

# НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

УДК 539.434

## Прогнозирование высокотемпературной длительной прочности материалов

Н. К. Кучер, Р. П. Приходько

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

*Представлен метод прогнозирования процессов длительного деформирования материалов, в основе которого лежит концепция базовых диаграмм. Эффективность его определяющих соотношений проиллюстрирована при расчете длительной прочности сталей 18Cr–12Ni–Mo и 21Cr–32Ni–Ti–Al для различных фиксированных значений напряжения и температуры. Показано преимущество данного подхода перед наиболее распространенными параметрическими методами Ларсона–Миллера, Орра–Шерби–Дорна, Мэнсона–Саккопа, Трунина и др.*

**Ключевые слова:** одномерная ползучесть, уравнение состояния, прогнозирование длительной прочности, параметрические методы.

**Введение.** Прогнозирование длительной прочности материалов осуществляется на основе диаграмм деформирования, полученных при испытаниях образцов в условиях как одноосного, так и сложного напряженного состояния при действии постоянных нагрузок и температуры [1–3]. Из-за большой продолжительности испытаний, измеряемой годами и десятилетиями, при относительно невысоких напряжениях и рабочих температурах возникают существенные трудности. Поэтому многие исследователи предпринимают попытки экстраполировать результаты кратковременных испытаний при высоких температурах на испытания при более низких температурах.

Несмотря на значительное количество методов прогнозирования в инженерной практике наибольшее распространение получили параметрические методы Ларсона–Миллера, Орра–Шерби–Дорна, Мэнсона–Хэферда и др. [4–9]. Считается, что два первых метода физически наиболее обоснованы, а третий получен на основании формальных предпосылок [10].

Параметрическими называются соотношения вида  $F(\sigma, T, \tau, \eta) = 0$ , которые связывают напряжения  $\sigma$ , температуру  $T$ , долговечность  $\tau$  и некоторый параметр  $\eta$ , зависящий от двух других переменных (обычно  $\eta = \eta(T, \tau)$ ). В случае сложного напряженного состояния под  $\sigma$  подразумевают эквивалентное напряжение [2, 3].

Параметрические методы, к сожалению, не учитывают кинетику структурного состояния материала при длительном действии нагрузки и не позволяют осуществить достоверное прогнозирование при постоянных значениях параметров материала на большие базы [10, 11].

В частности, отмечалось [11], что для достоверной экстраполяции характеристик длительной прочности на заданный срок службы необходимо располагать экспериментальными данными, полученными при испытаниях, продолжительность которых не более чем в 10 раз меньше времени экстраполяции.

Основное достоинство вышеизложенных подходов – простота в использовании и возможность изучения за короткий срок полного цикла структурных превращений и закономерностей деформирования при более высоких температурах испытаний и перенесение (экстраполяция) их на меньшие уровни температур и большие длительности до разрушения.

Другой подход к прогнозированию длительной прочности обусловлен необходимостью анализа характера и последовательности структурных изменений в материале в процессе длительного воздействия нагрузок и температуры с использованием метода обобщенных диаграмм [9]. Аналитические решения ряда экстра- и интерполяционных задач в сопоставлении с известными решениями на основе параметрических методов свидетельствуют о высокой достоверности характеристик длительной прочности, рассчитанных по методу обобщенных диаграмм [10, 11].

К отдельному направлению исследований по длительной прочности можно отнести подход [12], названный методом базовых диаграмм (МБД). Параметры базовых диаграмм вычисляются на основе анализа закономерностей длительного деформирования многих материалов. Полагают, что они не изменяются для всех сред. Расчет длительной прочности осуществляется по данным статистического анализа экспериментальных и базовых диаграмм с последующей оценкой средней квадратичной погрешности. Преимуществом такого прогнозирования является использование минимального количества констант, необходимых для прочностных расчетов. В некоторых случаях результаты, полученные на основе МБД, лучше коррелируют с экспериментальными данными, чем полученные параметрическими методами. Однако известны примеры, когда более достоверные результаты получены с использованием параметрических методов [12].

Целью настоящей работы является разработка модификации МБД, что позволит более точно прогнозировать процессы длительного деформирования.

**1. Краткое представление параметрических методов прогнозирования.** Приведем наиболее известные соотношения, связывающие действующее постоянное напряжение  $\sigma$ , долговечность  $\tau$  и абсолютную температуру  $T$ , которые будут использоваться для сравнения эффективности различных подходов.

