac{1}{(1-2\mu)m_0}\frac{dm(t)}{dt} = B_c(t) \left(\left(2(1-\mu)\frac{m_0}{m(t)} - 1 \right) \frac{\sigma_{x0c}}{1-2\mu} \right)^{n_c}.$$
 (2.23)

В уравнении (2.23) введем новую безразмерную переменную $q_c = m(t)/m_0$ и то же значение параметра $a = 1/(2(1-\mu))$, тогда оно примет вид

$$-\frac{dq_c}{\left(1/q_c-a\right)^{n_c}} = \frac{B_c(t)}{a^{n_c}(1-2\mu)^{n_c-1}} \left(\sigma_{x0c}\right)^{n_c} dt \,.$$
(2.24)

Полученное выражение структурно полностью совпадает с выражением (2.11). Для случая сжатия критерием разрушения принято такое предельное состояние материала стержня, при котором его масса становится равной нулю. Равносильным этому является критерий такого предельного состояние стержня, когда его объем равен нулю. Эквивалентность этих критериев следует из (2.17). Величина q_c , пропорциональная отношению масс $m(t)/m_0$, изменяется от 1, в момент времени t = 0, когда $m(t) = m_0$ в упругом состоянии материала, до нуля, когда масса m(t) становится нулевой в момент t_{Rc} разрушения стержня. Интегрируя правую часть уравнения (2.24) в выше указанных пределах изменения q_c и левую – по времени $t = \overline{0, t_{Rc}}$, получаем уравнение

$$-\int_{1}^{0} \frac{dq_{c}}{\left(1/q_{c}-a\right)^{n_{c}}} = \frac{\left(\sigma_{x0c}\right)^{n_{c}}}{a^{n_{c}}\left(1-2\mu\right)^{n_{c}-1}} \int_{0}^{t_{R}} B_{c}(t)dt .$$
(2.25)

Пусть имеет место равенство

$$B_c(t)dt = d\,\Omega_c(t)\,. \tag{2.26}$$

Тогда равенство (2.25) принимает такой вид:

$$-\int_{1}^{0} \frac{dq_{c}}{\left(1/q_{c}-a\right)^{n_{c}}} = \left(\sigma_{x0c}\right)^{n_{c}} \frac{\Omega_{c}(t_{Rc}) - \Omega_{c}(0)}{a^{n_{c}}\left(1-2\mu\right)^{n_{c}-1}},$$
(2.27)

причем $\Omega_c(0) = 0$, что будет видно из дальнейшего. Далее, по той же схеме, как и в модели разрушения при растяжении, из выражения (2.27) определим функцию $\Omega_c(t_{Rc})$ от времени разрушения t_{Rc} при сжатии, т.е.

$$\Omega_{c}(t_{Rc}) = (1 - 2\mu)^{n_{c} - 1} \left(\frac{a}{\sigma_{x0c}}\right)^{n_{c}} \int_{0}^{1} \frac{dq_{c}}{(1/q_{c} - a)^{n_{c}}}.$$
(2.28)

После определения неизвестных, структуры функции $\Omega_c(...)$ и показателя n_c , можно определить время разрушения t_{Rc} . Неизвестные определяем согласно эксперименту на ползучесть при сжатии. Интегрирование в (2.28) также производится численно.

2.3. Определение неизвестных параметров и функций. Схемы определения неизвестных показателей n_p , n_c и неизвестных структур функций $\Omega_p(t)$ $\Omega_c(t)$ одинаковы для обоих случаев нагружения.

Если выражения (2.13), (2.26) подставить в уравнение (2.1), то получим уравнения первых двух и частично третьей стадий кривых ползучести в виде

$$\varepsilon_{xip}^{c}(t) = \Omega_{p}(t) (\sigma_{x0ip})^{n_{p}}$$
(2.29)

- для растяжения и, соответственно,

$$\varepsilon_{xic}^{c}(t) = \Omega_{c}(t)(\sigma_{x0ic})^{n_{c}}$$
(2.30)

- для сжатия.

Здесь учтено, что при малых деформациях (меньше 5%) на участке кривой, где скорость ползучести убывает и частично там, где увеличивается, изменения напряжений $\sigma_{xi}(t)$ настолько малы, что их можно принять равными начальным напряжени-ям σ_{x0i} .

Делением уравнений (2.29), (2.30), соответствующих каждой i + k-й кривой ползучести, на уравнение i-й кривой ползучести, получаем линейно независимые отношения:

$$\frac{\varepsilon_{xpi+k}^{c}(t_{j})}{\varepsilon_{xpi}^{c}(t_{j})} = \left(\frac{\sigma_{x0pi+k}}{\sigma_{x0pi}}\right)^{n_{pi}}$$
(2.31)

– для растяжения и

$$\frac{\varepsilon_{xc\,i+k}^{c}(t_{j})}{\varepsilon_{xc\,i}^{c}(t_{j})} = \left(\frac{\sigma_{x0c\,i+k}}{\sigma_{x0c\,i}}\right)^{n_{ci}}$$
(2.32)

- для сжатия.

