

Н. П. Подчасов

**НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ,
РАСПОЛОЖЕННОЙ В ЖЕСТКОЙ ТРУБЕ И ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ
С ПОТОКАМИ ЖИДКОСТИ ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ
ДАВЛЕНИЯ ВО ВНУТРЕННЕМ ПОТОКЕ**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: nikolay.podchasov@ukr.net*

Abstract. A technique of analysis of the non-stationary vibrations of cylindrical shells interacting with external and internal flow of liquid is proposed for the case of action of the constant external and internal pressure of liquid. It is assumed that the internal pressure is subjected of influence of the finite harmonic type disturbance, that is lineary decreasing longwise the shell length. Using this technique, the numerical analysis of transient dynamical processes in the system «shell-liquid» is carried out for the different values of disturbance parameters.

Key words: cylindrical shell, ideal incompressible fluid, non-stationary processes, tube.

Введение.

Изучению динамики трубопроводов, транспортирующих жидкость, посвящены работы многих отечественных и зарубежных ученых. Трубопроводы являются составными элементами различных современных энергетических и транспортных систем. При исследовании специфики нелинейных колебаний отдельных элементов трубопроводов многие авторы [1 – 6, 8, 10 – 22 и др.] успешно используют их оболочечную модель, которая позволяет существенно понизить размерность математической задачи и при этом устанавливать характерные особенности тех или иных колебательных процессов.

Классическая теория оболочек для описания трубопроводных элементов применена, например, в указанных работах при изучении различных аспектов колебаний конструкций и возможной потери их устойчивости. При этом рассмотрены разные типы возмущений, которые могут действовать в реальных эксплуатационных условиях. Среди них отметим такие: пульсации давления или скорости течения жидкости в трубе, а также действие внешних нагрузок, тем или иным образом распределенных по поверхности оболочки или по ее кромкам. При этом предполагается, что внешние возмущения описываются гармоническими или квазигармоническими с медленно изменяющимися во времени функциями, время действия которых априори не ограничено. Основное внимание уделено анализу амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) установившихся колебательных процессов, полученных с помощью одночастотного метода усреднения.

Данная статья относится к исследованиям, начало которых положено в [10, 11, 18 – 21, 23]. В этой статье объект изучения и методика исследования аналогичны тем, которые рассмотрены в [22], но колебания оболочки индуцируются внешними возмущениями давления в потоке жидкости, протекающей в ней, а не торцевыми сжимающими усилиями.

§1. Объект исследования. Основные предположения.

Рассмотрим свободно опертую на торцах круговую цилиндрическую, в общем случае, ортотропную оболочку длины L , радиуса R , плотности ρ и толщины h , внутри которой под действием давления P в продольном направлении со скоростью $U(t)$ протекает жидкость. Оболочка коаксиально расположена внутри жесткой трубы радиуса $R1$. В трубе под действием давления $P1$ в продольном направлении течет жидкость со скоростью $U1(t)$. Предполагаем, что жидкости внутреннего и внешнего потоков являются несжимаемыми, невязкими, изэнтропическими, имеют плотности ρ_0 и ρ_1 , соответственно, а их течения – потенциальны. За положительное направление отсчета прогиба оболочки $w(x, y, t)$ примем направление нормали к срединной поверхности оболочки к центру ее кривизны (рис. 1).

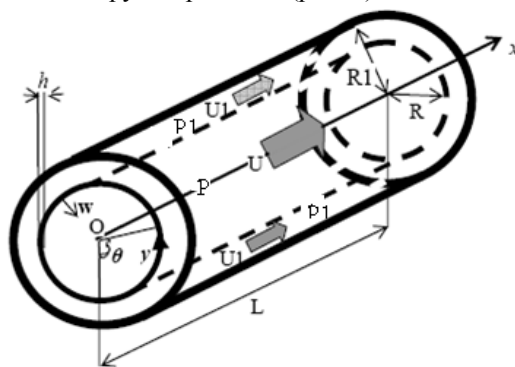


Рис. 1

Внутреннее давление P рассматривается как результат наложения давления $P_{вн}(t, x)$, создаваемого внешним источником перепада давлений на входе (при $x = 0$) и выходе из оболочки (при $x = L$), а также давления $P_{об}(t, x, y)$, обусловленного колебаниями оболочки. В отношении $P_{вн}(t, x)$ предполагаем, что оно состоит из постоянного рабочего давления P_p , при котором в покоящейся оболочке жидкость протекает со скоростью U_p , и возмущений давления $\Delta P(t, x)$. Таким образом, использовано представление

$$P = P_{вн}(t, x) + P_{об}(t, x) = P_p + \Delta P(t, x) + P_{об}(t, x). \quad (1.1)$$

Принято также, что перепад давления во внешнем потоке не подвержен возмущениям, в силу чего аналогично (1.1) имеет место такое равенство:

$$P1(t, x) = P1_p + P1_{об}(t, x), \quad (1.2)$$

где $P1_p$ – постоянное рабочее давление во внешнем потоке; $U1_p$ – постоянная скорость течения в нем; $P1_{об}(t, x)$ – давление, обусловленное колебаниями оболочки.

Нестационарные колебания оболочки индуцируются финитными, действующими на интервале времени $[t_1, t_2]$ и линейно убывающими с ростом продольной координаты x возмущениям и давления вида

$$\Delta P(t, x) = [kP_p - a(t)x/L]g(t), \quad (1.3)$$

где $g(t)$ – безразмерная функция времени, определяющая характер изменения возмущений во времени; $k \leq 1$ – постоянный безразмерный коэффициент; $kP_p g(t)$ – величина возмущения давления на входе в оболочку; $a(t)g(t)$ – потеря возмущенного давления на всей длине оболочки как функция времени.

