М . Е . Б а б е ш к о , В . Г . С а в ч е н к о

ОБ УЧЕТЕ ТРЕТЬЕГО ИНВАРИАНТА ДЕВИАТОРА НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РАСЧЕТЕ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: plast@inmech.kiev.ua

Abstract. A technique for the numerical study of the elastoplastic axisymmetric stress-strain state of thin shells in the non-isothermal deformation processes along the trajectories of small curvature with allowance for the repeated plastic strains and the third invariant of stress deviator is elaborated. A numerical analysis of the stress-strain state of shell during the processes of heating and cooling is given.

Key words: non-isothermal deformation process, repeated plastic strains, residual stress-strain state.

Введение.

Во многих тонкостенных элементах конструкций в виде оболочек вращения, работающих в условиях неизотермического нагружения, в процессе нагрева и остывания возникают зоны пластических деформаций, в которых может происходить разгрузка как по упругому закону, так и сопровождающаяся возникновением вторичных пластических деформаций, уменьшающих первоначальные пластические деформации. Численный анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) таких элементов конструкций в процессе нагружения и остаточного состояния после снятия нагрузки и остывания необходим для оценки их прочности и работоспособности, особенно в случаях, когда конструкция подвергается неоднократному термосиловому нагружению. При таком анализе следует учитывать факторы, влияющие на рабочие и прочностные характеристики конструкции – зависимость свойств материалов от температуры и вида напряженного состояния (ВНС), историю нагружения, и др.

Известно, что свойства некоторых конструкционных материалов зависят от ВНС при невысоких температурах только в области развитых пластических деформаций, но при высоких температурах эта зависимость проявляется и при малых деформациях, не превышающих 6%.

В работе [7] изложена методика численного исследования НДС элементов конструкций в виде тонких оболочек вращения, учитывающая зависимость свойств материала от температуры, возникновение, развитие и изменение пластических деформаций в процессе переменного осесимметричного неизотермического нагружения, и проанализировано остаточное НДС конкретной оболочки. Однако зависимость свойств материала от ВНС не была учтена. В некоторых работах [6 и др.] описаны методики и решены задачи по определению упругопластического НДС и прочности оболочек с учетом ВНС, но в них не рассматривались процессы, сопровождающиеся появлением вторичных пластических деформаций. В настоящее время неизвестны работы, в которых исследуются процессы термосилового нагружения оболочек с учетом ВНС, сопровождающиеся вторичными пластическими деформациями. В отличие от [6, 7], в данной статье изложена методика, позволяющая исследовать процессы неизотермического нагружения с учетом ВНС, при которых в элементах оболочек происходит неоднократное изменение направленности процесса. В качестве параметра ВНС использован угол подобия девиаторов [4], называемый также [2, 6, 8, 9 и др.] углом ВНС, который вычисляется через второй и третий инварианты девиатора напряжений. Выполнен анализ полученных по изложенной методике результатов в процессе переменного неизотермического нагружения и определено остаточное НДС конкретной оболочки.

1. Постановка задачи и основные соотношения.

Рассмотрим составную оболочку вращения, первоначально находящуюся в ненапряженном и недеформированном состоянии при температуре $T = T_0$, а затем подвергнутую действию силовых нагрузок и неравномерного нагрева. Предполагаем, что оболочка изготовлена из изотропного материала, свойства которого зависят от температуры и ВНС; меридиан оболочки может состоять из конечного числа звеньев разной геометрии. Оболочка отнесена к криволинейной ортогональной системе координат s, θ, ς, связанной с недеформированной непрерывной координатной поверхностью; s ($s_a \le s \le s_b$) – меридиональная координата, s_a, s_b – координаты, соответствующие торцам оболочки; θ $\left(0 \le \theta \le 2\pi\right)$ – окружная координата; ς ($\varsigma_0 \le \varsigma \le \varsigma_k$) – координата, отсчитываемая по нормали к координатной поверхности; ς_0 и ς_k соответствуют внутренней и наружной поверхностям оболочки; толщина оболочки $h = \varsigma_k - \varsigma_0$. В качестве координатной поверхности выбирается срединная либо одна из поверхностей оболочки. Предполагаем, что в процессе нагружения материал оболочки деформируется в пределах и за пределами упругости; в областях пластических деформаций может происходить разгрузка с возможным появлением вторичных пластических деформаций, уменьшающих первоначальные, после чего возможно повторное нагружение с возникновением пластических деформаций того же знака, что и первоначальные.

В области вторичных пластических деформаций предполагается, что уменьшение предела текучести материала равно его увеличению в момент разгрузки при первоначальном нагружении, т.е. материал обладает идеальным эффектом Баушингера [5, 10, 11]. Деформации ползучести предполагаются пренебрежимо малыми по сравнению с упругими и пластическими составляющими. Температурное поле оболочки принимаем известным, полученным путем решения соответствующей задачи теплопроводности либо из других источников.