Рассматриваются линейные модели параметрических методов прогнозирования:

Ларсона–Миллера (МЛМ) [4]

$$\lg(\tau) = A_0 + A_1 T^{-1} + A_2 T^{-1} \lg(\sigma) + A_3 T^{-1} \lg^2(\sigma); \quad (1)$$

Орра–Шерби–Дорна (МОШД) [5]

$$\lg(\tau) = A_0 + A_1 \lg(\sigma) + A_2 \lg^2(\sigma) + A_3 T^{-1}; \quad (2)$$

Мэнсона–Саккопа (ММС) [6]

$$\lg(\tau) = A_0 + A_1 \lg(\sigma) + A_2 \lg^2(\sigma) + A_3 T; \quad (3)$$

Конрада (МК) [7]

$$\lg(\tau) = A_0 + A_1 \sigma + A_2 T \sigma + A_3 T^{-1}; \quad (4)$$

Корчинского–Клаусса (МКК) [7]

$$\lg(\tau) = A_0 + A_1 \lg(\sigma) + A_2 T \lg^2 \sigma + A_3 T^{-1}; \quad (5)$$

Трунина (МТ) [13]

$$\lg(\tau) = 2 \lg(T) + (A_0 + A_1 \lg(\sigma) + A_2 \sigma T^{-1} + A_3 T^{-1}) \lg(e), \quad (6)$$

где  $A_k$  ( $k=0, 1, 2, 3$ ) – постоянные параметры, вычисляемые методом наименьших квадратов на основании известных экспериментальных данных  $\{\sigma_i, \tau_i, T_i\}$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ . Однако это приводит к так называемым плохо обусловленным математическим задачам. В результате минимизации получаем систему линейных алгебраических уравнений, модуль определителя которой  $D \ll 1$ , что затрудняет вычисление искомых параметров численными методами.

Для конкретизации параметров соотношений (1)–(6) лучше всего использовать однофакторную линейную регрессию математической статистики [14].

Независимые переменные при параметрах  $A_k$  обозначим через матрицу  $X$ , а зависимые – через вектор-столбец  $Y$ . Тогда, например,  $X$  и  $Y$  для модели (1) имеют вид

$$X = \begin{bmatrix} 1 & T_1^{-1} & T_1^{-1} \lg(\sigma_1) & T_1^{-1} \lg^2(\sigma_1) \\ 1 & T_2^{-1} & T_2^{-1} \lg(\sigma_2) & T_2^{-1} \lg^2(\sigma_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & T_n^{-1} & T_n^{-1} \lg(\sigma_n) & T_n^{-1} \lg^2(\sigma_n) \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} \lg(\tau_1) \\ \lg(\tau_2) \\ \dots \\ \lg(\tau_n) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Для модели (6) аналогичные матрицы определяются по следующим соотношениям:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \lg(\sigma_1) & \sigma_1 T_1^{-1} & T_1^{-1} \\ 1 & \lg(\sigma_2) & \sigma_2 T_2^{-1} & T_2^{-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \lg(\sigma_n) & \sigma_n T_n^{-1} & T_n^{-1} \end{bmatrix}; \quad Y = \frac{1}{\lg(e)} \begin{bmatrix} \lg(\tau_1 / T_1^2) \\ \lg(\tau_2 / T_2^2) \\ \dots \\ \lg(\tau_n / T_n^2) \end{bmatrix}. \quad (7a)$$

Для других параметрических методов матрица  $X$  и вектор-столбец  $Y$  формируются на основании представлений (2)–(5).

В соответствии с линейным регрессионным анализом [14] коэффициенты регрессии определяются выражением

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y, \quad (8)$$

где  $X^T$  – матрица, транспонированная к  $X$ ;  $X^{-1}$  – обратная к ней.

В данном случае имеем

$$A^T = (A_0 \quad A_1 \quad A_2 \quad A_3). \quad (9)$$

С использованием этого подхода можно определить с необходимой точностью не только параметры  $A_k$ , но и вычислить дисперсию характеристик длительной прочности, оценить дисперсию адекватности исходных моделей и степень соответствия используемых соотношений для описания всей экспериментальной совокупности данных.

