

УДК 532.536

## ТЕПЛООБМЕН И ГИДРОДИНАМИКА ПРИ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ В ПОРИСТОМ МИКРОКАНАЛЕ

Авраменко А.А., член-корреспондент НАН Украины, Ковецкая Ю.Ю.

Институт технической теплофизики НАН Украины, ул Желябова 2а, Киев 03057, Украина

Досліджено процеси теплообміну та гідродинаміки при змішаній конвекції в вертикальному мікроканалі, заповненому пористим середовищем. Дана оцінка впливу чисел Кнудсена, Рэлея, Прандтля і Дарсі на коефіцієнт тепловіддачі.

Исследованы процессы теплообмена и гидродинамики при смешанной конвекции в вертикальном микроканале, заполненном пористой средой. Дана оценка влияния чисел Кнудсена, Рэлея, Прандтля и Дарси на коэффициент теплоотдачи.

The processes of heat transfer and hydrodynamics into mixed convection in a vertical microchannel occupied porous medium were investigated. There is an estimation of the effects of Knudsen numbers, Rayleigh numbers, and Darcy on the heat transfer coefficient.

Библ. 8, рис. 5.

**Ключевые слова:** естественная и вынужденная конвекция, пористый микроканал.

$a$  – половина ширины канала;  
 $A$  – градиент температуры на стенке;  
 $c_p$  – теплоемкость при постоянном давлении;  
 $D_e$  – гидравлический диаметр;  
 $G$  – массовый расход;  
 $g$  – гравитационное ускорение;  
 $K$  – проницаемость;  
 $L$  – длина свободного пробега;  
 $p$  – давление;  
 $q$  – тепловой поток;  
 $T$  – температура;  
 $u$  – осевая составляющая скорости;  
 $x, y$  – декартовы координаты;  
 $\alpha$  – коэффициент температуропроводности;  
 $\beta$  – коэффициент температурного расширения;

$\gamma$  – коэффициент вязкого скольжения;  
 $\mu$  – динамическая вязкость;  
 $\Pi$  – периметр канала;  
 $\rho$  – плотность;  
 $\phi$  – относительная температура.

### Безразмерные параметры:

$E$  – параметр градиента давления;  
 $Kn$  – число Кнудсена;  
 $M$  – параметр, учитывающий пористость среды;  
 $Nu$  – число Нуссельта;  
 $Pr$  – число Прандтля;  
 $Ra$  – число Рэлея;  
 $U$  – безразмерная осевая скорость;  
 $Y$  – безразмерная координата;  
 $\Theta$  – безразмерная температура.

### Введение

В последние годы ввиду перспективности применения микросистем, внимание многих исследователей направлено на изучение теплообмена при течении жидкости в микроканалах и микропористых средах. Результаты исследования течения в пористых микроканалах находят своё применение в микроэлектронике, энергетике, биомедицине и т.д. [1-3].

В связи с этим много работ посвящено исследованию гидродинамики, теплообмена в пористых микроканалах. В работе [4] обсуждаются актуальные исследования, посвящённые моделированию теплообмена при течении жидкости в микроструктурах с пористой средой.

Проблемы теплопередачи при комбинированной свободной и вынужденной конвекции в каналах изучались в течении многих десятилетий. Различное влияние геометрии и других факторов были исследованы как

аналитически, так и численно. В статье [5] представлены результаты исследования смешанной конвекции в вертикально расположенном микроканале с граничными условиями проскользывания. Решения задачи были получены аналитически и с помощью численного подхода, основанного на методе решёток Больцмана (LBM). Получены соотношения, позволяющие оценить влияние чисел Кнудсена, Рэлея и Прандтля на профили скорости и температуры.

При течении в микроканалах эффекты разрежения характеризуются числом Кнудсена ( $Kn$ ), которое является безразмерным параметром, пропорциональным отношению длины свободного пробега газа ( $L$ ) к величине поперечного сечения канала ( $L_{Ref}$ ). Число Кнудсена характеризует влияние проскальзывания среды на твёрдой поверхности (12), (13). Кроме того, число Кнудсена включает в себя коэффициент вязкого трения (14).

