

В. Л. Карлаш

**АДМИТТАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИАЛЬНЫХ И ТОЛЩИННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТОНКИХ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ ДИСКОВ**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,  
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: karlashv@ukr.net*

**Abstract.** The experimental results obtained in the study of forced radial and thickness vibrations of the circular piezoceramic plates are analyzed. The experimental and calculation plots of the amplitude-frequency relation for full, active and reactive admittance components are comparing. It is established that the amplitude-frequency admittance characteristics are very dependent on the vibration mode and inter-electrode capacity value. The calculations of admittance are agreed well with the experimental data.

**Key words:** piezoceramic circular resonator, admittance, impedance and phase shift, comparison of amplitude-frequency relation.

**Введение.**

В последние десятилетия пьезоэлектрические пластины различной геометрической формы, прежде всего пьезокерамические, нашли широкое применение в устройствах регистрации и управления вибрациями, в частности, в сенсорах и актуаторах, а также в многослойных металлокерамических структурах. Монолитные и составные пьезокерамические пластины неоднородной структуры продолжают применяться в различных типах пьезотрансформаторов и фильтров частот. Тонкие круглые пластины используются в основном в качестве микрофонов и телефонов для средств мобильной связи, а также в пьезофильтрах и пьезотрансформаторах тока.

Их основным преимуществом перед электромагнитными аналогами является возможность миниатюризации, так как удельная мощность может достигать 20 – 40 Ватт на кубический дюйм [18]. Недавние исследования показали, что поведение пьезорезонаторов при больших мощностях сильно зависит от способа электрического нагружения [7, 10, 18]. Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) полной проводимости и ее компонентов в режиме напряжения постоянной амплитуды отличаются значительной нелинейностью вблизи резонансов, вплоть до срывов и прыжков, тогда как в режиме тока постоянной амплитуды такой нелинейности нет [7, 18]. Изучение резонансных электромеханических колебаний пьезокерамических пластин является важной и актуальной проблемой механики связанных полей в материалах и элементах конструкций.

Радиальные и толщинные колебания тонких пьезокерамических дисков отличаются моночастотностью – обертоны отдалены по частоте от основных резонансов в несколько раз. Высокая интенсивность радиальных колебаний и ярко выраженная зависимость их характеристических частот от коэффициента Пуассона стали причиной использования радиальных колебаний для экспериментального определения многих важных параметров пьезокерамики, таких как планарный КЭМС  $k_p$ , поперечный КЭМС  $k_{31}$ , пьезомодуль  $d_{31}$ , коэффициент Пуассона  $\nu$ , компоненты упругой податливости  $s_{11}$ ,  $s_{12}$ . Для оценки эффективности электромеханического преобразования энергии в пьезоэлектрических телах обычно пользуются несколькими способами – по динамическому коэффициенту электромеханической связи (КЭМС) или по величине полной проводимости (адмиттанса). Прямых методов измерения ни активных, ни ре-

активных компонент полной проводимости не существует и приходится определять их косвенными способами – путем расчетов по различным приближенным формулам [1 – 7, 10].

В настоящем сообщении приводятся результаты аналитических и экспериментальных исследований адмиттансных амплитудно-частотных зависимостей вынужденных радиальных и толщинных колебаний тонкого пьезокерамического диска со сплошными электродами. Расчеты амплитуд и фаз ведутся для активных и реактивных компонент полной проводимости. Все расчеты проведены в комплексной форме с учетом диэлектрических, упругих и пьезоэлектрических потерь энергии [10 – 18]. Измерения проводились с применением усовершенствованной схемы Мэсона с дополнительным коммутатором [9, 10].

Показано, в частности, что амплитудно-частотные характеристики компонент полной проводимости зависят от моды колебаний и величины собственной межэлектродной емкости пластины.

Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

### 1. Компоненты адмиттанса дисковых пьезокерамических резонаторов.

Приложенная к любому пьезоэлементу разность электрических потенциалов  $U_{pe}$  вызывает в нем ток  $I_{pe}$ . Отношение тока в цепи к падению потенциала на ней есть (по определению) полная проводимость или адмиттанс цепи  $Y$  [12 – 15]

$$Y = \frac{I_{pe}}{U_{pe}}. \quad (1)$$

Поскольку не существует амперметров, способных измерять малые токи на высоких частотах, то приходится ток через пьезоэлемент измерять косвенным способом по падению потенциала на специальном резисторе, включенном последовательно с ним [1, 5, 8, 10]. Можно легко показать, что полная проводимость пьезоэлемента на любой частоте создается совместным действием пьезоэффекта и статической емкости.

В монографии [4] на основе решения простых одномерных задач электроупругости получены выражения для входной проводимости различных по форме пьезокерамических резонаторов, таких как стержни с поперечной и продольной поляризацией, тонкие круговые диски и кольца с толщиной поляризацией, «короткие» и «высокие» цилиндрические кольца-оболочки и т. д. Как показано в [1, 2, 12] все они сводятся к единой комплексной формуле

$$Y = j\omega C_0 \frac{\Delta_a(x)}{\Delta_r(x)}, \quad (2)$$

где  $j$  – мнимая единица;  $\omega$  – угловая частота;  $C_0$  – статическая емкость;  $x$  – безразмерная частота;  $\Delta_r(x)$  – резонансный и  $\Delta_a(x)$  – антирезонансный определители.

Таким образом, полная проводимость  $Y$  любого пьезокерамического резонатора на любой частоте является произведением реактивной проводимости  $Y_C = j\omega C_0$  его межэлектродной емкости на отношение антирезонансного определителя к резонансному.

Отличаются пьезорезонаторы лишь комплексными выражениями для определителей и  $\Delta_a(x)$  и  $\Delta_r(x)$ .

Для радиальных колебаний тонких пьезокерамических дисков радиуса  $R$  при толщине  $h$  с толщиной поляризацией и сплошными электродами на главных поверхностях частотные определители  $\Delta_r(x)$  и  $\Delta_a(x)$ , безразмерная комплексная частота  $x$  и квадрат планарного коэффициента электромеханической связи (КЭМС)  $k_p^2$  записываются в виде [4, 5, 15]

$$\Delta_r(x) = xJ_0(x) - (1-\nu)J_1(x); \quad \Delta_a(x) = (1-k_p^2)\Delta(x) + (1+\nu)k_p^2J_1(x); \quad x = k^E R;$$

$$k^{E2} = (1-\nu^2)\rho\omega^2 s_{11}^E; \quad x = x_0(1-0,5js_{11m}); \quad k_p^2 = \frac{2d_{31}^2}{(1-\nu)s_{11}^E \epsilon_{33}^T}; \quad d_{31}^2 = d_{310}^2(1-2jd_{31m}); \quad (3)$$

$$k_p^2 = k_{p0}^2 [1 + j(s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m})]; C_{dsk} = C_{0dsk} (1 - j\varepsilon_{33m}); C_{0dsk} = \frac{\varepsilon_{330} \pi R^2}{h}.$$

Следует отметить, что все электроупругие коэффициенты, входящие в формулы (2), (3) и во все последующие выражения, являются комплексными числами [1, 2, 6, 10, 16]

$$\begin{aligned} s_{11}^E &= s_{110} (1 - js_{11m}); \varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{330} (1 - j\varepsilon_{33m}); d_{31} = d_{310} (1 - jd_{31m}); \\ s_{33}^E &= s_{330} (1 - js_{33m}); d_{33} = d_{330} (1 - jd_{33m}). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь индексами со значком «0» обозначены действительные части соответствующих комплексных чисел, а индексами со значком «m» – отношения мнимых частей к действительным частям, т.е. тангенсы потерь энергии [5, 10].

