УДК 517.98

І. В. Чернега

СИМЕТРИЧНІ АНАЛІТИЧНІ ФУНКЦІЇ НА ПРОСТОРІ $\mathbf{l}_p$

Досліджено спектр алгебри аналітичних функцій обмеженого типу на просторі $\mathbf{l}_p$, які є симетричними відносно перестановки базисних елементів. Побудовано зображення спектра у вигляді цілих функцій однієї комплексної змінної.

Вступ. Останніми роками зріс інтерес до дослідження алгебр аналітичних функцій на банахових просторах. Оскільки між максимальними ідеалами і комплексними гомоморфізмами (характерами) банахової алгебри існує взаємнооднозначна відповідність, яку задає перетворення Гельфанда, можемо трактувати елементи вихідної алгебри як функції на просторі максимальних ідеалів. Довільна рівномірна напівпроста банахова алгебра допускає реалізацію у вигляді замкненої підалгебри алгебри неперервних функцій на компактному хаусдорфовому топологічному просторі, утвореному її максимальними ідеалами. Тому питання про опис структури спектра алгебр аналітичних функцій є важливим напрямком у теорії аналітичних відображень на банахових просторах.

Ця тематика нова і почала активно розвиватися наприкінці двадцятого століття. Першими тут були дослідження Т. Корна, Б. Коля, Т. Гамеліна [6], які вивчали властивості алгебри аналітичних функцій на одиничній кулі спряженого простору, породженої $*$-слабко неперервними лінійними функціоналами. Р. Арон, Б. Коль, Т. Гамелін [3, 4] зосереджували увагу на максимальних ідеалах алгебри комплекснозначних цілих функцій на банаховому просторі, які є обмежені на обмежених множинах, та спектрі рівномірної алгебри обмежених аналітичних функцій на одиничній кулі банахового простору. Цей напрямок розвинули П. Галіндо, Д. Гарсія, М. Маестре [5, 10], Ш. Дінін [9], А.В. Загороднюк [13, 14].

Наведемо основні поняття та означення. Нехай X і Y – комплексні або дійсні банахові простори. Відображення $P : X \to Y$ називають n-однорідним поліномом, якщо існує таке симетричне n-лінійне відображення $A : X^n \to Y$, що $P(x) = A(x, \ldots, x)$. Поліном степеня n – це сума k-однорідних поліномів, $1 \le k \le n$. Під аналітичною функцією розуміємо локально збіжний у рівномірній топології нескінченний ряд n-однорідних поліномів.

Нехай X – комплексний банахів простір і G – напівгрупа ізометричних операторів на X. Функцію f на X називають *симетричною відносно* G (або G-*симетричною*), якщо

$$f(x) = f(\sigma(x))$$

для кожного $\sigma \in G$.

Розглянемо простір $X = \mathbf{l}_p$, $1 \le p < \infty$ і $G = \mathrm{G}$ – група перестановок на множині натуральних чисел ¥. Тоді $\sigma \in \mathrm{G}$ діє на $\mathbf{l}_p$ так:

$$\sigma\Big(\sum_{i=1}^{\infty} x_i e_i\Big) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i e_{\sigma(i)},$$

де $e_1, e_2, \ldots$ – стандартний базис в $\mathbf{l}_p$. У літературі G-симетричні функції на $\mathbf{l}_p$ називають симетричними.

Доведено [11], що поліноми

$$F_k\left(\sum_{i=1}^{\infty} a_i e_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty} a_i^k,$$

де $k=\lceil p\rceil,\lceil p\rceil+1\ldots$; $\lceil p\rceil$ – найменше ціле, яке є більше або дорівнює p, утворюють алгебричний базис у $\mathcal{P}_s(\ell_p)$ – просторі всіх симетричних поліномів на ℓ_p. Тобто поліноми F_k алгебрично незалежні і їх алгебрична комбінація збігається з усім простором $\mathcal{P}_s(\ell_p)$.