Для  $Kn \leq 10^{-2}$  течение жидкости в канале может быть

описано с помощью системы уравнений Навье-Стокса, с граничными условиями без проскальзывания [6]. Для  $10^{-2} \leq \text{Kn} \leq 10^{-1}$  возникает режим течения со скольжением. Для  $10^{-1} \leq \text{Kn} \leq 10$  имеет место переходной режим, для которого предположение континуума несправедливо. Такое течение может быть смоделировано с помощью метода Монте-Карло [7].

Тепловой поток через поверхность твердого тела в микроканалах генерирует скачок температуры, который можно определить как

$$\Delta T_i \sim L \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (1)$$

где  $L$  пропорциональна  $l_k$  и характеризует межфазное тепловое сопротивление. Она известна также как длина Капицы.

В настоящей статье исследуются процессы теплообмена при смешанной конвекции в вертикальном пористом канале, ширина которого  $2a$ . Движение потока направлено снизу вверх. Рассмотрим особенности процессов теплообмена с проскальзыванием в пористой среде, используя двумерную постановку задачи.

### Основные уравнения

Задача описывается модифицированным уравнением Навье-Стокса, Фурье-Кирхгофа и уравнением неразрывности. Уравнение движения отличается от классического тем, что оно содержит член, учитывающий линейное сопротивление Дарси.

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\mu}{K} u + \rho g \beta (T - T_w), \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

На стенках канала задаётся постоянный тепловой поток, что соответствует линейному закону распределения температуры стенки в направлении оси  $x$ , т.е.,  $T_w = Ax$  [5]. Поскольку температура потока также изменяется линейно, то разность температур стенки и потока независима от координаты  $x$ .

$$T(x,y) - T_w = T(x,y) - Ax = \phi(y). \quad (5)$$

Граничные условия проскальзывания на стенке задаются в виде

$$u = \gamma L \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \phi = \frac{\gamma L}{\text{Pr}} \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \text{при } y = -a, \quad (6)$$

$$u = -\gamma L \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \phi = -\frac{\gamma L}{\text{Pr}} \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \text{при } y = a. \quad (7)$$

Введем следующие безразмерные параметры;

$$Y = \frac{y}{a}, \quad U = \frac{u}{E}, \quad \Theta = \frac{\alpha \phi}{Aa^2 E}, \quad (8)$$

$$\text{Da} = \frac{K}{a^2}, \quad M = (\text{Da})^{-1/2},$$

$$E = \left( -\frac{dp}{dx} \right) \frac{a^2}{\mu}, \quad \text{Ra} = \frac{g \beta \rho a^4 A}{\alpha \mu}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu}{\alpha \rho}. \quad (9)$$

Далее проведем процедуру обезразмеривания системы уравнений (2), (3). Используя (8) и (9), уравнение (2) и (3) можно переписать в виде:

$$\frac{d^2 U}{dY^2} + \text{Ra} \Theta - MU = -1, \quad (10)$$

$$\frac{d^2 \Theta}{dY^2} - U = 0. \quad (11)$$

Преобразуя граничные условия (6) и (7) к безразмерной форме, получим

$$U = \text{Kn} \frac{dU}{dY}, \quad \Theta = \frac{\text{Kn}}{\text{Pr}} \frac{d\Theta}{dY} \quad \text{при } Y = -1, \quad (12)$$

$$U = -\text{Kn} \frac{dU}{dY}, \quad \Theta = -\frac{\text{Kn}}{\text{Pr}} \frac{d\Theta}{dY} \quad \text{при } Y = 1, \quad (13)$$

$$\text{— где } \text{Kn} = \gamma L/a \text{ — число Кнудсена.} \quad (14)$$

Система уравнений (10) и (11) решается методом исключения. Дважды дифференцируя по  $Y$  уравнение (11), получаем

$$\frac{d^4 \Theta}{dY^4} - \frac{d^2 U}{dY^2} = 0. \quad (15)$$

С помощью уравнения (10) можно исключить из уравнения (15) скорость. Таким образом

$$\frac{d^4 \Theta}{dY^4} + \text{Ra} \Theta - M \frac{d^2 \Theta}{dY^2} = -1. \quad (16)$$

Это уравнение можно решить, используя характеристическое алгебраическое уравнение четвертого порядка. Решение для функции  $\Theta(Y)$ , полученное таким образом, может быть в дальнейшем использовано для получения распределения скоростей  $U(Y)$  из уравнения (11). При этом константы интегрирования находятся из условий (12) и (13) (в связи с громоздкостью формулы не приводятся).