В результате статистической обработки каждого соотношения (2.31), (2.32) получим значения n_{pi} , n_{ci} . Общие показатели

$$n_p = \sum_{i=1}^{K_p} n_{pi}$$
(2.33)

- для растяжения и

$$n_c = \sum_{i=1}^{K_c} n_{ci}$$
(2.34)

– для сжатия, где K_p, K_c – количество кривых ползучести при растяжении и сжатии, будут средними их значениями.

Структуры функций $\Omega_p(t)$, $\Omega_c(t)$ получаем из отношений, подобных функциям податливости *i* - й кривой ползучести:

$$\frac{\varepsilon_{xpi}^{c}(t_{j})}{(\sigma_{x0pi})^{n_{p}}} = \Omega_{pi}(t_{j})$$
(2.35)

- для растяжения и

$$\frac{\varepsilon_{xci}^{c}(t_{j})}{(\sigma_{x0ci})^{n_{c}}} = \Omega_{ci}(t_{j})$$
(2.36)

– для сжатия, они дискретно задают соответствующие функции времени $\Omega_{pi}(t_j)$, $\Omega_{ci}(t_j)$ каждой *i*-той кривой ползучести. Их количество равно количеству K_p , K_c кривых ползучести для растяжения и сжатия. Функции времени $\Omega_p(t_j) = \sum_{i=1}^{K_p} \Omega_{pi}(t_j)$, $\Omega_c(t_j) = \sum_{i=1}^{K_c} \Omega_{ci}(t_j)$ получены путем осреднения функций (2.35), (2.36).

§3. Расчет времени разрушения.

Полученные дискретно заданные функции $\Omega_p(t_j)$, $\Omega_c(t_j)$ можно аппроксимировать степенной –

$$\Omega(t) = B_1 t^m, \qquad (3.1)$$

или линейной -

$$\Omega(t) = B_1 t , \qquad (3.2)$$

зависимостями. При этом определяем параметры приближения B_1 и *m*. Отметим, что в начальный момент t = 0 из уравнений (2.35), (2.36) следует, что $\Omega(0) = 0$. В случае степенной зависимости (3.1) время разрушения t_R определяется как

$$t_{R} = \left((1 - 2\mu)^{n-1} \frac{a^{n}}{B_{1}(\sigma_{x0})^{n}} \int_{0}^{1} \frac{dq}{(1/q - a)^{n}} \right)^{1/m}.$$
(3.3)

Для расчетов была принята линейная зависимость (3.2). В таком случае времена разрушения вычислены по формуле

$$t_{Rp} = (1 - 2\mu)^{n_p - 1} \frac{a^{n_p}}{B_{1p} (\sigma_{x0p})^{n_p}} \int_0^1 \frac{dq_p}{(1/q_p - a)^{n_p}}$$
(3.4)

- для растяжения и

$$t_{Rc} = (1 - 2\mu)^{n_c - 1} \frac{a^{n_c}}{B_{1c} (\sigma_{x0c})^{n_c}} \int_0^1 \frac{dq_c}{(1/q_c - a)^{n_c}}$$
(3.5)

- для сжатия.

Апробация моделей разрушения (2.15), (2.28) при растяжении и при сжатии, в случае линейной зависимости (3.2), проведена на задачах расчета времени разрушения стержней при различных уровнях нагрузок (1.1), вызывающих напряжения не превышающих предела пропорциональности σ_{ny} . Результаты расчетов сопоставлены с экспериментальными данными по длительному разрушению гладких цилиндрических прутков. В выражениях, определяющих время разрушения (3.5), коэффициент Пуассона μ определен из стандартного испытания на упругость при одноосном растяжении цилиндрического образца. Характеристические параметры ползучести B_{1p} , B_{1c} , n_p , n_c , входящие в уравнения (3.4), (3.5) определены из стандартных испытаний на ползучесть при постоянной температуре θ_i . В испытаниях неизменными являются напряжения в той части эксперимента, где скорость ползучести убывает или остается постоянной.

Кривые ползучести были обработаны с соответствующими начальными напряжениями σ_{x0pi} , σ_{x0ci} при заданных температурах. Показатели n_p , n_c получены путем осреднения по описанной методике, в основе которой положены соотношения (2.31), (2.32). Используя известные показатели n_p , n_c , определены дискретные значения функции времени (2.35), (2.36) для каждой температуры θ_i . Характер поведения позволил аппроксимировать их прямой линией (3.2). При этом были определены константы B_{1p} , B_{1c} как средние значения констант B_{1pi} , B_{1ci} по каждой функции времени $\Omega_{pi}(t_i)$.