Зависимость $a(t)$ определяется согласно формуле

$$a(t) = \lambda \frac{L}{2R} \frac{\rho_0 U^2(t)}{2}, \quad (1.4)$$

которая аналогична известному выражению Дарси – Вейсбаха [9], для потерь напора, связанных с преодолением сил трения при течении в трубе, с заменой в этом выражении среднего значения скорости течения на его текущее значение $U(t)$. Безразмерный коэффициент гидравлического трения λ зависит от многих физических характеристик оболочки и типа течения жидкости в ней. В соответствии с данными, приведенными в [9], для случая полиэтиленовой оболочки, использованной ниже при проведении численных экспериментов, значение λ вычислено по формуле $\lambda = 0,5 / [\lg^2(3,7 \times 2R / \xi_s)]$, где величина нормативной эквивалентной шероховатости $\xi_s = 0,04$ мм.

Эволюция возмущений определяется характером изменений режимов работы технических устройств, создающих перепад давлений на входе и выходе оболочки. Во многих случаях в конце интервала времени действия возмущений $[t_1, t_2]$ параметры внутреннего потока принимают свои рабочие значения P_p, U_p . При $t \in [t_1, t_2]$ абсолютная величина флуктуации давления, возрастая в начале и совершив определенное число промодулированных колебаний, обнуляется в конце интервала. Поэтому в работе рассмотрен следующий закон изменения функции $g(t)$:

$$\text{если } t \in [t_1, t_2], \text{ то } g(t) = \sin[\chi \pi (t - t_1) / \Delta_t] \sin[\Lambda(t - t_1)], \text{ иначе } g(t) = 0. \quad (1.5)$$

Здесь Λ – частота основной гармонической составляющей (далее просто частота); $\Delta_t = t_2 - t_1$ – длительность интервала времени, на котором действуют возмущения; $\chi \pi / \Delta_t$ – частота модулирующей гармонической составляющей возмущений давления; χ – натуральное число.

Явный вид $g(t)$, как будет показано ниже, позволяет аналитически определить из решения соответствующего дифференциального уравнения скорость $U(t)$.

Наглядное представление об изменении возмущения давления во времени и пространстве в случае, когда функции $\Delta P(t, x)$ и $g(t)$, определенные соотношениями (1.3) – (1.5), имели следующие значения параметров: $t_1 = 5$ с; $\Delta_t = 10$ с; $\chi = 1$; $k = 1/2$; $P_p = 19025$ Па; $P_{1p} = 125$ Па; $\Lambda = 3\pi / \Delta_t$ (рис. 2).

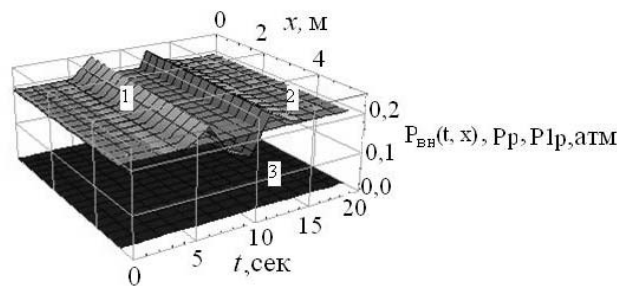


Рис. 2

На нем для сравнения, кроме поверхности 1, иллюстрирующей поведение функции $P_{вн}(t, x) = P_p + \Delta P(t, x)$, изображены также плоскости 2 и 3, соответствующие постоянным рабочим давлениям P_p и P_{1p} . Заметим, что далее для удобства графи-

ческого отображения результатов исследований величины давлений измерены в атмосферах ($\text{атм} \approx 10^5 \text{ Па}$), а частот – в герцах ($\text{Гц} = 2\pi \text{ рад/сек}$).

§2. Основные уравнения, описывающие динамику объекта исследований.

При исследовании нестационарных динамических процессов в рассматриваемой гидроупругой системе в работе применены следующие основные теоретические положения. Исходные динамические уравнения оболочек, взаимодействующей с потоками жидкости, записаны в смешанной форме [1, 2, 5, 6, 14]

$$\frac{1}{h} \nabla_D^4 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \varepsilon \rho \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{(P-P1)}{h};$$

$$\nabla_\delta^4 \Phi = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (2.1)$$

Здесь и далее использованы традиционные в теории ортотропных оболочек обозначения [2, 6]: ρ – плотность материала оболочки; ε – коэффициент конструкционного демпфирования; E_1, E_2 – модули упругости в направлении осей x и y , соответственно; μ_1, μ_2 – коэффициенты Пуассона ($E_1 \mu_2 = E_2 \mu_1$); $\delta_{1,2} = E_{1,2}^{-1}$; G – модуль сдвига; $2\delta_3 = \frac{1}{G} - \frac{2\mu_1}{E_1}$; $D_G = \frac{Gh^3}{12}$; $D_{1,2} = \frac{E_{1,2}h^3}{12(1-\mu_1\mu_2)}$; $D_3 = D_1\mu_2 + 2D_G$; $\nabla_D^4 = D_1 \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4}{\partial y^4}$; $\nabla_\delta^4 = \delta_2 \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\delta_3 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \delta_1 \frac{\partial^4}{\partial y^4}$; $P, P1$ – гидродинамические давления, соответственно, во внутреннем и внешнем потоках.