Позначимо через $H_{bs}(\ell_p)$ алгебру цілих симетричних аналітичних функцій з ℓ_p в $\mathbb{C}$, що є обмеженими на обмежених множинах, і через $\mathcal{M}_{bs}(\ell_p)$ – спектр (множину всіх комплексних гомоморфізмів) цієї алгебри. Нехай $x,y\in\ell_p$, $x=(x_1,x_2,\ldots)$ і $y=(y_1,y_2,\ldots)$. Операцію змішування $x\bullet y\in\ell_p$ визначено [1] так:

$$x\bullet y=(x_1,y_1,x_2,y_2,\ldots).$$

Зауважимо, що $F_k(x\bullet y)=F_k(x)+F_k(y)$ для довільних $x,y\in\ell_p$, $k\in\mathbb{N}$.

За допомогою цієї операції змішування введено [7] операцію симетричної згортки на спектрі алгебри $H_{bs}(\ell_p)$, що дало можливість подати [8] $\mathcal{M}_{bs}(\ell_1)$ у термінах цілих функцій експоненціального типу. Нижче досліджуємо спектр алгебри $H_{bs}(\ell_p)$, тобто $\mathcal{M}_{bs}(\ell_p)$.

Основні результати. Алгебра $H_{bs}(\ell_p)$, окрім базису $\left\{F_n(x)=\sum_{i=1}^{\infty} x_i^n,\ n=\lceil p\rceil,\lceil p\rceil+1\ldots\right\}$, має інший природний базис. Якщо $p=1$, його задає послідовність (G_n):

$$G_n(x)=\sum_{k_1<\ldots<k_n}^{\infty} x_{k_1}\ldots x_{k_n}.$$

Згідно з відомою формулою Ньютона для $x\in\ell_1$ маємо:

$$nG_n(x)=F_1(x)G_{n-1}(x)-F_2(x)G_{n-2}(x)+\ldots+(-1)^{n+1}F_n(x). \tag{1}$$

Коли $p>1$, у формулі (1) покладемо $F_k=0$ для $k<p$ і означимо:

$$G_n^{(p)}(x)=\begin{cases}(-1)^{n+1}\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} x_k^n, & \text{якщо } p\le n<2p\\[2ex] \displaystyle\sum_{\substack{r_1+\ldots+r_s=n,\\ r_i\ge p}}(-1)^{n+s}\frac{1}{k!}\frac{1}{r_1\ldots r_s}\sum_{i_1,\ldots,i_s=1}^{\infty} x_{i_1}^{r_1}\ldots x_{i_s}^{r_s}, & \text{якщо } n\ge 2p\end{cases}$$

де $1\le i_s\le[n/p]$ і k – кількість однакових r_i.

Зауважимо, що $G_n^{(1)}=G_n$.

Позначимо $G^{(p)}:=\displaystyle\sum_{i_1<\ldots<i_s}^{\infty} x_{i_1}^p\ldots x_{i_s}^p$.

Лема. $\left\|G^{(p)}\right\|=1/\sqrt[p]{n!}$.

Д о в е д е н н я. Для обчислення норми $G^{(p)}$ достатньо мати справу з векторами на одиничній кулі простору ℓ_p, компоненти яких є додатними.

Також можемо обмежитись обчисленнями на L_m, тобто лінійній оболонці $\{e_1,\ldots,e_m\}$, для $m \ge n$. Обчислюємо за індукцією по m.

Оскільки звуження $G^{(p)}|_{L_m}$ є однорідним, його норма досягається в точках з нормою 1. Якщо $m = n$, то $G^{(p)}$ є добутком $x_1^p \,\mathbf{K}\, x_s^p$. Використовуючи правило множників Лаґранжа, отримаємо, що максимум досягається в точках з однаковими координатами, тобто $\frac{1}{n^{1/p}}(e_1 + \mathbf{K} + e_{n/p})$.