В случае толщинных колебаний тонкого пьезокерамического диска выражение для частотных определителей  $\Delta_r(x)$  и  $\Delta_a(x)$  адмиттанса имеет вид [4, 15]

$$\Delta_{rt}(x_t) = \cos(x_t); \Delta_{at}(x_t) = (1 - k_t^2) \Delta_t(x_t) + k_t^2 \sin x_t / x_t, \quad (5)$$

причем

$$\begin{aligned} C_{01t} &= C_{01t} (1 - j\varepsilon_{33m}); x_t = x_{0t} (1 - 0,5js_{33m}); C_{01t} = \frac{\varepsilon_{330} \pi R^2}{h}; x_t = k' R; \\ k'^2 &= \rho \omega^2 s_{33}^E; k_t^2 = \frac{d_{33}^2}{s_{33}^E \varepsilon_{33}^T}; d_{33}^2 = d_{330}^2 (1 - 2jd_{33m}); k_t^2 = k_{t0}^2 [1 + j(s_{33m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{33m})]. \end{aligned} \quad (6)$$

При вычислениях адмиттанса с применением формулы (2) в каждом конкретном резонаторе осуществлялась «привязка» безразмерной  $x_0$  и измеренной  $f_0$  резонансных частот по формуле

$$\omega C_0 = \frac{2\pi f_0 C_0 x}{x_0} = ax; a = \frac{2\pi f_0 C_0}{x_0}, \quad (7)$$

$x$  – текущее значение безразмерной частоты.

## 2. Методика эксперимента, амплитудно-частотные зависимости.

Измерения проводились с применением усовершенствованной схемы Мэзона [1, 6, 9, 11] на нескольких образцах круговых пьезокерамических дисков со сплошными серебряными электродами на главных поверхностях, изготовленных из составов пьезокерамики ЦТС-19 или ЦТБС-3 и поляризованных до насыщения по толщине. Сначала мостом переменного тока Е8 – 4 на частоте 1000 Гц измерялись статические емкости  $C_0$  и тангенсы диэлектрических потерь  $\text{tg } \delta = e_{33m}$ . Затем к генератору звуковых и ультразвуковых частот ГЗ – 56/1, включенному на выходное сопротивление 50 Ом, присоединялся согласующий делитель напряжения из двух последовательно включенных резисторов 68 и 10 Ом. Исследуемые пьезоэлементы совместно с их нагрузочными резисторами через коммутатор присоединялись параллельно к выходному резистору согласующего делителя электрического напряжения. Частота колебаний контролировалась цифровым частотомером ЧЗ – 38, падения напряжений регистрировались либо цифровым вольтметром В2 – 27А/1, либо милливольтметром ВЗ – 38. При исследовании толщинных колебаний применялся генератор сигналов Г4 – 1А.

Падения потенциала на исследуемом пьезорезонаторе  $U_{pe}$ , нагрузочном резисторе  $U_R$  и на входе схемы измерения  $U_{in}$  вводились в компьютер и по формуле (1) вычислялась полная проводимость  $Y_{pe}$ . Ее активный  $Y_{ac}$  и реактивный  $Y_{re}$  компоненты вычислялись с учетом сдвига фаз между падением напряжения на пьезоэлементе  $U_{pe}$  и протекающим в нем током  $I_{pe}$  или, что то же самое, между напряжениями  $U_{pe}$  и  $U_R$

$$Y = Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}; Y_{ac} = Y_{pe} \cos \alpha; Y_{re} = Y_{pe} \sin \alpha = Y_{pe} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}. \quad (8)$$

Косинус угла сдвига фаз вычислялся по теореме косинусов [11 – 15]

$$\cos \alpha = \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe}U_R}, \quad (9)$$

а комплексная мгновенная мощность определялась как произведение падения напряжения на пьезоэлементе  $U_{pe}$  на протекающий в его цепи ток  $I_{pe}$

$$P_{pe} = U_{pe} I_{pe} = \frac{U_R U_{pe}}{R}. \quad (10)$$

Модернизированная схема Мэсона [1, 9] позволяла проводить измерения при нескольких режимах электрического нагружения – в условиях заданной постоянной амплитуды одного из напряжений  $U_{in}$ ,  $U_{pe}$  или  $U_R$ , а также в условиях «как есть», когда эти напряжения были произвольны и соотношения между ними устанавливались автоматически. Дело в том, что при наличии в схеме измерений согласующего делителя падение потенциала  $U_{in}$  на его выходе в процессе перестройки частоты не остается постоянным, а постоянно изменяется под влиянием шунтирующего действия самого пьезорезонатора. Автором разработана методика, которая позволяет на основе полученных в условиях «как есть» данных изучать влияние на характеристики образцов других заданных режимов электрического нагружения [13].