Давления P и $P1$ определены из интеграла Лагранжа – Коши, который в случае потенциального течения несжимаемой жидкости при отсутствии объемных сил, определен следующим образом [7]: $\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\text{grad}^2 \varphi}{2} + \frac{p}{\rho} = f(t)$. Потенциалы скоростей внутреннего $\varphi(x, r, \theta, t)$ и внешнего $\varphi1(x, r, \theta, t)$ потоков определены в таком виде:

$$\varphi(x, r, \theta, t) = xU(t) + \Psi(x, r, \theta, t); \quad \varphi1(x, r, \theta, t) = xU1(t) + \Psi1(x, r, \theta, t). \quad (2.2)$$

Поскольку $y = R\theta$, то ψ и $\psi1$ получены из решений, представленных в цилиндрических координатах x, r, θ , следующих линейных краевых задач:

$$\nabla^2 \varphi = 0; \quad \psi|_{r=0} < \infty; \quad \frac{\partial \psi}{\partial r}|_{r=R-h/2} = - \left[\frac{\partial w}{\partial t} + U(t) \frac{\partial w}{\partial x} \right];$$

$$(0 \leq r \leq R-h/2; 0 \leq x \leq L; 0 \leq \theta \leq 2\pi); \quad (2.3)$$

$$\nabla^2 \varphi1 = 0; \quad \psi1|_{r \rightarrow \infty} < \infty; \quad \frac{\partial \psi1}{\partial r}|_{r=R+h/2} = - \left[\frac{\partial w}{\partial t} + U1(t) \frac{\partial w}{\partial x} \right];$$

$$(R+h/2 \leq r < \infty; 0 \leq x \leq L; 0 \leq \theta \leq 2\pi),$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$. В такой (упрощенной) постановке, когда нелинейностями в представлении граничных условий и давления на границах раздела жидкой среды пренебрегаем, аналогичные задачи рассмотрены в работах [10 – 13, 18, 23]. В них было показано, что такое пренебрежение допустимо в силу малости пере-

мещений частиц жидкости, которые имеют порядок толщины оболочки, вблизи ограничивающих поверхностей. При этом полученные теоретические результаты вполне согласуются с данными экспериментов. Линейность краевых задач позволяет получить их точные решения при заданном виде прогиба.

Проиллюстрируем технику вычисления гидродинамических характеристик потоков на примере их определения для внутреннего потока. Для внешнего потока она аналогична и более простая, поскольку отсутствуют возмущения давления. Потенциал $\Psi(x, r, \theta, t)$ задает возмущения скорости жидкости, индуцируемые колебаниями поверхности оболочки, которые малы. Поэтому в интеграле Лагранжа – Коши можно пренебречь членами второго порядка малости $(\partial\Psi/\partial x)^2, (\partial\Psi/\partial y)^2, (\partial\Psi/\partial z)^2$ и записать его с учетом (1.1) так:

$$\frac{P_{o\delta}}{\rho_0} + \frac{\partial\Psi}{\partial t} + U(t)\frac{\partial\Psi}{\partial x} + \frac{P_{вн}}{\rho_0} + x\frac{dU}{dt} + \frac{1}{2}U^2(t) = f(t).$$

Последнее уравнение удовлетворяется при выполнении таких условий:

$$\frac{P_{o\delta}}{\rho_0} + \frac{\partial\Psi}{\partial t} + U(t)\frac{\partial\Psi}{\partial x} = 0; \quad (2.4)$$

$$\frac{P_{вн}}{\rho_0} + x\frac{dU}{dt} + \frac{1}{2}U^2(t) = f(t). \quad (2.5)$$

На основании (1.1), (1.3) и (1.4), полагая произвольную функцию времени $f(t) = \frac{P_p}{\rho_0} + \frac{1}{2}U^2(t)$, из равенства (2.5) получаем дифференциальное уравнение, которому должна удовлетворять скорость $U(t)$, т.е.

$$\frac{dU(t)}{dt} = \frac{a(t)}{L\rho_0}g(t) = \frac{\lambda U^2(t)}{4R}g(t). \quad (2.6)$$

Ограничиваясь, как и в работе [11], в выражении для давления членами порядка w , на основании (2.4) имеем

$$P_{o\delta} = -\rho_0 \left(\frac{\partial\Psi}{\partial t} + U(t)\frac{\partial\Psi}{\partial x} \right). \quad (2.7)$$

Поскольку возмущения внешнего потока по предположению отсутствуют и возмущения скорости в нем от колебаний оболочки малы, то аналогично можно записать

$$P1_{o\delta} = -\rho_1 \left(\frac{\partial\Psi_1}{\partial t} + U1_p \frac{\partial\Psi_1}{\partial x} \right). \quad (2.8)$$

Как и в [11], здесь использована семичленная аппроксимация динамического прогиба оболочки, удовлетворяющего условиям «классического» свободного опирания следующего вида:

$$w(x, y, t) = [f_1(t)\cos sy + f_2(t)\sin sy]\sin l_1x + [f_3(t)\cos sy + f_4(t)\sin sy]\sin l_2x + f_5(t)\sin l_1x + f_6(t)\sin l_2x + f_7(t)\sin l_3x. \quad (2.9)$$

Здесь $f_k(t)$ ($k=1, \dots, 7$) – подлежащие определению функции времени; $\lambda_1 = \pi/L$; $\lambda_2 = 2\pi/L$; $\lambda_3 = 3\pi/L$; $s = n/R$ – параметры волнообразования (n – количество полных окружных волн). Последние три слагаемых в (2.9) определяют осесимметричную составляющую прогиба.

§3. Методика численного исследования переходных процессов.