Таким чином,

$$\left|G^{(p)}(\overbrace{\frac{1}{n^{1/p}},\ldots,\frac{1}{n^{1/p}}}^{n/p},0,\ldots)\right| \le ((1/n^{1/p})^p)^{n/p} = 1/n^{n/p} \le \frac{1}{(n!)^{1/p}}.$$

Нехай тепер $m > n$, $x \in L_m$. Маємо: $G^{(p)}(x) = \sum\limits_{i_1 < \mathbf{L} < i_s \le m}^{\infty} x_{i_1}^p \,\mathbf{K} x_{i_s}^p$. Знову, застосовуючи правило множників Лаґранжа, отримаємо, що або деякі з координат перетворюються в нуль, або вони всі рівні і тому мають те саме значення $\frac{1}{m}$. У першому випадку повертаємось до попередніх індуктивних кроків з L_k, $k < m$, і отримуємо потрібну нерівність. У другому випадку $G^{(p)}\left(\overbrace{\frac{1}{m^{1/p}},\ldots,\frac{1}{m^{1/p}}}^{m},0,\ldots\right) = \binom{m}{n}\frac{1}{m^{n/p}} \le \frac{1}{(n!)^{1/p}}$.

Крім того, $\left\|G^{(p)}\right\| \ge \lim\limits_{m}\binom{m}{n}\frac{1}{m^{n/p}} = \frac{1}{(n!)^{1/p}}$, що і завершує доведення.

Твердження 1. *Для достатньо великих* n *справедлива нерівність*

$$\left\|G_n^{(p)}\right\| \le 1/\sqrt[p]{n!}.$$

Д о в е д е н н я. Використовуючи лему і той факт, що розбиття натурального числа n, $p(n)$ має асимптотику

$$p(n) \sim \frac{1}{4n\sqrt{3}} e^{\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}}, \quad n \to \infty,$$

отримуємо, що при $\|x\| \le 1$

$$\left|\sum_{r_1 + \mathbf{L} + r_s = n} (-1)^{n+s}\frac{1}{k!}\frac{1}{r_1 \ldots r_s}\sum_{i_1,\ldots,i_s=1}^{\infty} x_{i_1}^{r_1}\,\mathbf{K}\, x_{i_s}^{r_s}\right| \le$$

$$\le \frac{1}{4n\sqrt{3}} e^{\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}}\left|\frac{1}{(n/p)!}\frac{1}{p^{n/p}}\sum_{i_1,\ldots,i_s=1}^{\infty} x_{i_1}^{p}\,\mathbf{K}\, x_{i_s}^{p}\right| \le$$

$$\le \frac{1}{4n\sqrt{3}} e^{\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}}\left|\frac{1}{(n/p)!}\frac{1}{p^{n/p}}(n/p)!\sum_{i_1 < \mathbf{L} < i_s}^{\infty} x_{i_1}^{p}\,\mathbf{K}\, x_{i_s}^{p}\right| \le$$

$$\le \frac{1}{4n\sqrt{3}} e^{\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}}\left|\frac{1}{p^{n/p}}\right|\left|\sum_{i_1 < \mathbf{L} < i_s}^{\infty} x_{i_1}^{p}\,\mathbf{K}\, x_{i_s}^{p}\right| \le$$

$$\le \frac{1}{4n\sqrt{3}} e^{\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}}\left|\frac{1}{p^{n/p}}\right|\left|\frac{1}{(n!)^{1/p}}\right| \le 1/\sqrt[p]{n!},$$

починаючи з $n \ge 2p$.

Твердження доведено.

Позначимо через $\mathcal{L}\{t\}$ простір всіх степеневих рядів над полем $\mathcal{L}$, а через $\mathrm{F}^{(p)}$ і $\mathrm{G}^{(p)}$ – такі відображення з $\mathrm{M}_{bs}(\mathbf{l}_p)$ в $\mathcal{L}\{t\}$:

$$\mathrm{F}^{(p)}(\varphi) = \sum_{n=p}^{\infty} t^{n-1}\varphi(F_n) \quad \text{і} \quad \mathrm{G}^{(p)}(\varphi) = 1 + \sum_{n=p}^{\infty} t^n \varphi(G_n^{(p)}).$$