Задачу термопластичности решаем в квазистатической постановке с использованием гипотез Кирхгофа – Лява и соотношений геометрически линейной теории оболочек [3]. Для решения задачи процесс нагружения разбиваем на ряд этапов таким образом, чтобы моменты разбиения как можно лучше соответствовали моментам изменения направленности процесса деформирования в элементах оболочки. В качестве уравнений состояния используем соотношения экспериментально обоснованной модифицированной теории процессов деформирования по траекториям малой кривизны [8, 9, 16], учитывающие зависимость свойств материала от температуры и ВНС. Они записаны в предположении соосности девиаторов напряжений и дифференциалов неупругих составляющих деформаций. Уравнения содержат две нелинейные зависимости, включающие параметр ВНС; одна из них выражает связь между первыми инвариантами тензоров напряжений и деформаций, а вторая – связь между вторыми инвариантами соответствующих девиаторов. Для конкретизации этих зависимостей используют базовые опыты на пропорциональное нагружение трубчатых образцов при различных постоянных значениях угла ВНС и нескольких значениях температуры из рассматриваемого диапазона. Опыты проводятся со скоростями нагружения, не влияющими на форму получаемых зависимостей.

Известно [8], что учет нелинейной зависимости между первыми инвариантами тензоров напряжений и деформаций незначительно влияет на результаты расчетов, поэтому при решении краевых задач для упрощения алгоритма можно использовать эту зависимость в традиционном линейном виде. При предположениях о линейной связи между первыми инвариантами тензоров напряжений и деформаций и независимости от ВНС связи между вторыми инвариантами соответствующих девиаторов рассматриваемые определяющие уравнения превращаются в соотношения теории процессов деформирования по траекториям малой кривизны [16, 17 и др.], которые описывают те же процессы, что и традиционные теории пластичности [2, 4, 12, 13, 18 и др.], ассоциированные с условием Мизеса [15].

Используемые в данной статье определяющие уравнения, учитывающие ВНС, линеаризованные методом дополнительных напряжений [16], записываем в форме закона Гука с дополнительными членами

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \left(K - 2G\right)\varepsilon_0\delta_{ij} - \sigma_{ij}^{(d)}\,; \tag{1}$$

$$\sigma_{ij}^{(d)} = 2G\left[e_{ij}^{(p)} + \frac{1+\nu}{1-2\nu}\varepsilon_T\delta_{ij}\right], \tag{2}$$

где σ_{ij}, ε_{ij} – компоненты тензоров напряжений и деформаций, соответственно; $K = E/\left(1-2\nu\right)$; $E = 2G\left(1+\nu\right)$; $\varepsilon_T = \alpha_T\left(T - T_0\right)$; E, G, ν и α_T – модуль упругости, модуль сдвига, коэффициент Пуассона и коэффициент линейного теплового расширения материала, зависящие от температуры T; T_0 – начальная температура; $e_{ij}^{(p)} = \varepsilon_{ij}^{(p)}$ – компоненты пластических составляющих деформаций; $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ii}/3$ – первый инвариант тензора деформаций, связанный с первым инвариантом тензора напряжений $\sigma_0 = \sigma_{ii}/3$ зависимостью

$$\sigma_0 = K\left(\varepsilon_0 - \varepsilon_T\right). \tag{3}$$

В рассматриваемом случае осесимметрично нагруженной оболочки вращения при отсутствии кручения ее напряженное состояние характеризуется компонентами $\sigma_{ss}, \sigma_{\theta\theta}$, а деформированное – компонентами $\varepsilon_{ss}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\varsigma\varsigma}$. Уравнения (1) имеют вид

$$\sigma_{ss} = A_{11}\varepsilon_{ss} + A_{12}\varepsilon_{\theta\theta} - A_{1D},\ \sigma_{\theta\theta} = A_{12}\varepsilon_{ss} + A_{22}\varepsilon_{\theta\theta} - A_{2D} \tag{4}$$

$$\left[A_{11} = A_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}\ ;\quad A_{12} = \nu A_{11};\, A_{1D} = A_{11}\left(e_{ss}^{(p)} + \nu\, e_{\theta\theta}^{(p)}\right) + A_{11}\left(1+\nu\right)\varepsilon_T\,;\right.$$

$$\left. A_{2D} = A_{11}\left(e_{\theta\theta}^{(p)} + \nu\, e_{ss}^{(p)}\right) + A_{11}\left(1+\nu\right)\varepsilon_T\right]. \tag{5}$$