В результате подстановки (1.1) – (1.3), (2.9) в уравнения (2.1) и реализации процедуры Бубнова – Галеркина получена система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений для определения неизвестных функций $f_k(t)$. В общем случае данная система имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & \ddot{f}_j + \varepsilon_j \dot{f}_j + [\omega_1^2 + \alpha_{01}U(t)^2 + \alpha_{11}U1(t)^2]f_j + f_{j+2} \left[\gamma_{01} \frac{dU(t)}{dt} + \gamma_{11} \frac{dU1(t)}{dt} \right] + \\
 & + \frac{df_{j+2}}{dt} [\beta_{01}U(t) + \beta_{11}U1(t)] = F_j(f_1, \dots, f_7) \quad (j = 1, 2); \\
 & \ddot{f}_j + \varepsilon_2 \dot{f}_j + [\omega_2^2 + \alpha_{02}U(t)^2 + \alpha_{12}U1(t)^2]f_j + f_{j-2} \left[\gamma_{02} \frac{dU(t)}{dt} + \gamma_{12} \frac{dU1(t)}{dt} \right] + \\
 & + \frac{df_{j-2}}{dt} [\beta_{02}U(t) + \beta_{12}U1(t)] = F_j(f_1, \dots, f_7) \quad (j = 3, 4); \\
 & \ddot{f}_5 + \varepsilon_5 \dot{f}_5 + [\omega_5^2 + \alpha_{05}U(t)^2 + \alpha_{15}U1(t)^2]f_5 + \\
 & + f_6 \left[\beta_{05} \frac{dU(t)}{dt} + \beta_{15} \frac{dU1(t)}{dt} \right] / 2 + f_7 \left[\gamma_{05} \frac{dU(t)}{dt} + \gamma_{15} \frac{dU1(t)}{dt} \right] / 2 + \\
 & + \frac{df_6}{dt} [\beta_{05}U(t) + \beta_{15}U1(t)] + \frac{df_7}{dt} [\gamma_{05}U(t) + \gamma_{15}U1(t)] = F_5(P_p, P1_p, a, g, f_1, \dots, f_7) ; \\
 & \ddot{f}_6 + \varepsilon_6 \dot{f}_6 + [\omega_6^2 + \alpha_{06}U(t)^2 + \alpha_{16}U1(t)^2]f_6 + f_5 \left[\beta_{06} \frac{dU(t)}{dt} + \beta_{16} \frac{dU1(t)}{dt} \right] / 2 + \\
 & + f_7 \left[\gamma_{06} \frac{dU(t)}{dt} + \gamma_{16} \frac{dU1(t)}{dt} \right] / 2 + \frac{df_5}{dt} [\beta_{06}U(t) + \beta_{16}U1(t)] + \\
 & + \frac{df_7}{dt} [\gamma_{06}U(t) + \gamma_{16}U1(t)] = F_6(P_p, P1_p, a, g, f_1, \dots, f_7); \\
 & \ddot{f}_7 + \varepsilon_7 \dot{f}_7 + [\omega_7^2 + \alpha_{07}U(t)^2 + \alpha_{17}U1(t)^2]f_7 + f_5 \left[\beta_{07} \frac{dU(t)}{dt} + \beta_{17} \frac{dU1(t)}{dt} \right] / 2 + \\
 & + f_6 \left[\gamma_{07} \frac{dU(t)}{dt} + \gamma_{17} \frac{dU1(t)}{dt} \right] / 2 + \frac{df_5}{dt} [\beta_{07}U(t) + \beta_{17}U1(t)] + \\
 & + \frac{df_6}{dt} [\gamma_{07}U(t) + \gamma_{17}U1(t)] = F_7(P_p, P1_p, a, g, f_1, \dots, f_7) ,
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

где $\alpha_{0i}, \alpha_{1i}, \beta_{0i}, \beta_{1i}, \gamma_{0i}, \gamma_{1i}, \omega_i, \varepsilon_i$ – постоянные коэффициенты, известным образом выражающиеся через физические параметры оболочки, а $F_j(P_p, P1_p, a, g, f_1, \dots, f_7)$ – определенные полиномы третьего порядка относительно переменных $f_k(t)$.

Общее решение дифференциального уравнения (2.6), с учетом (1.5), имеет вид

$$U(t) = \{C + \lambda \Delta_t \sin[(t - t_1)(\Lambda \Delta_t + \pi \chi) / \Delta_t] \times \\ \times [(\pi \chi + \Lambda \Delta_t)^{-1} + (\pi \chi - \Lambda \Delta_t)^{-1}] / 8R\}^{-1}, \text{ если } t \in [t_1, t_2], \text{ иначе } U(t) = \text{const.} \quad (3.2)$$

Значения постоянной C в (3.2) определяются из условия $U(t_1) = U_p$.

Путем дифференцирования (3.2) получены явные выражения для $dU(t)/dt$, а $dU(t)/dt \equiv 0$ по предположению. Величины рабочих скоростей вычислялись по формулам $U_p = \sqrt{2P_p / \rho_0}$ и $U_{1p} = \sqrt{2P_{1p} / \rho_1}$, которые соответствуют случаю свободного истечения жидкостей из покоящихся труб под действием рабочих давлений.

Изменения во времени возмущенных рабочего давления, рабочей скорости и ускорения иллюстрируют графики, представленные на рис. 3 для случая, когда $t_1 = 5$ с, $\Delta_t = 10$ с, $\chi = 1$, $P_p = 19025$ Па.