**2. Модифицированный метод базовых диаграмм (ММБД).** Предположим, что из экспериментов известны величины действующих напряжений  $\sigma_i$  и соответствующие им долговечности  $\tau_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) при некоторой фиксированной температуре  $T$ . Воспользуемся понятием базовых диаграмм деформирования [12]  $\tilde{\sigma}(p_i, \tau)$ , которые описываются соотношением

$$\lg(\tilde{\sigma}(p_i, \tau)) = 3,6 - p_i [12 + \lg(\tau) + 0,1 \cdot \lg^2(\tau)], \quad (10)$$

где  $p_i$  – некоторый параметр, зависящий от координат точки, из которой осуществляется прогнозирование. Для его вычисления достаточно подставить в (10) выражения  $\tilde{\sigma} = \sigma_i$  и  $\tau = \tau_i$ , а затем решить полученное уравнение. Другими словами, параметр  $p_i$  обеспечивает прохождение базовой диаграммы через точку, соответствующую действующему напряжению  $\sigma_i$  и долговечности  $\tau_i$ .

Из рис. 1 видно, что для малых баз прогнозирования расчетные значения долговечностей при использовании аппроксимирующей параболической функции и базовой диаграммы достаточно близки между собой. Однако с повышением прогнозируемого времени до разрушения расхождение между ними существенно увеличивается. Все вышеизложенное будет справедливым и при использовании любой параметрической зависимости, предназначенной, прежде всего, для аппроксимации результатов длительной прочности в определенном диапазоне напряжений и температур, а не для экстраполяции за его пределы.

В качестве характеристики реакции материала при длительном деформировании будем использовать параметр  $\beta_{in}$ , который определяет котангенс угла наклона к оси ординат отрезка гипотетической диаграммы длительной прочности, проходящего через точки  $\{\lg(\sigma_i), \lg(\tau_i)\}$  и  $\{\lg(\tilde{\sigma}(p_i, \tau_n)), \lg(\tau_n)\}$ . Тогда имеем

$$\beta_{in} = \frac{\lg(\sigma_i) - \lg(\tilde{\sigma}(p_i, \tau_n))}{\lg(\tau_i) - \lg(\tau_n)}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n-1. \quad (11)$$

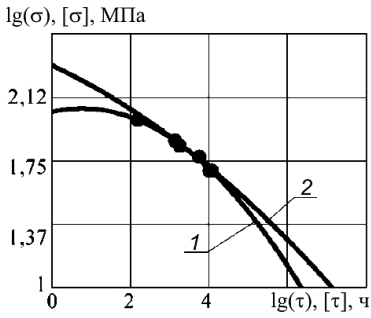


Рис. 1

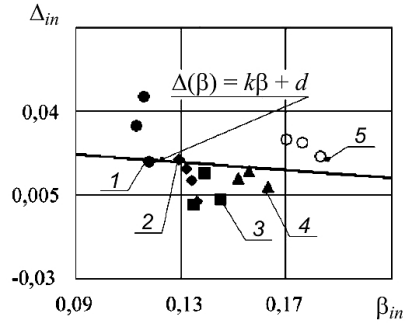


Рис. 2

Рис. 1. Представление аппроксимирующей функции  $\lg(\sigma) = a \lg^2(\tau) + b \lg(\tau) + c$  (1) и базовой диаграммы (2) стали 18Cr–12Ni–Mo при температуре 750°С. (Точки – данные эксперимента.)  
 Рис. 2. К определению вида функции  $\Delta(\beta)$  при различной температуре: 1, 2, 3, 4, 5 –  $T = 550, 600, 650, 700, 750^\circ\text{C}$  соответственно.

Из (11) следует, что  $\beta_{in}$  характеризует диаграмму длительной прочности материала, если исходить из базовой диаграммы.

Введем величину  $\Delta_{in} = \lg(\sigma_n) - \lg(\tilde{\sigma}(p_i, \tau_n))$ , которая определяет разницу между напряжением на основе базовой диаграммы при прогнозировании долговечности и действительным значением напряжения для  $i$ -й точки. Вычисленные значения этих параметров в зависимости от величины  $\beta_{in}$  в координатах  $\Delta_{in} - \beta_{in}$  для стали 18Cr–12Ni–Mo при различной температуре приведены на рис. 2.