Входящие в (5) пластические составляющие компонент деформации $e_{ss}^{(p)} = \varepsilon_{ss}^{(p)}$, $e_{\theta\theta}^{(p)} = \varepsilon_{\theta\theta}^{(p)}$, $e_{\varsigma\varsigma}^{(p)} = -(e_{ss}^{(p)} + e_{\theta\theta}^{(p)})$ на произвольном этапе M вычисляются как сумма приращений Δ этих компонент

$$e_{ss}^{(p)} = \sum_{m=1}^{M}\Delta_m e_{ss}^{(p)}\,;\ \ \Delta_m e_{ss}^{(p)} = \left\langle c_{ss}\right\rangle_m \Delta_m\Gamma_p\,;\ \ \left\langle c_{ss}\right\rangle_m = \left\langle\frac{2\sigma_{ss} - \sigma_{\theta\theta}}{S}\right\rangle_m \quad \left(s,\,\theta\right), \tag{6}$$

где угловые скобки означают средние на этапе значения заключенных в них величин, S – интенсивность касательных напряжений,

$$S = \left[\frac{1}{3}\left(\sigma_{ss}{}^2 - \sigma_{ss}\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\theta\theta}{}^2\right)\right]^{1/2}, \tag{7}$$

Γ_p – интенсивность накопленной пластической деформации сдвига,

$$\Gamma_p = \sum_{m=1}^{M-1}\Delta_m\Gamma_p + \Delta_M\Gamma_p\,. \tag{8}$$

Для определения $\Delta_M \Gamma_p$ используется предположение, что между интенсивностью касательных напряжений S, интенсивностью деформаций сдвига $\Gamma = \left[\dfrac{\left(\varepsilon_{ss} - \varepsilon_{\theta\theta}\right)^2 + \left(\varepsilon_{\theta\theta} - \varepsilon_{\varsigma\varsigma}\right)^2 + \left(\varepsilon_{\varsigma\varsigma} - \varepsilon_{ss}\right)^2}{6} \right]^{1/2}$, температурой T и углом ВНС ω_σ существует зависимость, которая при первоначальном нагружении имеет вид

$$S = \Phi\left(\Gamma, T, \omega_\sigma\right), \tag{9}$$

$$\omega_\sigma = \frac{1}{3}\arccos\left[-\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{I_3\left(D_\sigma\right)}{S^3}\right] \qquad \left(0 \le \omega_\sigma \le \pi/3\right), \tag{10}$$

где $I_3\left(D_\sigma\right)$ – третий инвариант девиатора напряжений D_σ, равный определителю D_σ.

Заметим, что угол ВНС ω_σ связан с параметром Лоде [14] простой зависимостью [2]; отличие заключается в том, что ω_σ определяется не через главные напряжения как параметр Лоде, а через инварианты девиатора напряжений.

В работах [8, 9] предложено вычислять зависимость (9) по результатам вышеупомянутых базовых опытов. В соответствии с описанной в [8, 9] методикой, по результатам экспериментов на пропорциональное нагружение трубчатых образцов (при нескольких постоянных значениях температуры из рассматриваемого диапазона) строятся зависимости $S \sim \Gamma$ для нескольких значений угла ВНС $0 \le \omega_\sigma \le \pi / 3$ и каждого из значений температуры; для промежуточных значений ω_σ и T зависимости $S \sim \Gamma$ определяются интерполяцией. Предполагается, что

$$\Gamma = \frac{S}{2G} + \Gamma_p, \tag{11}$$

где Γ_p определяется формулой (8); при упругой разгрузке $\Gamma = \dfrac{S}{2G} + \Gamma_p^{(1)}$, где $\Gamma_p^{(1)}$ – интенсивность накопленной пластической деформации сдвига (8) в момент разгрузки. В том случае, когда разгрузка сопровождается вторичными пластическими деформациями, используется зависимость

$$S = \Phi_1\left(\Gamma, \Gamma_p^{(1)}, T, \omega_\sigma\right). \tag{12}$$

Зависимость (12) строим, используя (9), величину $\Gamma_p^{(1)}$ и соответствующее значение $S^{(1)}$ в момент разгрузки. При повторном нагружении используется зависимость

$$S = \Phi_2\left(\Gamma, \Gamma_p^{(2)}, T, \omega_\sigma\right). \tag{13}$$

Используя (9), величину интенсивности накопленной вторичной пластической деформации $\Gamma_p^{(2)}$ и соответствующее значение $S^{(2)}$ в момент разгрузки в области вторичных пластических деформаций, строим зависимость (13). При построении зависимостей (12) и (13) предполагаем, что

$$S^{(1)} + S_T^{(2)} = S^{(2)} + S_T^{(3)} = 2S_T^{(1)}, \tag{14}$$

где $S_T^{(1)}, S_T^{(2)}, S_T^{(3)}$ – значения интенсивности касательных напряжений, соответствующих пределам текучести материала в зависимостях (9), (12), (13).

Таким образом, зависимости (9), (12), (13) используем для определения приращения $\Delta_M \Gamma_p$ за текущий этап нагружения в процессе последовательных приближений.