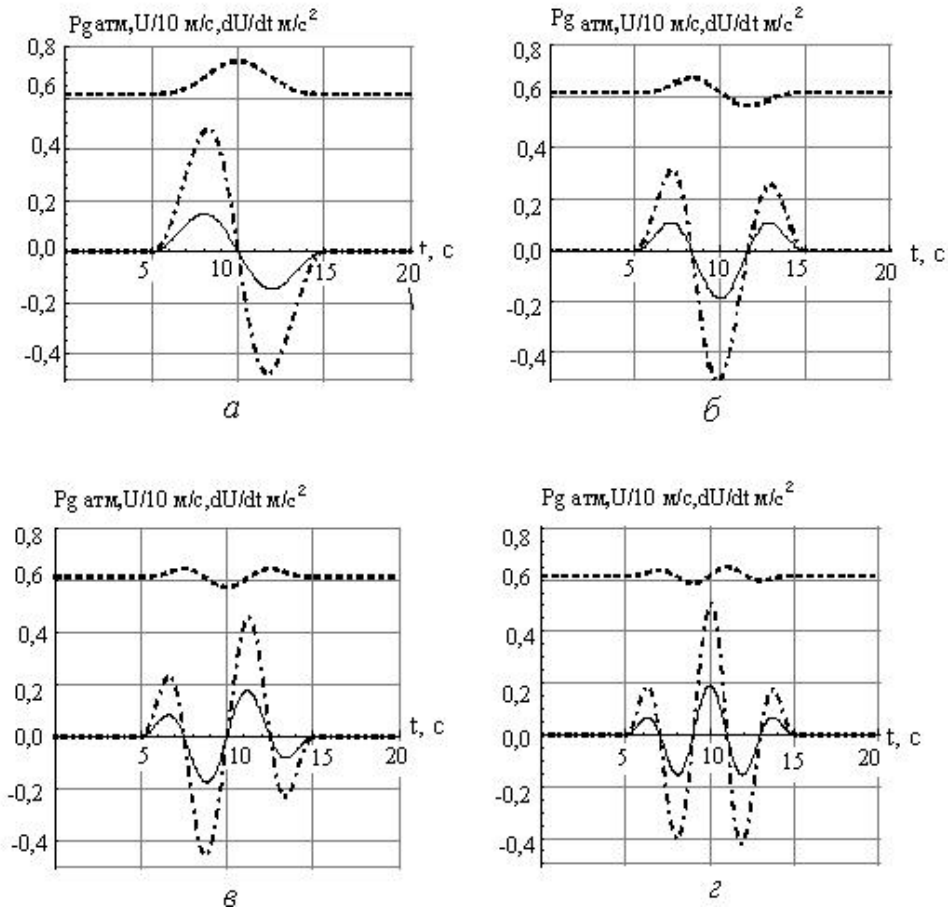


Рис. 3

На нем сплошные кривые описывают поведение измеряемого в атмосферах давления $P_p g(t)$; пунктирные кривые – поведение $U(t)/10$, а штрих-пунктирные кривые – поведение ускорения $dU(t)/dt$. Рис. 3, а – г получены для значений $\Lambda = l\pi / \Delta_t$ при

$l = 2, \dots, 5$, соответственно. Как видно, такой выбор величин Λ обеспечивает возвращение давления и скорости в момент окончания действия возмущений к своим рабочим значениям.

Система (3.1) была приведена к форме Коши, после чего численно интегрировалась с учетом выражений для скоростей и давлений при следующих начальных условиях:

$$\text{при } t = t_0 = 0: f_i(t_0) = 0; \frac{df_i}{dt} = h \text{Sign}(P_{1p} - P_p) \text{ м/с } (i = 1, \dots, 7). \quad (3.3)$$

Условия (3.3) соответствуют предположению, что в начальный момент оболочка была недеформированной и имела некоторую тенденцию к возбуждению колебаний прогиба по всем продольным модам с преимущественным его выпучиванием в направлении потока, где давление больше.

Влияние значений параметров возмущений внутреннего давления на характеристики нестационарных колебаний оболочки исследованы путем анализа эволюций на интервале времени $[t_0, T]$ ее безразмерного прогиба $w(x, y, t)/h$. При этом численно определены значения момента времени t_{max} и координат X_{max}, Y_{max} , при которых прогиб достигает своих максимальных значений, а также момента времени t_{min} и координат X_{min}, Y_{min} , при которых он минимален. Безразмерные величины $\text{Max } w/h = w(X_{max}, Y_{max}, t_{max})/h$ и $\text{Min } w/h = w(X_{min}, Y_{min}, t_{min})/h$ являются определенными обобщенными численными оценками характеристик всего переходного колебательного процесса на интервале времени $[t_0, T]$.

§4. Числовые результаты и их анализ.

Расчетной моделью оболочки служила труба-оболочка ПНД марки SDR-41 со следующими параметрами: $L = 5\text{ м}$; $R = 0,4\text{ м}$; $h = 0,0196\text{ м}$; $\rho = 950\text{ кг/м}^3$; $E_1 = E_2 = 0,87 \cdot 10^9\text{ Па}$; $\mu_1 = \mu_2 = 0,4$; $G = E_1/[2(1 + \mu_1)]\text{ Па}$. Представленные ниже результаты расчетов получены для случая, когда $R_1 = 1,5R\text{ м}$; $\rho_1 = \rho_0 = 1000\text{ кг/м}^3$; $t_1 = 5\text{ с}$; $\varepsilon = 0,1\text{ с}^{-1}$; $n = 3$; $\chi = 1$.