В случае  $M = 0$  уравнения сводятся к соответствующим решениям, полученным в работе [5].

### Результаты и обсуждения

На рисунке 1 показано влияние пористости (параметра  $M$ ) на профиль скорости в канале, заполненном пористой средой для различных чисел  $\text{Kn}$  при  $\text{Ra} = 1$ ;  $\text{Pr} = 1$ .

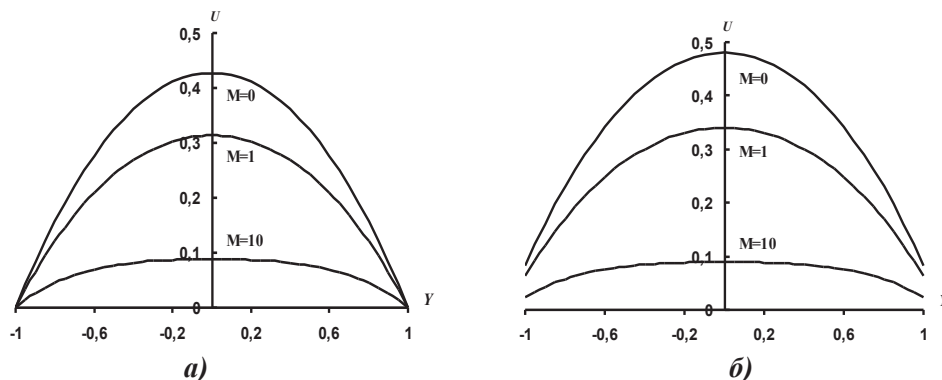


Рис. 1. Распределение профилей скорости в вертикальном пористом микроканале для различных значений параметра  $M$  при: а)  $Kn = 0$ ; б)  $Kn = 0,1$ .

Рисунок 1,а соответствует течению без проскальзывания на стенке ( $Kn = 0$ ). Увеличение числа Кнудсена влечет за собой увеличение скорости на стенке (рис. 1,б). Из рисунка также видно влияние пористости среды. С увеличением значения параметра  $M$  скорость потока уменьшается и профиль скорости становится бо-

лее заполненным. Причина этого заключается в увеличении общего гидравлического сопротивления канала с ростом  $M$ .

На рис. 2 показано влияние числа Рэлея и пористости на профили скорости при  $Pr = 1$ ;  $Kn = 0,1$ .

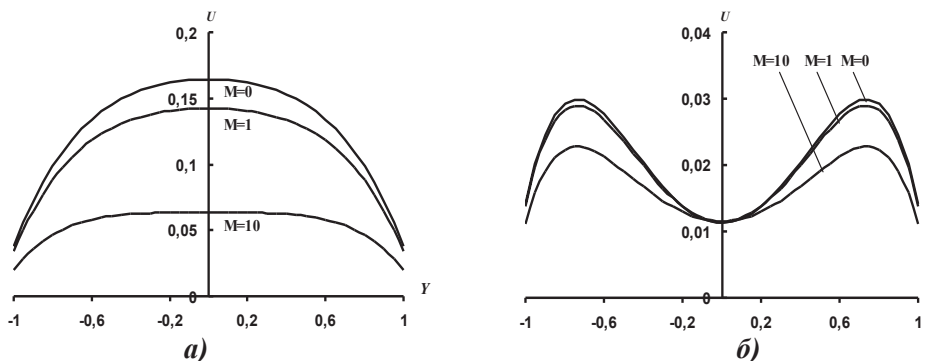


Рис. 2. Распределение профилей скорости в вертикальном микроканале для различных значений параметра  $M$  при: а)  $Ra = 10$ ; б)  $Ra = 100$ .