Соотношения (4), (5) используем для установления связи между усилиями N_s, N_θ, моментами M_s, M_θ, деформациями и изменениями кривизны $\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \kappa_s, \kappa_\theta$ координатной поверхности оболочки. Эту связь получаем в виде

$$N_s = C_{11}^{(0)}\varepsilon_s + C_{12}^{(0)}\varepsilon_\theta + C_{11}^{(1)}\kappa_s + C_{12}^{(1)}\kappa_\theta - N_{1D}^{(0)};$$

$$N_\theta = C_{12}^{(0)}\varepsilon_s + C_{22}^{(0)}\varepsilon_\theta + C_{12}^{(1)}\kappa_s + C_{22}^{(1)}\kappa_\theta - N_{2D}^{(0)};$$

$$M_s = C_{11}^{(1)}\varepsilon_s + C_{12}^{(1)}\varepsilon_\theta + C_{11}^{(2)}\kappa_s + C_{12}^{(2)}\kappa_\theta - N_{1D}^{(1)}; \quad (15)$$

$$M_\theta = C_{12}^{(1)}\varepsilon_s + C_{22}^{(1)}\varepsilon_\theta + C_{12}^{(2)}\kappa_s + C_{22}^{(2)}\kappa_\theta - N_{2D}^{(1)}$$

$$\left[C_{mn}^{(j)} = \int_{\varsigma_0}^{\varsigma_k} A_{mn}\varsigma^j d\varsigma, \; N_{mD}^{(j)} = \int_{\varsigma_0}^{\varsigma_k} A_{mD}\varsigma^j d\varsigma \quad (m, n = 1, 2; \; j = 0, 1, 2) \right]. \quad (16)$$

Полученные соотношения (15), (16) вместе с уравнениями равновесия и геометрическими соотношениями [3] образуют систему 12 уравнений, которую приводим к системе шести обыкновенных дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций $N_s, Q_s, M_s, u, w, \vartheta_s$, где Q_s – перерезывающее усилие; u, w – перемещения точек координатной поверхности в меридиональном и нормальном направлениях; ϑ_s – угол поворота нормали к координатной поверхности. Эта система имеет вид

$$\frac{d\vec{Y}}{ds} = P(s)\vec{Y} + \vec{f}(s) \quad (17)$$

при граничных условиях

$$B_1 \vec{Y}(s_a) = \vec{b}_1, \quad B_2 \vec{Y}(s_b) = \vec{b}_2, \quad (18)$$

где $\vec{Y}$ – вектор-столбец разрешающих функций; $\vec{Y} = \{N_s, Q_s, M_s, u, w, \vartheta_s\}$ $P(s)$ – матрица системы; $\vec{f}(s)$ – вектор-столбец дополнительных слагаемых; B_1, B_2 – заданные матрицы; $\vec{b}_1, \vec{b}_2$ – заданные векторы-столбцы граничных условий. Компоненты матрицы $P(s)$ и вектора-столбца $\vec{f}(s)$ вычисляются по формулам, приведенным в [7]. Из этих формул следует, что элементы матрицы $P(s)$ зависят от геометрии оболочки и упругих свойств материала при температуре на рассматриваемом этапе, а компоненты вектора $\vec{f}(s)$ – еще и от внешних нагрузок и пластических деформаций, которые необходимо уточнять в процессе последовательных приближений с учетом угла ω_σ.

Приведенные соотношения позволяют определить НДС оболочки на произвольном этапе нагружения.

2. Алгоритм решения задачи.

Для проведения вычислений необходимо задать геометрию оболочки, условия закрепления и нагружения, а также свойства ее материала. Последние задаются в виде таблиц зависимостей $S \sim \Gamma$ (9) для нескольких значений температуры и нескольких значений угла ω_σ для каждого значения температуры, коэффициентов Пуассона и линейного теплового расширения в зависимости от температуры. Разбивку на этапы удобно выполнить таким образом, чтобы на первом этапе оболочка деформировалась упруго.

На первом этапе нагружения в первом приближении в (5) полагаем $e_{ss}^{(p)} = e_{\theta\theta}^{(p)} = 0$, т.е. решаем задачу термоупругости. На следующих этапах в первом приближении принимаем значения пластических составляющих деформаций (6), полученные на предыдущем этапе, а в следующих приближениях используем значения, полученные в предыдущем приближении. Эти значения используем для вычисления компонент вектора-столбца $\vec{f}(s)$, а элементы матрицы $P(s)$ вычисляем, используя заданные свойства материала в зависимости от температуры в первом приближении на данном этапе, и не меняем в процессе приближений. После вычисления элементов матрицы $P(s)$ и компонент вектора-столбца $\vec{f}(s)$ решаем краевую задачу (17), (18) путем сведения ее к задачам Коши, для решения которых используем метод Рунге – Кутта с дискретной ортогонализацией [1]. Получив в результате решения краевой задачи разрешающие функции, определим компоненты деформаций, а по ним – компоненты напряжений (4), по которым вычисляем угол ω_σ (10). Далее вычисляем

$$\Delta_M \Gamma_p = \sum_{i=1}^{L-1} \Delta_{Mi} \Gamma_p + \Delta_{ML} \Gamma_p ; \quad \Delta_{ML} \Gamma_p = \frac{S - S^{(d)}}{2G}, \tag{19}$$