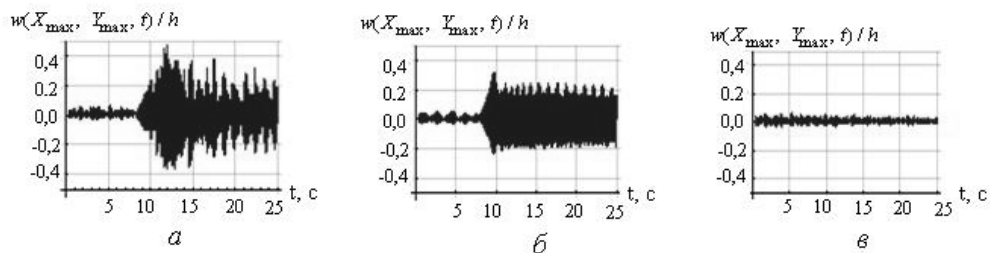


Рис. 4

На рис. 4 представлены графики эволюции безразмерного прогиба $w(X_{max}, Y_{max}, t)/h$, вычисленного в точке оболочки с координатами $x = X_{max}, y = Y_{max}$. Они иллюстрируют изменения характера колебаний оболочки в зависимости от значений частоты возмущений внутреннего давления Λ в случае, когда $P_p = 19025\text{ Па}$; $U_p = 6,17\text{ м/с}$; $P_{1p} = 125\text{ Па}$; $U_{1p} = 0,5\text{ м/с}$; $\Delta_t = 10\text{ с}$. Рис. 4, а – в получены при значениях $\Lambda = l\pi/\Delta_t$ $l = 2, 3, 4$, соответственно. Данные рис. 4 показывают, что в рассмотренных случаях с увеличением частоты Λ наблюдается тенденция к уменьшению абсолютных значений экстремальных прогибов оболочки. Как показано ниже, эта тенденция, в общем, сохраняется и при других значениях рабочих давлений и частот.

Наглядное представление о пространственно-временном распределении безразмерного прогиба оболочки на ее образующей $y = Y_{max}$ ($0 \leq x \leq L$) дает рис. 5, а. Рис. 5, б иллюстрирует аналогичное распределение прогиба в точках поперечного сечения оболочки $x = X_{max}$ ($0 \leq y \leq 2\pi R/n$). Картина изменения прогиба в зависимости от пространственных координат $x \in [0, L]$ и $y \in [0, 2\pi R/n]$ в момент времени $t = t_{max}$ представлена на рис. 5, в. Данные рисунки свидетельствуют о том, что при действии финитных возмущений давления нестационарная деформированная поверхность оболочки имеет весьма сложный рельеф. Это обстоятельство существенно усложняет численное определение глобальных экстремумов функции $w(x, y, t)$ в области $\{0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq 2\pi R, t_0 \leq t \leq T\}$.

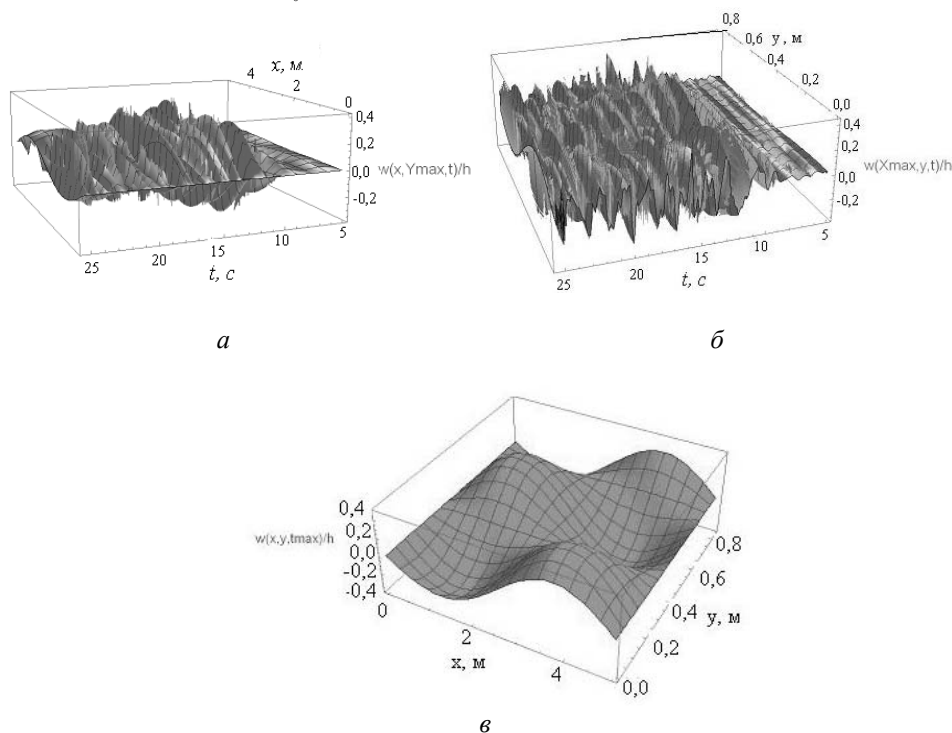


Рис. 5

С целью исследования влияния величин рабочего давления, частоты и продолжительности возмущений на обобщенные характеристики нестационарных колебаний оболочки проведены серии численных экспериментов, в которых система (3.1) интегрирована при определенных значениях P_p , Λ , Δ_t и для каждого переходного процесса определены соответствующие значения $\text{Max } w/h$ и $\text{Min } w/h$. Результаты таких экспериментов, когда $P1_p = 125$ Па и $U1_p = 0,5$ м/с, представлены на рис. 6, а, б, где верхние точки соответствуют значениям $\text{Max } w/h$, а нижние – $\text{Min } w/h$. На рис. 6, б переменная P_p изменялась от значения $P_p = 15025$ Па с шагом $P_p = 10000$ Па до значения $P_p = 19025$ Па. В случае рис. 6, а вычисления проведены также и для $P_p = 19150$ Па. При этом были заданы следующие дискретные значения: $\Lambda = l\pi / \Delta_t$ ($l = 2, \dots, 6$) частоты возмущений Λ , и рассматривались две длительности возмущений $\Delta_t = 20$ с (рис. 6, а) и $\Delta_t = 10$ с (рис. 6, б).