При малых значениях числа Рэлея от 1 (рис. 1,б) до 10 (рис. 2,а) величина проскальзывания на стенке с увеличением  $M$  уменьшается, также уменьшается скорость потока в центральной области канала. При высоких числах Рэлея характер изменения профиля скорости существенно меняется, принимая  $M$ -образную форму с

минимумом в центре канала. Смещение максимума скорости к стенкам канала (рис. 2,б) связано с уменьшением плотности среды вблизи стенок, преобладающим становится влияние естественной конвекции [8]. С ростом параметра  $M$  скорость потока возле стенок канала уменьшается.

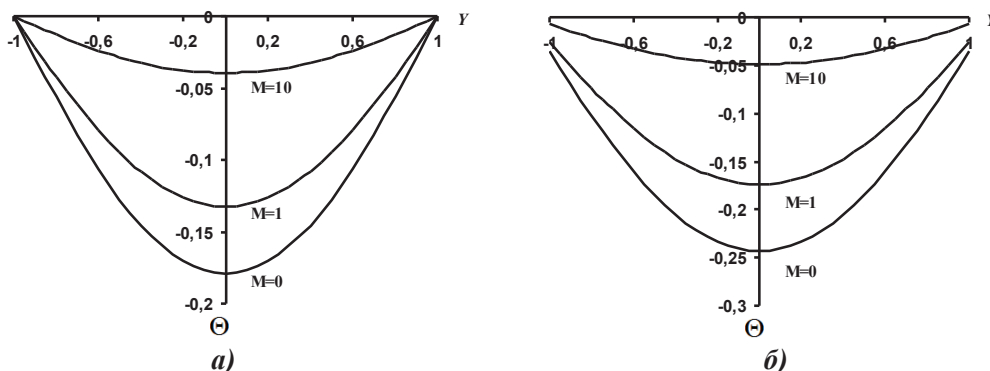


Рис. 3. Распределение профилей температуры в микроканале для различных значений параметра  $M$  при: а)  $Kn = 0$ ; б)  $Kn = 0,1$ .

На рис. 3 представлено влияние числа Кнудсена и параметра  $M$  на профили температур в канале при  $Pr = 1$  и  $Ra = 1$ . С увеличением числа  $Kn$  увеличивается скачок температуры на стенке. Увеличение параметра  $M$  способствует уменьшению этого скачка и увеличению

температуры.

На рис. 4 показаны профили температуры для разных значений чисел Рэлея и параметра  $M$  при  $Pr = 1$  и  $Kn = 0,1$ .

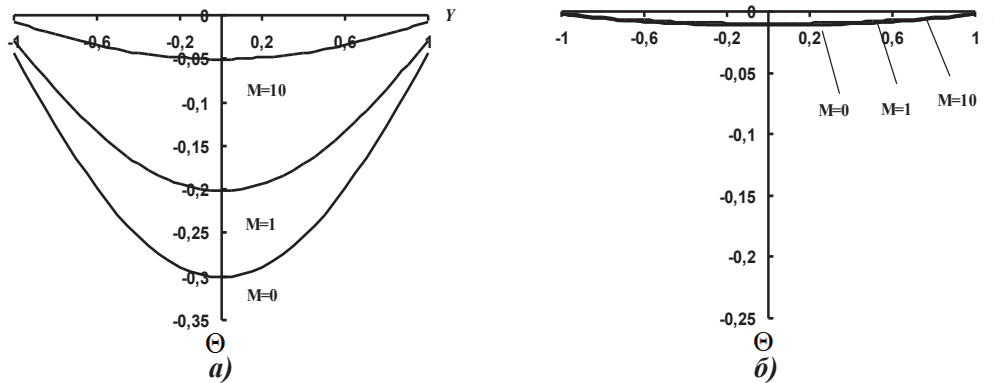


Рис. 4. Распределение профилей температуры в микроканале для различных значений параметра  $M$  при: а)  $Ra = 10$ ; б)  $Ra = 100$ .

При больших числах Рэлея (рис. 4,б) влияние параметра  $M$  сглаживается, форма профиля температуры стремится к равномерной, а скачок на стенке уменьшается. Это также связано с особенностями течения при естественной конвекции.