где L – номер текущего приближения на этапе M. В (19) значение S вычисляем по формуле (7), а $S^{(d)}$ определяем из зависимостей (9), (12) и (13), полученных для соответствующих значений температуры и угла ω_σ, соответственно, при первоначальном нагружении, в области вторичных пластических деформаций и при повторном нагружении. При первоначальном активном нагружении используем зависимость (9). В качестве критерия активного нагружения принимаем условие $\Delta\Gamma_p > 0$; в противном случае в элементе оболочки происходит разгрузка, т.е. полагаем $\Delta\Gamma_p = 0$ и продолжаем расчет. В случае разгрузки при изменении знака первого инварианта тензора напряжений $\sigma_0 = (\sigma_{ss} + \sigma_{\theta\theta})/3$ используем зависимость (12). Аналогично, при разгрузке в области вторичных пластических деформаций и перемене знака σ_0 переходим к использованию зависимости (13). Процесс последовательных приближений на этапе завершается при выполнении условия

$$\left| \Delta_{ML} \Gamma_p \right| \le \delta , \tag{20}$$

где δ – наперед заданное число. Следует заметить, что начальная разбивка на этапы может оказаться недостаточной, поэтому после анализа результатов необходимо выполнить следующий расчет с удвоенным количеством этапов. Удвоение количества этапов продолжается до получения результатов, совпадающих с заданной точностью на последнем этапе в двух расчетах при разной разбивке. Расчетная практика показала, что при решении задачи с учетом ВНС количество приближений на этапе увеличивается по сравнению с решением этой же задачи без учета ВНС и зависит от влияния ВНС на диаграммы деформирования материала.

3. Числовые результаты.

Эффективность разработанного алгоритма проверена путем решения тестовых задач. В частности, определено НДС цилиндрической оболочки радиуса срединной поверхности 0,1м, толщины 0,01м и длины 0,1м под действием осевого усилия $N_s^* \cdot$ и внутреннего давления q_ς при равномерном нагреве оболочки до температуры $T_0 = 573K$. Начальная температура оболочки $T_0 = 293K$. Оболочка изготовлена из сплава Х18Н10Т [6, 8, 9]. Значения нагрузок и температуры на 26 этапах заданы в табл. 1.

Таблица 1

Номер этапа	1	3	9	12	13	17	18	19	20	21	26
$N_s^* \cdot 10^{-3}$, Н/м	120	160	284	20	-20	-250	-220	-20	20	140	284
q_ς, МПа	6	8	14,2	1	0	0	0	0	1	7	14,2
T, K	293	373	573	293	293	293	293	293	293	343	573

На всех этапах граничные условия были заданы в виде:

$$\text{при } s = s_a:\ Q_s = 0,\ u = 0,\ \vartheta_s = 0;\ \text{при } s = s_b:\ N_s = N_s^*,\ Q_s = 0,\ \vartheta_s = 0.$$

При таких условиях нагружения в оболочке осуществляется однородное НДС. Задача решена с учетом ВНС по описанной методике в процессе последовательных приближений с точностью (20) $\delta = 0,00001$. Результаты решения были сопоставлены с решением этой же задачи, полученным без процесса последовательных приближений, как статически определимой. Результаты такого решения совпадают с данными, полученными по описанной методике, с заданной точностью. Это подтверждает эффективность и точность предложенного алгоритма. Построенная по полученным результатам в виде сплошной линии зависимость $S^* \sim \Gamma^*$, где $S^* = \operatorname{sign}(\sigma_0) \cdot S$, $\Gamma^* = \operatorname{sign}(\varepsilon_0 - \varepsilon_T) \cdot \Gamma$, приведена на рис. 1; штриховая линия соответствует решению задачи без учета ВНС; маркеры соответствуют концам этапов, а числа – номерам этапов. В силу того, что напряжения в этой задаче определяются нагрузкой, при заданном номере этапа результаты, полученные с учетом и без учета ВНС, отличаются только по деформациям. Различия в деформациях начинают проявляться с 7-го этапа и увеличиваются с ростом температуры и пластических деформаций. При максимальных значениях нагрузки и температуры в процессе первоначального нагружения (9-й этап) интенсивность деформаций сдвига в расчете с учетом ВНС увеличилась по сравнению с расчетом без учета ВНС на 72%, а к концу исследуемого процесса это увеличение достигло 76%.