Для первого радиального резонанса вынужденных электромеханических колебаний диска из пьезокерамики ЦТБС-3 диаметром 66,1 мм при толщине 3,1 мм были получены следующие величины:  $C_0 = 18490$  пФ,  $\text{tg} \delta = 0,0066$ ,  $a = 1,77$  мС,  $\nu = 0,35$ ,  $k_p^2 = 0,3$ ;  $s_{11m} = 0,0069$ ;  $\varepsilon_{33m} = 0,0085$ ;  $d_{31m} = 0,0076$ ;  $x_{01} = 2,08$ ,  $f_{01} = 31,59$  кГц. В интервале безразмерных частот  $2,00 \leq x \leq 2,15$  построены графики рис. 1, а для абсолютных значений активной и реактивной компонент полной входной проводимости. Для построения рассчитанных и экспериментальных кривых на единых рисунках применялась формула сравнения [15]

$$x_0 = x x_{01} / f_{01}. \quad (11)$$

Здесь  $x$  – текущее значение безразмерной частоты;  $x_{01}$  – и  $f_{01}$  – безразмерная и измеренная частоты максимумов полной проводимости.

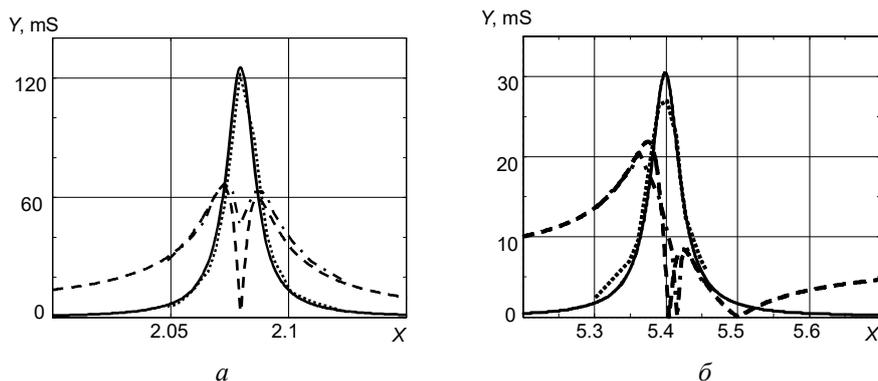


Рис. 1

Следует отметить, что взятые для расчета здесь величины  $k_p^2$ ;  $s_{11m}$ ;  $\varepsilon_{33m}$ ;  $d_{31m}$ , как и величины  $k_t^2$ ,  $s_{33m}$ ,  $\varepsilon_{33m}$ ,  $d_{33m}$  для толщинных колебаний (см. ниже) получены путем последовательных итераций на основе разработанной автором ранее итерационной методики [2, 10, 12]. Измерения проведены при сопротивлении нагрузочного резистора 11,2 Ом в режиме «как есть». Абсолютные значения величин взяты для сравнения потому, что при экспериментальном измерении вольтметром падений напряжений их полярность не учитывается.

На всех рисунках графики рассчитанных величин активных компонентов изображены сплошными линиями, а экспериментальных – пунктиром. Графики рассчитанных величин реактивных компонентов адмиттанса показаны на рисунках штриховыми линиями, экспериментальных – штрихпунктирными линиями.

Активные составляющие совместились очень хорошо, однако, наблюдается значительное расхождение в местах перехода реактивных составляющих через ноль. Причиной этого расхождения может быть недостаточное количество экспериментальных точек вблизи максимума активной составляющей или неточности в выборе для расчета величины  $k_p^2$ .

Графики рис. 1, б построены для второго радиального резонанса того же диска в интервале безразмерных частот  $5,2 \leq x \leq 5,7$  при  $x_{01} = 5,4$ ;  $f_{02} = 83,1$  кГц и  $s_{11m} = 0,009$ . Остальные величины те же, что и для первого радиального резонанса. Кривые активных составляющих практически совместились, реактивные компоненты немного отличаются положением нуля, но имеют очень похожие «склоны». Причиной более заметного расхождения в положении точек перехода через ноль реактивных компонент может быть как недостаточное количество экспериментальных точек вблизи максимума активной составляющей, так и различная степень высокочастотного «зажатия» собственной емкости пьезоэлемента на основной радиальной моде и ее обертонах.