Видно, что параметр  $\Delta_{in}$  изменяется в достаточно узком диапазоне. Для его аппроксимации независимо от действующей температуры в первом приближении можно воспользоваться линейной функцией

$$\Delta(\beta) = k\beta + d. \tag{12}$$

После определения ее параметров методом наименьших квадратов получим  $k = -0,081$ ,  $d = 0,029$ . С использованием представления (12) вычислим величину  $\beta_{n,n+1}$  и снижение напряжения  $\Delta(\beta_{n,n+1})$ , соответствующее долговечностям  $\tau_n$  и  $\tau_{n+1}$ . Прогнозируемая величина логарифма напряжения  $\sigma_{n+1}$ , соответствующего долговечности  $\tau_{n+1}$ , определяется по выражению

$$\lg(\sigma_{n+1}) = \Delta(\beta_{n,n+1}) + \lg(\tilde{\sigma}(p_n, \tau_{n+1})). \tag{13}$$

Таким образом, при данном подходе предполагаются иное определение параметра  $\beta$ , чем МБД [12], представление зависимости  $\Delta_{in} - \beta_{in}$  в виде линейной функции и другие соотношения для вычисления прогнозируемого напряжения при заданной долговечности. При этом нет необходимости в громоздких статистических обработках результатов экспериментов на длительную прочность материалов, повышается также точность прогнозирования.

**3. Сравнение прогнозируемых результатов экстраполяции.** Для анализа эффективности предлагаемого подхода воспользуемся диаграммами длительной прочности стали 18Cr–12Ni–Mo [15] при пяти фиксированных значениях температуры (рис. 3). Прогнозирование будем выполнять исходя из

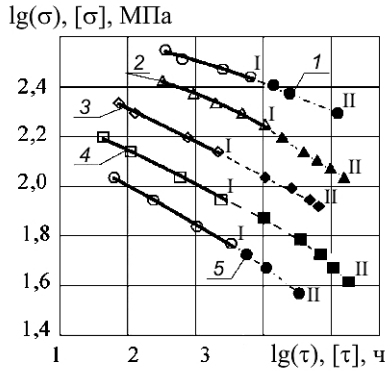


Рис. 3. Диаграммы длительной прочности стали 18Cr–12Ni–Mo [15] при различных фиксированных температурах: 1, 2, 3, 4, 5 –  $T = 550, 600, 650, 700, 750^{\circ}\text{C}$  соответственно.

последней точки (на рис. 3 точки I) на базу соответствующей долговечности последней точки II. Следовательно, для вычисления характеристик материала используется выборка экспериментальных значений, за исключением обозначенных на рис. 3 темными точками при каждой температуре.

Проанализируем эффективность данного подхода, МБД, параметрических методов Ларсона–Миллера, Орра–Шерби–Дорна, Мэнсона–Саккопа, Конрада, Корчинского–Клаусса и Трунина.

Для конкретизации линейных моделей параметрических методов, представленных в разд. 1, будем использовать выражение (8), исходя из вышеуказанной выборки характеристик длительной прочности  $\{\sigma_i, \tau_i, T_i\}$ . Искомые значения напряжений, соответствующих долговечности  $\tau_{n+1}$ , определяются в результате численного решения уравнений (1)–(6). Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

Прогнозируемые значения напряжений (МПа) диаграммы длительной прочности стали 18Cr–12Ni–Mo, полученные различными методами

$T, ^{\circ}\text{C}$	$q$	ЭМ	ММБД	МБД	МЛМ	МОШД	ММС	МК	МКК	МТ
550	1,281	196	197,0	195,0	198,2	200,0	185,3	202,0	207,5	201,1
600	1,158	108	124,6	123,8	127,5	124,6	122,5	115,4	126,7	124,8
650	1,586	83	80,4	80,4	90,0	86,1	89,5	72,8	88,1	86,2
700	1,975	41	40,8	42,0	48,2	39,4	49,2	12,3	48,8	45,5
750	1,007	37	38,9	38,9	38,8	30,7	40,1	11,2	40,4	38,8

Примечание. Здесь и в табл. 2: ЭМ – экспериментальный метод.

Под порядком прогнозирования будем подразумевать  $q = \lg(\tau_{n+1}/\tau_n)$ , где  $\tau_{n+1}$  – долговечность, для которой прогнозируется величина действующего напряжения.

Аналогичное соответствие между экспериментальными и прогнозируемыми величинами действующих напряжений при рассмотрении вышеизложенных подходов имеет место для стали 21Cr–32Ni–Ti–Al [16] (табл. 2).

Т а б л и ц а 2

Прогнозируемые и экспериментальные значения напряжений (МПа) диаграммы длительной прочности стали 21Cr–32Ni–Ti–Al, полученные различными методами

$T, ^\circ\text{C}$	$q$	ЭМ	ММБД	МБД	МЛМ	МОШД	ММС	МК	МКК	МТ
600	0,58	157	162,0	163,1	151,1	147,7	146,8	138,7	152,8	150,2
650	0,36	98	95,4	94,5	103,0	100,2	102,3	89,3	104,2	101,7
700	1,04	79	65,9	64,8	70,6	69,8	70,9	63,6	72,6	70,7

Как видно, использование функции вместо набора постоянных параметров  $\beta_i$  [12], которая аппроксимирует аналогичные величины, всегда приводит к лучшему соответствию между расчетными и экспериментальными данными. Отметим, что предложенный подход не требует статистической обработки результатов экспериментов и использования гипотезы о возможном 12%-ном разбросе данных по длительной прочности [12].