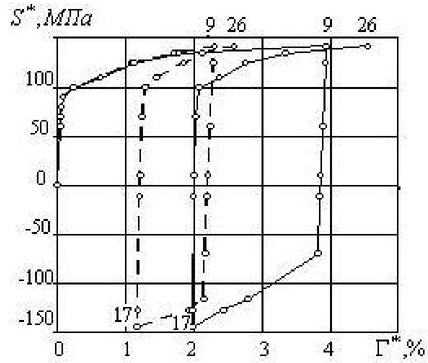


Рис. 1

Разработанная методика использована для определения НДС цилиндрической оболочки в процессе осесимметричного нагружения и нагрева, разгрузки и полного остывания. Радиус срединной поверхности оболочки 0,2 м, длина 0,8 м, толщина 0,02 м; начальная температура оболочки $T_0 = 293K$. Оболочка подвергнута на протяжении 60 сек нестационарному нагреву, а также действию возрастающей распределенной нагрузки q_ς и приложенного к контуру $s = s_b$ усилия $N_s^* = 20q_\varsigma$. Затем нагрев прекращается, а силовая нагрузка уменьшается до нуля на 120 сек.

Температурное поле оболочки при конвективном теплообмене с окружающей средой в процессе нагрева и дальнейшего остывания определено путем решения задачи теплопроводности по методике [16]. Процесс термосилового нагружения оболочки разбит на 31 этап неравномерно по времени. Номера этапов и соответствующие им моменты времени и значения распределенной нагрузки q_ς приведены в табл. 2.

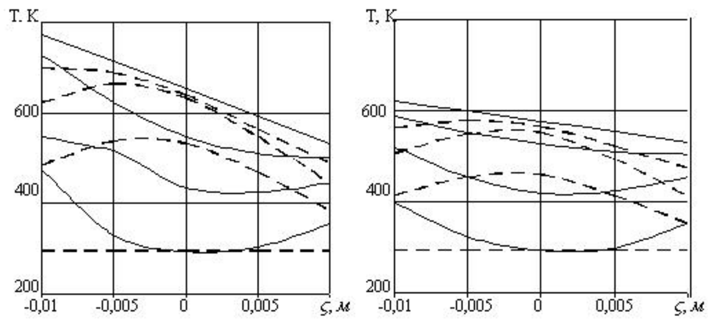
Таблица 2

№ этапа	1	2	6	8	9	10	12	15	21	26	31
t, сек	1,0	2,0	23,0	50,0	60,0	61,0	62,0	65,0	75,0	90,0	120,0
q_ς, МПа	0,1	10	16	16,5	16,5	16,5	15	12	4	0	0

Граничные условия имеют вид:

$$\text{при } s = s_a: \ Q_s = 0, \ u = 0, \ \vartheta_s = 0; \ \text{при } s = s_b: \ Q_s = 0, \ M_s = 0, \ N_s = N_s^* .$$

Вычисленное в результате решения задачи теплопроводности распределение температуры по толщине оболочки на некоторых этапах показано на рис. 2 – *а*) – при $s = s_a$, *б*) – при $s = s_b$; сплошные линии соответствуют нагреву на этапах 2, 4, 6, 9 при отсчете снизу вверх, а штриховые – остыванию на этапах 12, 15, 21 и 31 – при отсчете сверху вниз. Более интенсивный нагрев был со стороны поверхности $\varsigma = -h/2$.



а *б*

Рис. 2

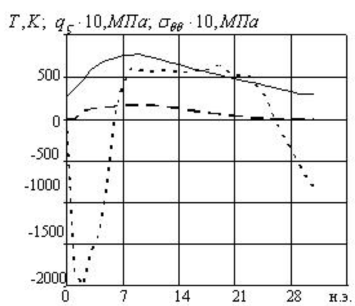


Рис. 3

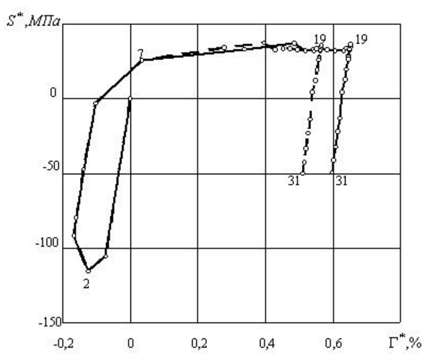


Рис. 4

На рис. 3 для наглядности показано сплошной линией изменение в исследуемом процессе температуры в окрестности наиболее нагретой точки $(s = s_a, \varsigma = -h/2)$; штриховая линия соответствует изменению нагрузки $10\,q_\varsigma$.

В результате решения задачи установлено, что в данном процессе неизотермического нагружения весь материал оболочки переходит в пластическое состояние, а затем в некоторых элементах накопление пластических деформаций сменяется разгрузкой, сопровождающейся появлением и развитием вторичных пластических деформаций. Возникли две области вторичных пластических деформаций – у внутренней и внешней поверхностей. Затем в некоторых элементах происходит разгрузка, а далее – повторное нагружение с возникновением пластических деформаций того же знака, что и при первоначальном нагружении.