В случае растяжения использованы кривые ползучести (рис. 1 – 2) образцов, изготовленных из жаропрочного сплава ЭИ826 на хромоникелевой основе [1, 12]. Цифры у кривых на рисунках – значения напряжений в кгс/мм². Диаметр прутков составлял 45 мм. Обрабатывались кривые с начальными напряжениями $\sigma_{xp01} = 20 \,\mathrm{krc}/\mathrm{MM}^2$, $\sigma_{xp02} = 25 \,\mathrm{krc}/\mathrm{MM}^2$, $\sigma_{xp03} = 26 \,\mathrm{krc}/\mathrm{MM}^2$, $\sigma_{xp04} = 28 \,\mathrm{krc}/\mathrm{MM}^2$ при температуре нагрева $\theta = 800 \,\mathrm{^\circ C}$ (рис. 1). При температуре нагрева $\theta = 900 \,\mathrm{^\circ C}$ (рис. 2) обрабатывались кривые с начальными напряжениями $\sigma_{xp01} = 10 \,\mathrm{krc}/\mathrm{MM}^2$ и $\sigma_{xp02} = 11 \,\mathrm{krc}/\mathrm{MM}^2$. Значения материальной константы и полученных путем обработки кривых ползучести по указанной методике (параметр B_{1p} и показатель n_p) для сплава ЭИ826 приведены в табл. 1.

Таблица 1

Материал	<i>T</i> , °C	$\sigma_{_{nu}}$, МПа	μ	B_{1p} , 10^8 час ⁻¹ (м ² /МН) ⁿ	n_p
Жаропроч- ный сплав ЭИ826	700	539,550	0,3	$0,43 \cdot 10^{-15}$	1,52
	800	441,450	0,3	$0,999 \cdot 10^{-21}$	2,24
	900	309,015	0,3	$0,73 \cdot 10^{24}$	2,69

T C	_
Lannua	
таолина	- 4

Материал	<i>T</i> , ℃	$\sigma_{\scriptscriptstyle ny}$, МПа	μ	Е, МПа	B_{1c}	n _c
Жаропрочный сплав ЭИ437Б					$10^8 \text{vac}^{-1} (\text{m}^2/\text{MH})^n$	
	750	309,015	0,3	14500	$0,31 \cdot 10^{-62}$	7,08

Для сжатия исследование выполнено на образцах, изготовленных из жаропрочного сплава ЭИ437Б на хромоникелевой основе в виде цилиндрических прутков диаметром 32 мм [7]. Были обработаны (рис. 3) четвертая и пятая кривые ползучести с на-



чальными напряжениями $\sigma_{xc04} = 45 \text{ кгс/мm}^2$ и $\sigma_{xc05} = 50 \text{ кгс/мm}^2$ при заданной температуре $\theta = 750^{\circ}\text{C}$. Цифры у кривых на рис. 3 – значения напряжений в кгс/мм². Значения материальной константы и полученные путем обработки кривых ползучести по указанной методике параметр B_{1c} и показатель n_c для сплава ЭИ437Б приведены в табл. 2. На рис. 4, 5 в логарифмических координатах представлены результаты расчетов времени разрушения цилиндрических прутков из сплава ЭИ826 при растяжении (штриховые линии). Температуры нагрева прутка – $\theta = 800^{\circ}$ С и $\theta = 900^{\circ}$ С, соответственно. Расчеты выполнены по формуле (3.4).

На этих рисунках (в виде круглых точек) также приведены экспериментальные данные времени разрушения этого сплава. Расчеты показывают несколько большее охрупчивание материала, чем происходит в экспериментах. Возможно, это связано с изменением коэффициента Пуассона, которое не учитывает предложенная модель.

На рис. 6 в логарифмических координатах в виде штриховой линии нанесены результаты расчетов времени разрушения t_{Rc} цилиндрических прутков из сплава ЭИ437Б при сжатии, выполненные по формуле (3.5). Температура нагрева прутка – θ = 750°C. В виде круглых точек на этом же рисунке приведены экспериментальные данные времени разрушения сплава ЭИ437Б.

Заключение.

Расчеты по модели разрушения (рис.4) при растяжении сплава ЭИ826 показывают, что прямая времен расчетного разрушения лежит в области действительных разрушений, но имеет иной угол наклона. При температуре 800 градусов для получения неизвестных, показателя и функции времени, были использованы данные всех стадий всех кривых ползучести; линия расчетного времени разрушения в этом случае наклонена по отношению к линии расположения экспериментальных точек под наибольшим углом. При температуре 900 градусов, как видно на рис. 5, угол наклона линии уменьшился, при этом обрабатывались только две кривые ползучести, не имеющие третьей стадии.