Нагадаємо, що для кожного елемента $\varphi \in \mathrm{M}_{bs}(\mathbf{l}_p)$ визначена радіус-функція за формулою

$$R(\varphi) = \limsup_{n\to\infty} \|\varphi_n\|^{\frac{1}{n}} < \infty, \tag{2}$$

де φ_n – звуження φ на підпростір n-однорідних поліномів [7]. Зауважимо, що з (2) одразу випливає, що $\|\varphi_n\|^{\frac{1}{n}} \le R(\varphi)$, $n \to \infty$, тобто

$$\|\varphi_n\| \le (R(\varphi))^n, \quad n \to \infty. \tag{3}$$

Відомо [12], що порядок ρ_f і тип σ_f цілої функції $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$, $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|c_n|} = 0$ можна обчислити так:

$$\rho_f = \limsup_{n\to\infty} \frac{n \log n}{\log(1/|c_n|)},$$

$$\sigma_f = \frac{1}{\rho e} \limsup_{n\to\infty} \left(n \sqrt[n]{|c_n|^{\rho}} \right).$$

Твердження 2. *Порядок* $\rho_{\mathrm{G}^{(p)}}$ *відображення* $\mathrm{G}^{(p)}(\varphi)$ *не перевищує* p; *тип* $\sigma_{\mathrm{G}^{(p)}}$ *цього відображення є скінченним.*

Д о в е д е н н я. Використовуючи твердження 1, формулу (3), а також добре відому формулу Стірлінга $\log n! = n \log n - n + O(\log n)$ для обчислення ρ_{G} і $n! \sim \sqrt{2\pi n}(n/e)^n$, $n \to \infty$, для знаходження σ_{G} отримуємо:

$$\rho_{\mathrm{G}^{(p)}} = \limsup_{n\to\infty} \frac{n \log n}{\log\left(\dfrac{1}{|\varphi_n(G_n^{(p)})|}\right)} \le \limsup_{n\to\infty} \frac{n \log n}{\log\left(\dfrac{1}{\|\varphi_n\| \|G_n^{(p)}\|}\right)} \le$$

$$\le \limsup_{n\to\infty} \frac{n \log n}{\log\left(\dfrac{1}{\|\varphi_n\| / (n!)^{1/p}}\right)} = \limsup_{n\to\infty} \frac{n \log n}{\log(n!)^{1/p} - \log\|\varphi_n\|} =$$

$$= p \limsup_{n\to\infty} \frac{n \log n}{n \log n - n - p \log\|\varphi_n\|} = p \limsup_{n\to\infty} \left(1 + \frac{n + p \log\|\varphi_n\|}{n \log n - n - p \log\|\varphi_n\|} \right) \le$$

$$\le p \limsup_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1 + p \log R(\varphi)}{\log n - 1 - p \log R(\varphi)} \right) = p.$$

Також маємо:

$$\sigma_{\mathrm{G}^{(p)}} \le \frac{1}{\rho_{\mathrm{G}^{(p)}} e} \limsup_{n\to\infty} \frac{n \|\varphi_n\|^{p/n}}{(n!)^{1/n}} \le \frac{1}{\rho_{\mathrm{G}^{(p)}} e} \limsup_{n\to\infty} \frac{n (R(\varphi))^p}{\left(\sqrt{2\pi n}(n/e)^n\right)^{1/n}} =$$

$$= \frac{1}{\rho_{\mathrm{G}^{(p)}}} \limsup_{n\to\infty} \frac{(R(\varphi))^p}{(2\pi n)^{1/2n}} = \frac{(R(\varphi))^p}{\rho_{\mathrm{G}^{(p)}}}.$$

Теорема. *Справедливі такі тотожності:*

1) $\mathrm{F}^{(p)}(\varphi \mathring{a} \theta) = \mathrm{F}^{(p)}(\varphi) + \mathrm{F}^{(p)}(\theta)$;
2) $\mathrm{G}(\varphi \mathring{a} \theta) = \mathrm{G}(\varphi)\mathrm{G}(\theta)$.