На рис. 4 сплошной линией показана зависимость $S^* \sim \Gamma^*$ для элемента оболочки в окрестности точки $(s = s_a, \varsigma = -h/2)$, где температура достигала максимального значения; маркеры соответствуют этапам, а числа – номерам этапов. Из рис. 4 следует, что в этом элементе после первоначального нагружения с возникновением пластических деформаций сначала произошла разгрузка, а затем повторное нагружение с появлением и развитием пластических деформаций противоположного знака по отношению к первоначальным, после чего опять произошла упругая разгрузка. В течение исследуемого процесса происходило изменение не только величины, но и знака компонент НДС оболочки. Для примера на рис. 3 пунктирной линией показано изменение напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ в зависимости от номера этапа для элемента оболочки с координатами $(s = s_a, \varsigma = -h/2)$.

Для определения влияния учета ВНС на НДС оболочки в рассмотренном процессе термосилового нагружения был выполнен расчет без учета ВНС. Некоторые результаты двух расчетов приведены на рис. 5 – 8. На рис. 5 и 6 показаны распределения вдоль меридиана для $\varsigma = -h/2$ компонент напряжений, а на рис. 7 и 8 – компонент деформаций; сплошные линии соответствуют расчету с учетом ВНС, а штриховые – без учета ВНС; линии без маркеров соответствуют 9-у этапу нагружения, а с маркерами – 31-у этапу, т.е. остаточным значениям компонент НДС оболочки.

Из анализа приведенных результатов можно сделать вывод, что на компоненты напряжений учет ВНС влияет незначительно, а величины компонент деформаций с учетом ВНС с ростом температуры ($T \geq 573K$) увеличились по сравнению с соответствующими значениями без учета ВНС; в области максимальных деформаций это увеличение достигло 22%. Аналогично увеличилось значение интенсивности деформаций сдвига, что видно из рис. 4, где штриховой линией показана зависимость $S^* \sim \Gamma^*$, полученная без учета ВНС.

Следует заметить, что в исследуемом процессе неизотермического нагружения деформирование оболочки происходило в области малых деформаций, не превышающих 2%. Этот факт подтверждает необходимость оценки зависимости свойств материала конструкции от ВНС в диапазоне рабочих температур и при наличии такой зависимости – необходимость учета ВНС для получения более достоверных значений компонент НДС в оболочках при термосиловом нагружении.

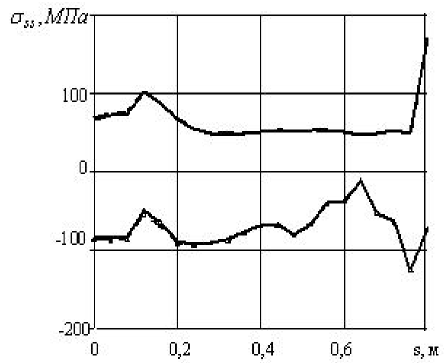


Рис. 5

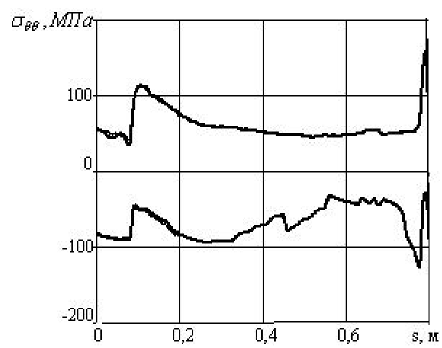


Рис. 6

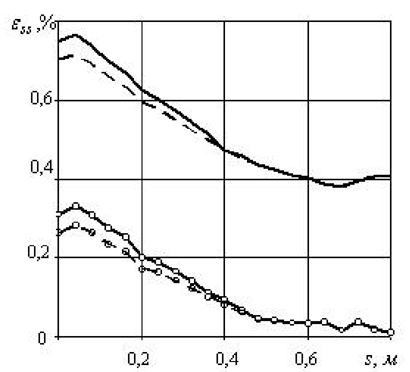


Рис. 7

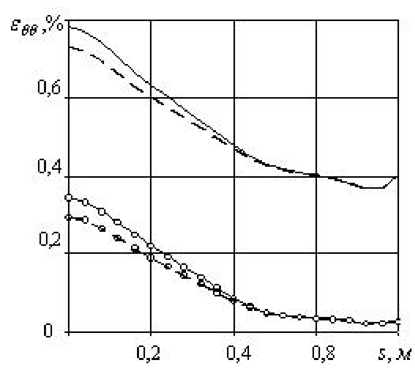


Рис. 8

Заключение.