Представленные графики свидетельствуют о следующем: при фиксированной частоте Λ $\text{Max } w/h$, как функции P_p , имеют тенденцию возрастать с ростом P_p , а функции $\text{Min } w/h$ – убывать. Отдельные локальные незначительные отклонения от этой тенденции, имевшие место в некоторых вариантах вычислений, вероятно, обусловлены незначительным влиянием на переходные процессы давления $P_{об}(t, x, y)$. Важно отметить, что при некоторых значениях Λ и P_p , например, при $\Lambda = 0,05$ Гц, $P_p = 19150$ Па (рис. 6, а), дальнейшее увеличение рабочего давления приводит к быстрому росту абсолютных величин прогибов оболочки на интервале времени действия возмущения. Такие прогибы далеко выходят за рамки конструктивных и теоретических ограничений, что позволяет условно трактовать этот факт как «финитную потерю устойчивости» оболочки. При фиксированных значениях P_p функции $\text{Max } w/h$ и $|\text{Min } w/h|$ имеют тенденцию убывать с ростом аргумента Λ . Сравнение рис. 6, а с рис. 6, б показывает, что при одинаковых значениях P_p более продолжительные возмущения характеризуются увеличением деформаций оболочки при ее нестационарных колебаниях.

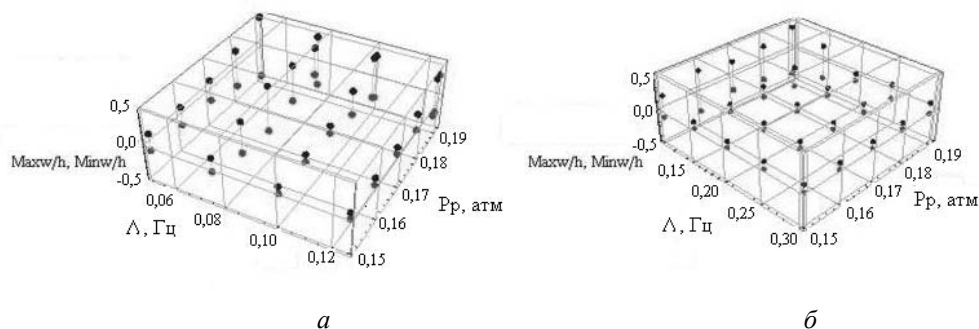


Рис. 6

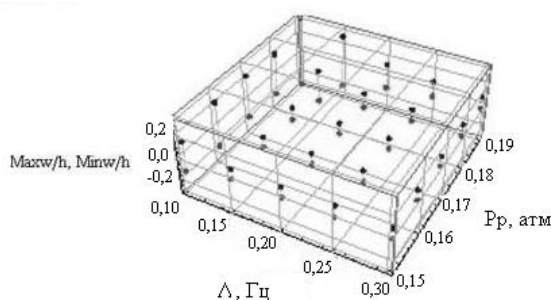


Рис. 7

Рис. 7 иллюстрирует поведение функций $\text{Max } w/h$ и $\text{Min } w/h$ при $P_p = 500$ Па и $U_{1p} = 1$ м/с. Переменные P_p , Λ , Δ_t при этом принимали те же значения, что и в случае, изображенном на рис. 6, б. Сравнительный анализ этих рисунков показывает, что увеличение рабочего давления во внешнем потоке и соответствующее увеличение рабочей скорости протекания жидкости в нем, при прочих одинаковых характеристиках внутреннего потока, приводит к уменьшению прогибов оболочки в переходных режимах ее колебаний.

Заклучение.

В статье разработана, базирующаяся на использовании классической теории ортотропных оболочек, интеграла Лагранжа – Коши и метода Бубнова – Галеркина, численно-аналитическая методика исследования нестационарных радиальных колебаний цилиндрических оболочек, взаимодействующих с внешним и внутренним потоками идеальной несжимаемой жидкости. При этом предполагалось, что оболочка коаксиально расположена в жесткой трубе с протекающей в ней, с постоянными рабочими давлением P_p и скоростью U_p , жидкостью. Колебания оболочки индуцируются возмущениями рабочего давления P_p протекающей в ней жидкости.

Эти возмущения действуют на ограниченном интервале времени длительностью Δ_t . Во времени они описываются гармонической функцией, имеющей частоту Λ , на которую наложена полуволна синусоиды, и линейно убывают как функции продольной координаты оболочки. В качестве некоторых обобщенных количественных оценок переходных процессов предложено использовать значения ее безразмерных максимальных и минимальных прогибов $\text{Max } w/h$, $\text{Min } w/h$, которые имеют место при неустановившихся колебаниях.

Установлены основные тенденции поведения $\text{Max } w/h$, $\text{Min } w/h$ как функций параметров P_p , Λ и Δ_t , при варьировании последних. В частности, показано, что при определенных значениях P_p , Λ , Δ_t , в переходных режимах величины прогибов (в случае действия финитных возмущений внутреннего рабочего давления), могут существенно, даже на порядок, превышать величины прогибов при установившихся колебаниях оболочки. Такие прогибы могут быть недопустимыми с точки зрения эксплуатационных конструктивных ограничений.