В случае сжатия (рис. 6) имеет место совпадение угла наклона прямой расчетных времен разрушения и соответствующей линии расположения











экспериментальных данных, скорее потому, что обрабатывались кривые ползучести, состоящие, в основном, из третьей ускоренной стадии, которая предшествует разрушению; но, несмотря на это, расчетные времена разрушения оказались несколько удаленными от области действительных разрушений. Таким образом, наилучшие совпадения расчетов и эксперимента имеют место, когда неизвестные показатель и функция определены при обработке кривых ползучести, где скорость ползучести постоянная.

Возможно, эти неточности также связаны с принятыми упрощениями задач, состоящие в том, что не учитывалась относительно малая величина скорости упругой деформации по сравнению с большой величиной скорости деформации ползучести.

В целом имеется удовлетворительное количественное совпадение, что свидетельствует о достаточной эффективности предложенных моделей. Р Е З Ю М Е. Запропоновано моделі руйнування, в основу яких покладено: для розтягу – зростання щільності матеріалу, а для стиску – зменшення несучої маси речовини в процесі повзучості. Швидкості деформацій повзучості моделюються за допомогою найбільш розповсюдженого варіанту теорії течії. Аналітичним шляхом отримано рівняння, однакове для кожного випадку, що зв'язує коефіцієнт Пуасона, функцію часу та реологічний параметр. Для двох останніх запропоновано алгоритм їх визначення з експериментів на повзучість. Розрахункові значення часу крихкого руйнування жаростійких сплавів якісно і задовільно кількісно узгоджуються з даними експериментів.

- Булыгин И.П. и др. Атлас диаграмм растяжения при высоких температурах, кривых ползучести и длительной прочности сталей и сплавов для двигателей. – М.: Гос. изд-во оборонной промышленности, 1957. – 173 с.
- 2. Гузь А.Н. Основы механики разрушения композитов при сжатии: В 2-х т.; Т.1. К.: Литера, 2008. 736 с.
- 3. Голуб В.П., Тетерук Р.Г К расчету длительной прочности на основе модели вязкого разрушения Хоффа // Пробл. прочности. – 1993. – №2. – С. 26 – 34.
- 4. Голуб В.П., Романов А.В. О кинетике поврежденности изотропных материалов в условиях ползучести // Прикл. механика. 1989. **25**.–№ 12. С. 107 115.
- Кобзарь Ю.М., Кобзарь А.Ю. Модель хрупкого разрушения стержней в условиях ползучести при растяжении // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Сб. докл. 2–й Всерос. конф., Новосибирск, 5 – 6 апреля 2011г. – Новосибирск: Издательство НГАСУ, 2011. – С. 162 – 169.
- Кобзарь Ю.М. Модель хрупкого разрушения конструкционных материалов при сжатии в условиях длительной ползучести // Авиационно-космическая техника и технологии. – 2014. – № 7(114). – С.132 – 136.
- 7. Лепин Г.Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. М.: Металлургия, 1976. 344 с.
- Bogdanov V.L., Guz A.N., Nazarenko V.M. Spatial Problems of the Fracture of Materials Loarded Along Cracks (Review) // Int. Appl. Mech. –2015. – 51, N 5. – P. 489 – 560.
- Christensen R.M. Theory of viscoelasticity. An Introduction. New-York: Academic Press Inc, 1971. 338 p.
- Davenport C.C. Correlation of creep and relaxation properties of copper // J. Appl. Mech. 1938. 5, N 2. – P. 55 – 60.
- 11. Evans H.E. Mechanisms of Creep Fracture. Amsterdam: Elsevier Applied Science Publishing, 1984. 389 p.
- Findley W.N., Lai J.S., Onaran K. Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials with an Inroduction to Linear Viscoelasticity. North-Holland series in Applied Mathematical and Mechanics. – Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1976. – 18. – 367 p.
- Garofalo F. Fundamentals of Creep and Creep-Rupture in Metals, McMillan Series in Materials Science, McMillan. – New York, 1965. – 432 p.
- 14. Golub V.P., Ragulina V.S. Fernati P.V. Determining the Parameters of the Hereditary Kernels of Nonlinear Viscoelastic Isotropic Materials in Torsion // Int. Appl. Mech. – 2015.– **51**, N 2. – P. 196 – 206.
- Griffith A.A. The phenomena of rupture and flow in solids // Phil. Trans. Roy. Soc. Ser. A. 1920. 221. – P. 163 – 198.
- Odqvist Folke K.G. Mathematical Theory of Creep and Creep Rupture // Second Edition. Oxford: At larendon Press, 1974. – 200 p.
- Orowan E.O. Fundamentals of brittle behavior in metals // Symp. "Fatigue and Fracture of Metals". N.Y.: Willey, 1952. – P. 139 – 167.
- Rabotnov Y.N. Creep problem in structural members. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1969. – 822 p.

Поступила 27.07. 2016

Утверждена в печать 14.03.2017