Предложена методика численного исследования осесимметричного напряженно-деформированного состояния тонких оболочек в процессах переменного неизотермического нагружения с учетом вида напряженного состояния. Методика основана на использовании экспериментально обоснованных определяющих уравнений, описывающих процессы неупругого деформирования изотропных материалов с учетом вида напряженного состояния вдоль траекторий малой кривизны, и гипотез Кирхгофа – Лява. В качестве параметра вида напряженного состояния использован угол вида напряженного состояния, вычисляемый через второй и третий инварианты девиатора напряжений. Методика позволяет определить НДС оболочки как на произвольном этапе нагружения и нагрева, так и остаточное состояние после снятия нагрузки и полного остывания. Выполнен анализ числовых результатов по исследованию конкретной оболочки и показано влияние учета вида напряженного состояния на результаты расчета.

Р Е З Ю М Е . Розроблено методику чисельного дослідження пружнопластичного осесиметричного напружено-деформованого стану тонких оболонок в процесах неізотермічного деформування ізотропного матеріалу вздовж траєкторій малої кривизни з врахуванням вторинних пластичних деформацій і третього інваріанта девіатора напружень. Виконано чисельний аналіз напружено-деформованого стану оболонки в процесі нагрівання та вичахання.

1. *Григоренко Я.М., Василенко А.Т.* Теория оболочек переменной жесткости. – К.: Наук. думка, 1981. – 544 с. – (Методы расчета оболочек: В 5-ти т.; Т. 4).
2. *Качанов Л.М.* – Основы теории пластичности. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 324 с.
3. *Новожилов В.В.* Теория тонких оболочек. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 432 с.
4. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1979. – 744 с.
5. *Abel A., Muir H.* The Bauschinger effect and discontinuous yielding // Philosophical Magasine. – 1972. – **26**, N 2. – P. 489 – 504.
6. *Babeshko M.E., Galishin A.Z., Semenets A.I., Shevchenko Yu.N.* Influence of the Stress Mode on the Strength of High-Pressure Vessels // Int. Appl. Mech. – 2015. – **51**, N 3. – P.319 – 325.
7. *BabeshkoM.E., Savchenko V.G.* Analyzing Processes of Nonisothermal Loading of Shells of Revolution with Allowance for Repeated Plastic Strains // Int. Appl. Mech. – 2017. – **53**, N 6. – P. 639 – 646.
8. *Babeshko M.E., Shevchenko Yu.N., Tormakhov N.N.* Approximate Description of the Inelastic Deformation of an Isotropic Material with Allowance for the Stress Mode // Int. Appl. Mech. – 2010. – **46**, N 2. – P. 139 – 148.
9. *Babeshko M.E., Shevchenko Yu.N., Tormakhov N.N.* Thermoviscoplasticity Theory Incorporating the Third Deviatoric Stress Invariant // Int. Appl. Mech. – 2015. – **51**, N 1. – P. 85 – 91.
10. *Bauschinger J.* Über die Veränderung der Elastizitätsgrenze und des Elastizitätsmoduls ferschidener Metalle // Civilingenieur. – 1881. – P. 289 – 348.
11. *Bauschinger J.* Über die Veränderung der Elastizitätsgrenze und der Festigkeit des Eisens und Stahls durch Strecken und Quetschen durch Erwarmen und Abkuhlenund durch oftmals wiederholte Beanspruchung. – Mitteilung XV aus dem Mech. – München: Techn. Labor., 1886. – S. 1 – 116.
12. *Freudental A.M., Geiringer H.* The Mathematical Theories of the Inelastic Continuum. – Berlin: Springer Verlag, 1958. – 432 p.
13. *Hill R.* The Mathematical Theory of Plasticity. – Oxford: Claredon Press, 1950. – 350 p.
14. *Lode W.* Versuche über den Einfluss der mittleren Hauptspannung auf das Fliessen der Metals – Eisen, Kupfer und Nickel // Z. Physik. – 1926. – **36**. – P. 913 – 939.
15. *Mises R.* Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand // Göttingen Nachrichten, Mathematisch – Physikalisch Klasse, Göttingen. – 1913. – **4**. – P. 582 – 592.
16. *Shevchenko Yu.N., Savchenko V.G.* Three-Dimensional Problems of Thermoviscoplasticity: Focus on Ukrainian Research (Review) // Int. Appl. Mech. – 2016. – **52**, N 3. – P.217 – 271.
17. *Steblyanko P.A., Shevchenko Yu.N.* Computational Methods in Stationary and Nonstationary Thermal – Plasticity Problems. In.: «Encyclopedia of Thermal Stresses. In. 11 volumes (Ed. R.B.Hetnarski). – New York, Dordrecht: Springer, 2014. – **2**, C-D. – P. 507 – 1084». – P. 623 – 630.
18. *Życzkowski M.* Combined Loadings in the Theory of Plasticity. – Warszawa: PWN, 1981. – 714 p.

Поступила 28.02.2017 Утверждена в печать 10.10.2017