В случае толщинных колебаний диска расчеты велись по формулам (2), (5) – (7) при следующих данных:  $k_t^2 = 0,3$ ;  $s_{33m} = 0,021$ ;  $\epsilon_{33m} = 0,01$ ;  $d_{33m} = 0,01$ ;  $a_t = 30$  мС;  $f_{0t} = 650$  кГц.

Рис. 2, а построен для интервала безразмерных частот  $1,45 \leq x \leq 1,75$  с применением формулы «привязки»  $x_0 = x \cdot 1,57/650$ . Штриховка кривых та же, что и на рис.1. Кривые рис. 2, б построены для первого обертона толщинных колебаний, т.е. для интервала частот  $3,4 \leq x \leq 5,6$ . Теперь:  $k_t^2 = 0,3$ ;  $s_{33m} = 0,021$ ;  $\epsilon_{33m} = 0,01$ ;  $d_{33m} = 0,01$ ;  $a_t = 60$  мС;  $f_{0t} = 2160$  кГц,  $x_0 = x \cdot 4,71/2160$ .

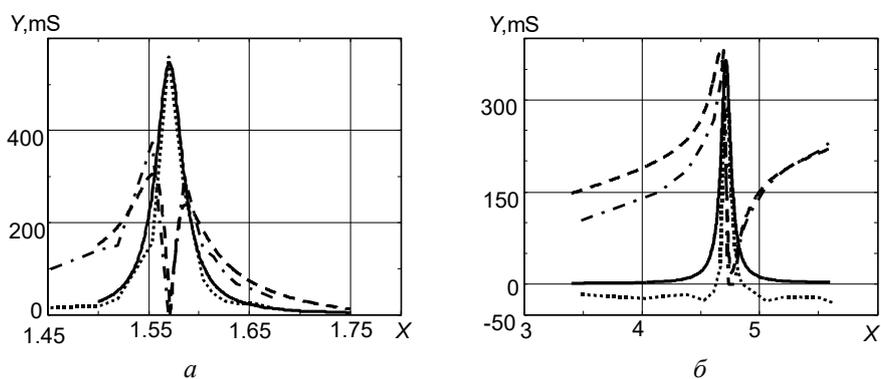


Рис. 2

На столь высокой частоте «зажатие» собственной емкости образца проявляется весьма заметно, о чем свидетельствует величина множителя  $a_t$ . Для совпадения измеренной величины активного компонента полной проводимости с расчетным значением этот параметр пришлось повысить не в три, а только в два раза. Рассчитанные и экспериментальные графики и здесь близки по форме.

### 3. Анализ экспериментальных данных, круги полной проводимости.

Если по оси абсцисс откладывать величину активной компоненты полной проводимости  $G$ , а по оси ординат соответствующую ей величину реактивной компоненты  $B$ , то получим так называемый круг полной проводимости [4, 5]. Рис. 3 иллюстрирует рассчитанные (сплошные линии) и экспериментальные (прерывистые линии) круги полной проводимости для первых двух радиальных и первых двух толщинных мод упомянутого выше пьезокерамического диска – графики а, б, в и г соответственно. Поскольку, как сказано выше, используемые для измерения падений потенциала вольтметры не реагируют на полярность измеряемого электрического напряжения, то пришлось откладывать по вертикали модули соответствующих величин, в результате

чего на графиках получились по два полукруга один под другим. Эти «полукруги» в случае исследуемого диска не всегда совпадают друг с другом – проявляется влияние собственной межэлектродной емкости.