Предлагаемый метод может быть улучшен при более удачном выборе аппроксимирующей функции  $\Delta(\beta)$ , которая точнее описывает экспериментальные данные, или в результате использования иных базовых функций, полученных для описания длительного деформирования только исследуемых материалов.

## Выводы

1. Представлен новый подход к прогнозированию длительной прочности материалов исходя из концепции базовых диаграмм.
2. Показаны его преимущества перед методом базовых диаграмм и известными параметрическими методами Ларсона–Миллера, Орра–Шерби–Дорна, Мэнсона–Саккопа, Конрада, Корчинского–Клаусса и Трунина.
3. Изложена методика конкретизации параметров определяющих соотношений на основе экспериментальных значений диаграмм длительной прочности материалов ограниченной базы.

## Резюме

Запропоновано метод прогнозування процесів тривалого деформування матеріалів, в основі якого лежить концепція базових діаграм. Ефективність його визначальних співвідношень проілюстровано при розрахунках тривалої міцності сталей 18Cr–12Ni–Mo і 21Cr–32Ni–Ti–Al для різних фіксованих значень напруження і температури. Показано переваги даного методу перед найбільш розповсюдженими параметричними методами Ларсона–Міллера, Орра–Шербі–Дорна, Менсона–Саккопа, Труніна та ін.

1. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
2. *Локощенко А. М.* Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. – М.: МГИУ, 2007. – 264 с.

3. Локощенко А. М. Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии (обзор) // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2012. – № 3. – С. 116 – 156.
4. Larson F. R. and Miller J. Time–temperature relationship for rupture and creep stress // Trans. ASME. – 1952. – **74**, No. 5. – P. 765 – 775.
5. Orr R. L., Sherby O. D., and Dorn J. E. Correlation of rupture data for metals at elevated temperatures // Trans. ASM. – 1954. – **46**. – P. 113 – 128.
6. Manson S. S. and Haferd A. M. A Linear Time–Temperature Relation for Extrapolation of Creep and Stress Rupture Data // NASA TN 2890. – 1953.
7. Raut P. K. and Clough W. R. Computerized evaluations of the relative abilities of seven time-temperature parameters to correlate and extrapolate nickel-alloy stress-rupture data // Trans. ASME. – 1972. – **94**. – P. 7 – 12.
8. Manson S. S. and Ensign C. R. A quarter-century of progress in the development of correlation and extrapolation methods for rupture data // Ibid. – 1979. – **101**. – P. 317 – 325.
9. Шестериков С. А., Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов // Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела. – М.: ВИНТИ, 1980. – Т. 13. – С. 3 – 104.
10. Закономерности ползучести и длительной прочности. Справочник / Под общ. ред. С. А. Шестерикова. – М.: Машиностроение, 1983. – 102.
11. Ковпак В. И. Прогнозирование жаропрочности металлических материалов. – Киев: Наук. думка, 1981. – 240 с.
12. Прочность материалов и конструкций: Серия монографий / Под ред. В. Т. Трощенко. – Киев: Ин-т проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, 2012. Т. 5: Прогнозирование высокотемпературной ползучести и длительной прочности / В. В. Кривенюк. – 752 с.
13. Трунин И. И. Механическое уравнение состояния металлических материалов и прогнозирование характеристик жаропрочности // Пробл. прочности. – 1976. – № 9. – С. 9 – 14.
14. Дрейнер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. – М.: Статистика, 1973. – 392 с.
15. Micrographs and microstructural characteristics of crept specimens of 18Cr–12Ni–Mo stainless steel for boiler and heat exchanger seamless tubes (SUS 316H TB) // NIMS. – 2003. – No. M-2. – P. 1 – 70.
16. Data Sheets on the Elevated-Temperature Stress Relaxation Properties of Iron Based 21Cr–32Ni–Ti–Al Alloy for Corrosion-Resisting and Heat-Resisting Superalloy Bar (NCF 800H-B) // NRIM Creep Data Sheets. – 1999. – No. 47. – 25 p.

Поступила 22. 12. 2012