Д о в е д е н н я. Перше твердження є простим наслідком властивостей операції згортки. Для доведення другого зауважимо, що

$$G_n(x \bullet y) = \sum_{k=0}^{n} G_k(x) G_{n-k}(y).$$

Таким чином,

$$(\theta \mathring{a} G_n)(x) = \theta\left(T_x^s(G_n)\right) = \theta\left(\sum_{k=0}^{n} G_k(x) G_{n-k}\right) = \sum_{k=0}^{n} G_k(x)\theta(G_{n-k}).$$

Отже,

$$(\varphi \mathring{a} \theta)(G_n) = \varphi\left(\sum_{k=0}^{n} G_k(x)\theta(G_{n-k})\right) = \sum_{k=0}^{n} \varphi(G_k)\theta(G_{n-k}).$$

Оскільки ряд є абсолютно збіжним, маємо:

$$\mathrm{G}(\varphi)\mathrm{G}(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} t^k \varphi(G_k) \sum_{m=0}^{\infty} t^m \theta(G_m) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k+m=n} t^n \varphi(G_k)\theta(G_m) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} t^n \sum_{k+m=n} \varphi(G_k)\theta(G_m) = \sum_{n=0}^{\infty} t^n (\varphi \mathring{a} \theta)(G_n) = \mathrm{G}(\varphi \mathring{a} \theta).$$

Теорему доведено.

Нехай $v_n(\lambda) = \lambda\left(\frac{e_1}{n} + \mathbf{K} + \frac{e_n}{n}\right)$. Знаємо [2], що $\lim_{n\to\infty} F_1(v_n(\lambda)) = \lambda$ і $\lim_{n\to\infty} F_k(v_n(\lambda)) = 0$, $k > 1$. Візьмемо $x = (x_1, \ldots, x_m, 0, \ldots) \in \mathbf{l}_1$ і означимо

$$h_n(x) = x \bullet v_n(-x_1) \bullet v_n(-x_2) \bullet \ldots \bullet v_n(-x_m).$$

Очевидно, що

$$\lim_{n\to\infty} F_1(h_n(x)) = F_1(x) + \sum_{k=1}^{m} \lim_{n\to\infty} F_1(v_n(-x_k)) = 0,$$

і

$$\lim_{n\to\infty} F_k(h_n(x)) = F_k(x).$$

Таким чином, отримали відображення, яке кожному вектору x ставить у відповідність послідовність $h_n(x)$, тому функціоналу значення в точці x, δ_x можна поставити у відповідність характер h_x, де $h_x(P) = \lim_{n\to\infty} P(h_n(x))$ для кожного полінома P. Тоді $F_1(h_x) = 0$ і $F_k(h_x) = F_k(x)$, $k > 1$.

Ця сама конструкція працює і для довільного $x = (x_1, \ldots, x_m, \ldots) \in \mathbf{l}_1$. Дійсно, маємо:

$$\|h_n(x)\| = \|x\| + |x_1| + \ldots + |x_m| \le 2\|x\|.$$

Тоді $R\left(\delta_{h_n(x)}\right) \le 2\|x\|$ і через компактність послідовність $\left\{\delta_{h_n(x)}\right\}$ має граничну точку в $\mathrm{M}_{bs}(\mathbf{l}_1)$, яку позначимо h_x. Тоді h_x є неперервною для $x = (x_1, \ldots, x_m, 0, \ldots)$, $R(h_x) \le 2\|x\|$.

Для довільного $x \in \mathbf{l}_1$ одержали $x = \lim\limits_{m \to \infty} x^m$, де $x^m = (x_1, \ldots, x_m, 0, \ldots)$. Тоді послідовність $\left\{h_{x^m}\right\}$ є обмежена, має граничну точку h_x і $h_x(F_k) = \lim\limits_{m \to \infty} h_{x^m}(F_k)$.