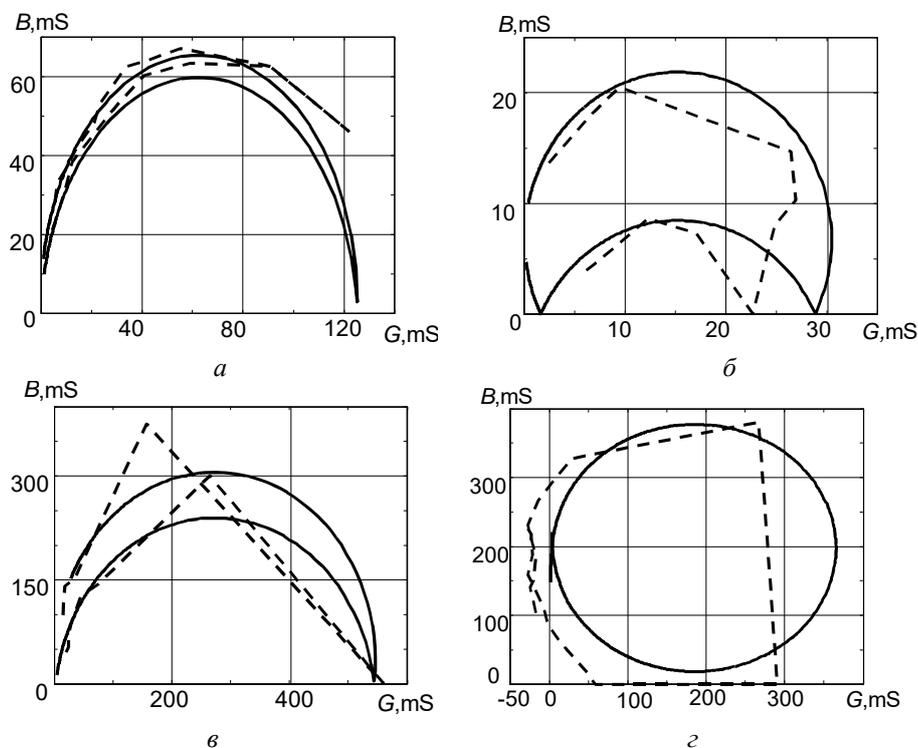


Рис. 3

Сопоставление рассчитанных и экспериментальных графиков показывает, что общие тенденции изменения кривых по частоте на них хорошо согласуются, а различия наблюдаются, как и на кривых рис. 2 и 3, в местах приближения к «нулю» реактивных компонент, на этих же частотах полные проводимости и их активные компоненты достигают максимумов. Причина расхождений, по мнению автора, следующая. Высокая механическая добротность исследуемого резонатора ( $Q_{mr} = 1/S_{11m} = 1/0,0069 = 144,9$  на основной радиальной моде и  $Q_{mt} = 1/S_{33m} = 1/0,021 = 47,8$  на первой толщинной моде) сильно затрудняют в этих точках ручную перестройку частоты генераторов. Дело в том, что резкие изменения электрических напряжений происходят в частотном интервале всего несколько десятков герц.

На всех графиках отчетливо заметно существенное влияние собственной статической емкости пьезодиска  $C_0$ . Это влияние тем сильнее, чем выше частота. Резонансная частота первого обертона толщинных колебаний 2160 кГц превышает резонансную частоту основного радиального резонанса 31,59 кГц почти в 70 раз и влияние емкостной компоненты входного адмиттанса настолько велико, что графики полностью оказались в области положительных значений реактивной составляющей и вырисовался полный круг полной проводимости (рис. 3, г).

#### Заключение.

На основе проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

1. Кривые АЧХ как активных, так и реактивных компонентов полной проводимости похожи между собой для всех мод колебаний пьезорезонаторов, хотя их амплитудные величины отличаются почти в 20 раз – от 20 мС на первом обертоном радиальных колебаний до 560 мС на основной толщинной моде. Частота первого обертона толщинных колебаний превышает резонансную частоту основной радиальной моды во много десятков раз.

2. Легко видеть, что для сопоставлений экспериментальных результатов с расчетом весьма наглядными являются круги (в нашем случае полукруги) полной проводимости, однако на них трудно наносить характеристические частоты. С другой стороны АЧХ хорошо иллюстрируют частотные зависимости, но не столь наглядны. По мнению автора, адмиттансные характеристики пьезокерамических резонаторов удобно изучать при сопоставлении тех и других графиков, как сделано в настоящей статье.

3. Амплитудно-частотные зависимости активных и реактивных компонент полной проводимости сильно зависят от моды колебаний и межэлектродной емкости, влияние которой тем сильнее, чем выше частота колебаний.