РЕЗЮМЕ. Запропоновано методика розрахунку нестационарних коливань циліндричних оболонок, що взаємодіють з внутрішнім і зовнішнім потоками рідини, при дії постійного зовнішнього та внутрішнього тиску рідини. Внутрішній тиск зазнає впливу фінітних в часі збурень гармонічного типу. В просторі збурення лінійно зменшуються вздовж довжини оболонки. З використанням методика проведено чисельне дослідження перехідних динамічних процесів в системі «оболонка – рідини» при різних значеннях параметрів збурень.

1. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
2. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости. – М.: Наука, 1979. – 320 с.
3. Ковальчук П.С. О расчете одночастотных нелинейных колебаний цилиндрических оболочек при взаимодействии с протекающей жидкостью // Прикл. механика. – 2005. – 41, N 4. – С. 75 – 84.
4. Кубенко В.Д., Ковальчук П.С. О моделировании процессов нелинейного взаимодействия стоячих и бегущих изгибных волн в цилиндрических оболочках с жидкостью в условиях внутренних резонансов // Прикл. механика. – 2014. – 50, N 4. – С. 3 – 15.
5. Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Краснополяская Т.С. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. – К.: Наук. думка, 1984. – 220 с.
6. Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Подчасов Н.П. Нелинейные колебания цилиндрических оболочек. – К.: Вища шк, 1989. – 208 с.
7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1970. – 904 с.
8. Подчасов Н.П. Переходные процессы в ортотропных цилиндрических оболочках при нестационарном протекании жидкости // Int. Workshop. Hydrodynamics of Moving Objects. Ukraine. Kiev. April 23-26, 2012. – Дніпропетровськ : Адверта, 2013. – С. 130 – 141.
9. Швабауэр В.Я., Гвоздев И.В., Горилковский М.И. Расчет гидравлических потерь давления в трубопроводе из пластмасс // Полимерные трубы. – 2005. – N 1 (6). – С. 36 – 40.
10. Amabili M., Pellicano F., Paidoussis M.A. Nonlinear Dynamics and Stability of Circular Cylindrical Shell Containing Flowing Fluid. Part 1: Stability // J. Sound and Vibr. – 1999. – N 4. – P. 655 – 699.

11. Amabili M., Pellicano F., Paidoussis M.A Nonlinear Stability of Circular Cylindrical Shells in Annular and Unbounded Axial Flow // J. of Appl. Mech. – 2001. – **68**. – P. 827 – 834.
12. *Goncalves P.B., Batista R.C.* Non-linear vibration analysis of fluid-filled cylindrical shells // J. of Sound and Vibration. – 1988. – N 127. – P. 133 – 143.
13. *Karagiozis K.N., Paidoussis M.P., Amabili M., Mira A.K.* Nonlinear stability of cylindrical shells subjected to axial flow: Theory and experiments // J. of Sound and Vibration. – 2008. – N 309. – P. 637 – 676.
14. *Kovalchuk P.S., Kruk L.A.* Nonlinear Parametrical Oscillations of Orthotropic Cylindrical Shells Interacting with the Pulsating Fluid Flow // Int. Appl. Mech.– 2009. – **45**, N9. – P. 1007 – 1015.
15. *Kovalchuk P.S., Podchasov N.P.* On Stability of the Elastic Cylindrical Shells Interacting Flowing Fluid // Int. Appl. Mech. – 2010. – **46**, N 1. – P. 58 – 66.
16. *Kubenko V.D., Kovalchuk P.S., Kruk L.A.* Non-linear Interaction of Bending Deformation of Free Oscillating Cylindrical Shells // J. of Sound and Vibration. – 2003. – N 265. – P. 245 – 268.
17. *Kubenko V.D., Kovalchuk P.S., Kruk L.A.* Nonlinear Vibrations of Fluid Filled Cylindrical Shells under Combined Longitudinal-Transverse Periodic Excitation // Int. Appl. Mech.– 2010. – **46**, N 2. – P. 173 – 181.
18. *Lakis A.A., Laveau A.* Non-linear dynamic analysis of anisotropic cylindrical shells containing a flowing fluid // Int. J. of Solids and Struct. – 1991. – N 28. – P. 1079 – 1094.
19. *Paidoussis M.P., Wadham-Gagnon M., Semler C.* Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part 1: Nonlinear equations of three-dimensional motion // J. of Fluids and Struct. – 2007. – N 23. – P. 545 – 567.
20. *Paidoussis M.P., Semler C., Wadham-Gagnon M., Saaid S.* Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part 2: Dynamics of the system with intermediate spring support // J. of Fluids and Struct. – 2007. – N 23. – P. 569 – 587.
21. *Paidoussis M.P., Wodarres-Sadeghi Y., Semler C., Wadham-Gagnon M.* Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part 3: Three-dimensional dynamics in the presence of an end-mass // J. of Fluids and Struct. – 2007. – N 23. – P. 589 – 603.
22. *Podchasov N.P.* Nonlinear Vibrations of a Cylindrical Shells Interacting with Fluid Flows under a Longitudinal Load // Int. Appl. Mech. – 2016. – **52**, N 4. – P. 378 – 385.
23. *Selimane A., Lakis A.A.* Non-linear dynamic analysis of orthotropic open cylindrical shells subjected to a flowing fluid // J. of Sound and Vibration. – 1997. – N 202. – P. 67 – 93.

Поступила 04.10. 2016

Утверждена в печать 14.03.2017