Легко бачити, що

$$G_n^{(2)}(x \bullet y) = G_n(h_x \text{ å } h_y).$$

Оскільки

$$(h_x \text{ å } h_y)(G_n) = \sum_{k=0}^{n} h_x(G_k) h_y(G_{n-k}),$$

то

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} t^n G_n^{(2)}(x \bullet y) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} t^n G_n(h_x \text{ å } h_y) =$$

$$= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} t^n \sum_{k=0}^{n} h_x(G_k) h_y(G_{n-k}) = \mathrm{G}(h_x)\mathrm{G}(h_y) = \mathrm{G}^{(2)}(x)\mathrm{G}^{(2)}(y).$$

Візьмемо $v_n(\lambda) = \lambda\left(\frac{e_1}{n^{1/p}} + \mathbf{L} + \frac{e_n}{n^{1/p}}\right)$ і, використовуючи метод математичної індукції, отримуємо такий **наслідок**.

$$\mathrm{G}^{(p)}(\varphi \text{ å } \theta) = \mathrm{G}^{(p)}(\varphi)\mathrm{G}^{(p)}(\theta).$$

Повернемось до формули (1). Якщо $x \in \mathbf{l}_p$, вона має вигляд

$$nG_n^{(p)}(x) = (-1)^{p+1} F_p(x) G_{n-p}^{(p)}(x) + (-1)^{p+2} F_{p+1}(x) G_{n-p-1}^{(p)}(x) +$$

$$+ \mathbf{L} + (-1)^{n-p+1} F_{n-p}(x) G_p^{(p)}(x) + (-1)^{n+1} F_n(x), \tag{4}$$

де $n > p$, $G_0^{(p)}(x) \equiv 1$, $F_0(x) \equiv 1$ і

$$G_1^{(p)}(x) = G_2^{(p)}(x) = \ldots = G_{p-1}^{(p)}(x) = 0,$$

$$F_1(x) = F_2(x) = \ldots = F_{p-1}(x) = 0.$$

Іншими словами, в (4) члени $F_r(x)G_{q-r}^{(p)}(x) = 0$, якщо $r < p$, або $q - r < p$, де $p \le r \le n - p$, $p \le q - r \le n - p$.

Крім того, якщо ξ є комплексним гомоморфізмом (не обов'язково неперервним) на просторі симетричних поліномів $\mathrm{P}_s(\mathbf{l}_p)$, тоді

$$n\xi(G_n^{(p)}) = (-1)^{p+1}\xi(F_p)\xi(G_{n-p}^{(p)}) + (-1)^{p+2}\xi(F_{p+1})\xi(G_{n-p-1}^{(p)}) +$$

$$+ \mathbf{L} + (-1)^{n-p+1}\xi(F_{n-p})\xi(G_p^{(p)}) + (-1)^{n+1}\xi(F_n). \tag{5}$$

Твердження 3.

Нехай ξ *– комплексний гомоморфізм на* $\mathrm{P}_s(\mathbf{l}_p)$ *такий, що* $\xi(F_m) = c \ne 0$ *для деякого* $m \ge p$ *і* $\xi(F_n) = 0$ *для* $n \ne m$. *Тоді*

$$\mathrm{G}^{(p)}(\xi) = \begin{cases} e^{\frac{c}{m}t^m}, & \text{якщо } m \text{ непарне} \\ 2 - e^{-\frac{c}{m}t^m}, & \text{якщо } m \text{ парне} \end{cases}$$

і ξ *неперервне тільки у випадку* $m = p$.

Д о в е д е н н я. Використовуючи формулу (5), отримуємо:

$$\xi(G_{km}^{(p)}) = (-1)^{m+1}\frac{\xi(F_m)\xi(G_{(k-1)m}^{(p)})}{km}$$

і $\xi(G_n^{(p)}) = 0$, якщо $n \neq km$ для деякого $k \in$ ¥. За індукцією маємо, що

$$\xi(G_{km}^{(p)}) = \left((-1)^{m+1}\right)^k \frac{(c/m)^k}{k!}$$

і, таким чином,

$$\mathrm{G}^{(p)}(\xi) = 1 + \left((-1)^{m+1}\right)^k \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(c/m)^k t^{km}}{k!} = 1 + (-1)^{m+1}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\left(-\dfrac{ct^m}{m}\right)^k}{k!}.$$