Основным недостатком разработанных автором методик [1 – 3, 11 – 15] является то, что они не учитывают изменение с частотой величины диэлектрических потерь энергии, которые независимо измеряются на частоте 1000 Гц. Этот недостаток мало влияет при работе пьезоэлектрических резонаторов на частотах до нескольких десятков кГц, однако может стать существенным в мегагерцевом диапазоне.

РЕЗЮМЕ. Проаналізовано експериментальні результати, отримані при дослідженні вимушених електропружних коливань кругових п'єзокерамічних пластин. Експериментальні та розрахункові графіки повних, активних і реактивних компонентів адмітансу порівнюються між собою як у вигляді АЧХ, так і через кола (півкола) повної провідності. Встановлено, що амплітудно-частотні адмітансні характеристики значно залежать від моди коливань і величини міжелектродної ємності. Розрахунки адмітансу добре узгоджуються з експериментальними даними.

1. *Карлаш В.Л.* Методи визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії при коливаннях резонаторів із п'єзокераміки // Акуст. вісник. – 2012. – **15**, № 4. – С. 24 – 38.
2. *Карлаш В.Л.* Ще раз про втрати енергії в п'єзокерамічних резонаторах // Акуст. вісник. – 2015. – **17**, № 1. – С. 34 – 47.
3. *Карлаш В.Л.* Порівняння експериментальних і розрахункових даних при дослідженні вимушених коливань п'єзокерамічних резонаторів // Акуст. вісник. – 2015. – **17**, № 3. – С. 13 – 20.
4. *Шульга Н.А., Болкисев А.М.* Колебания пьезоэлектрических тел. – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.
5. *Шульга М.О., Карлаш В.Л.* Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. – К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
6. *Шульга М.О., Карлаш В.Л.* Амплітудно-фазові характеристики радіальних коливань тонкого п'єзокерамічного диска біля резонансів // Доп. НАН України. – 2013, № 9. – С. 80 – 86.
7. *Bezverkhyi O.I., Zinchuk L.P., Karlash V.L.* Modelling of the piezoceramic resonator electric loading conditions based on experimental data // Mathematical modelling and computing. – 2015. – **2**, N 2. – P. 115 – 127.
8. *IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics.* 1961 // Proc. IRE. – 1961. – **49**. – P. 1161 – 1169.
9. *Karlash V.L.* Particularities of Amplitude-Frequency Characteristics of Admittance of Thin Piezoceramic Half-Disk // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 10. – P. 647 – 653.
10. *Karlash V.L.* Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics // Electronics and communication. – 2014. – **19**, N 2 (79). – P. 82 – 94.
11. *Karlash V.L.* Modeling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements // Mathematical modelling and computing. – 2014. – **1**, N 2. – P. 163 – 177.
12. *Karlash V.L.* Analysis of the Methods of Determination of the Viscoelastic Coefficients of Piezoceramic Resonators // J. Math. Sci. – 2017. – **226**, N 2 – P. 123 – 138.
13. *Karlash V.L.* Influence of Electric Loading Conditions on the Vibrations Piezoceramic Resonators // Int. Appl. Mech. – 2017. – **53**, N 2. – P. 220 – 227.
14. *Karlash V.L.* Phase-Frequency Characteristics of the Longitudinal and Transverse Vibrations of Planar Piezoceramic Transformers // Int. Appl. Mech. – 2017. – **53**, N 3. – P. 349 – 355.
15. *Karlash V.L.* Conductance- and Susceptance-Frequency Responses of Piezoceramic Vibrators // Int. Appl. Mech. – 2017. – **53**, N 4. – P. 464 – 471.
16. *Liu G., Zhang S., Jiang W., Cao W.* Losses in ferroelectric materials // Material Science and Engineering. Reports. – 2015. – **89**. – P. 1 – 48.
17. *Mezheritsky A.V.* Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works all together // IEEE Trans UFFC. – 2004. – **51**, N 6. – P. 695 – 797.
18. *Uchino K., Zhuang Yu., Ural S.O.* Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // J. Adv. Dielectric. – 2011. – **1**, N 1. – P. 17 – 31.

Поступила 26.03.2018

Утверждена в печать 05.03.2019