Звідси

$$\mathrm{G}^{(p)}(\xi) = \begin{cases} e^{\frac{c}{m}t^m}, & \text{якщо } m \text{ непарне} \\ 2 - e^{-\frac{c}{m}t^m}, & \text{якщо } m \text{ парне.} \end{cases}$$

У будь-якому випадку порядок $\mathrm{G}^{(p)}(\xi)$ не дорівнює p, якщо $m > p$. Таким чином, якщо ξ неперервний, його можна продовжити до елемента на $\mathrm{M}_{bs}(\mathbf{l}_p)$, а це суперечить твердженню 2.

1. *Чернега І. В.* Оператор зсуву у просторі симетричних аналітичних функцій на $\mathbf{l}_1$ // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 2006. – 2, № 49. – С. 52–57.
2. *Alencar R., Aron R., Galindo P., Zagorodnyuk A.* Algebras of symmetric holomorphic functions on $\mathbf{l}_p$ // Bull. Lond. Math. Soc. – 2003. – 35. – P. 55–64.
3. *Aron R. M., Cole B. J., Gamelin T. W.* Spectra of algebras of analytic functions on a Banach space // J. Reine Angew. Math. – 1991. – 415. – P. 51–93.
4. *Aron R. M., Cole B. J., Gamelin T. W.* Weak-star continuous analytic funtions // Can. J. Math. – 1995. – 47. – P. 673–683.
5. *Aron R. M., Galindo P., Garcia D., Maestre M.* Regularity and algebras of analytic funtions in infinite dimensions // Trans. Amer. Math. Soc. – 1996. – 348. – P. 543–559.
6. *Carne T. K., Cole B., Gamelin T. W.* A uniform algebra of analytic functions on a Banach space // Trans. Amer. Math. Soc. – 1989. – 314. – P. 639–659.
7. *Chernega I., Galindo P., Zagorodnyuk A.* Some algebras of symmetric analytic functions and their spectra // Proc. Edinburgh Math. Soc. – 2011. – 54. – P. 1–17.
8. *Chernega I., Galindo P., Zagorodnyuk A.* The convolution operation on the spectra of algebras of symmetric analytic functions // J. Math. Anal. Appl. – 2012. – 395. – P. 569–577.
9. *Dineen S.* Complex Analysis in Locally Convex Spaces. – Amsterdam; New York; Oxford: North-Holland, Mathematics Studies, 1981. – 57. – 492 p.
10. *Garcia D., Lourenco M. L., Maestre M., Moraes L. A.* The spectrum of analytic mappings of bounded type // J. Math. Anal. Appl. – 2000. – 254. – P. 447–470.
11. *Gonzalez M., Gonzalo R., Jaramillo J.* Symmetric polynomials on rearrangement invariant function spaces // J. London Math. Soc. – 1999. – 59. – P. 681–697.
12. *Levin B. Ya.* Lectures in Entire Functions. – AMS, Providence, RI: Translations of Mathematical Monographs, 1996. – 150. – 248 p.
13. *Zagorodnyuk A.* Spectra of algebras of entire functions on Banach spaces // Proc. Amer. Math. Soc. – 2006. – 134. – P. 2559–2569.
14. *Zagorodnyuk A.* Spectra of algebras of analytic functions and polynomials on Banach spaces // Contemporary Math. – 2007. – 435. – P. 381–394.

СИММЕТРИЧЕСКИЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ НА ПРОСТРАНСТВЕ $\mathbf{l}_p$

Изучен спектр алгебры аналитических функций ограниченного типа на пространстве $\mathbf{l}_p$, симметрических относительно перестановок базисных элементов. Получено изображение спектра в виде целых функций одной комплексной переменной.

SYMMETRIC ANALYTIC FUNCTIONS ON $\mathbf{l}_p$

The spectrum of the algebra of analytic functions of bounded type on the space $\mathbf{l}_p$, which are symmetric with respect to the group of permutations on the symmetric basis, is investigated. A representation of the spectrum by entire functions of one complex variable is constructed.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
07.06.12