Расчёты показали, что величина температурного скачка на стенке также зависит от числа Прандтля. Для более высоких чисел Прандтля скачок температуры на стенке ослабевает, что следует из граничных условий (13). Это ослабление температурного скачка является нелинейным. Для чисел Прандтля  $Pr > 5$  величина температурного скачка остается почти неизменной. Увеличение параметра  $M$  также увеличивает температуру и делает профиль температуры более заполненным.

Величина безразмерных параметров существенно влияет на коэффициент теплоотдачи. Локальный тепловой поток на стенке можно записать как

$$q_w = \frac{Gc_p}{\Pi} \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (17)$$

Учитывая линейное распределение температуры (1), из уравнения (19) можно получить:

$$\frac{q_w a}{(T_m - T_w)\alpha c_p \rho} = \frac{Au_m a^2}{\alpha(T_m - T_w)}, \quad (18)$$

где

$$u_m = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a u dy \quad (19)$$

$$T_m = \frac{\int_{-a}^a T u dy}{\int_{-a}^a u dy} \quad (20)$$

– среднерасходная скорость и температура. Уравнение (20) можно переписать как:

$$Nu = \frac{4}{\Theta_m}, \quad (21)$$

где

$$Nu = \frac{q_w 4a}{(T_m - T_w)\alpha c_p \rho} \quad (22)$$

– число Нуссельта и

$$\Theta_m = \frac{\int_{-1}^1 \Theta U dY}{\int_{-1}^1 U dY}. \quad (23)$$

На рис. 5 показано влияние чисел Рэлея, Кнудсена и параметра  $M$  на относительное число Нуссельта

$$\overline{Nu} = \frac{Nu}{Nu_0}. \quad (24)$$

Здесь индекс «0» означает, что число Нуссельта относится к случаю  $Kn = 0$ .

Расчёты показали, что при  $Ra < 5$  (рис. 5,а) с увеличением числа  $Kn$  относительный коэффициент теплоотдачи падает. Это происходит вследствие увеличения скачка температуры на стенке и ухудшения условий взаимодействия между потоком и стенкой. С ростом пористости этот скачок нивелируется и падение коэффициента теплоотдачи в зависимости от числа Кнудсена менее интенсивное. При числах  $Ra \approx 5$  влияние пористости на изменение числа Нуссельта не наблюдается. При  $Ra > 5$  происходит инверсия влияния пористости на теплообмен. Как обсуждалось выше, увеличение

числа  $Ra$  ослабляет эффект проскальзывания и сопровождается увеличением скорости потока вблизи стенок, что увеличивает теплоотдачу. С ростом  $M$  эта скорость

уменьшается, что приводит к более интенсивному падению относительного числа Нуссельта с ростом  $Kn$  (рис. 5,б).

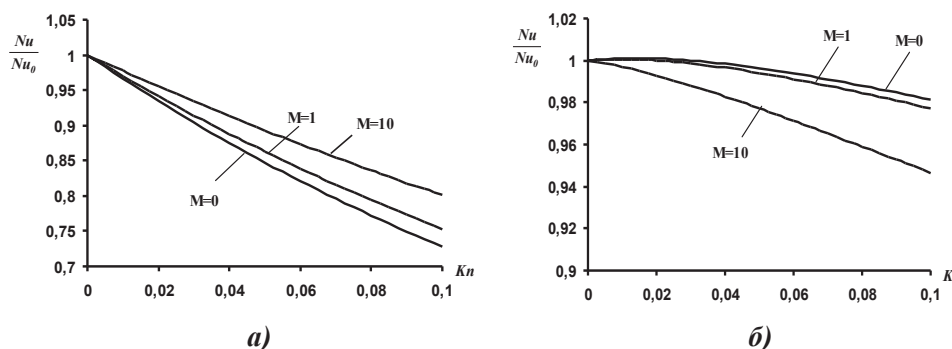


Рис. 5. Влияние параметра  $M$  и числа  $Kn$  на относительное число Нуссельта при  $Pr = 1$ : а)  $Ra = 1$ ; б)  $Ra = 100$ .

### Выводы

Рассмотрены процессы теплообмена при смешанной конвекции в вертикальном микроканале, заполненном пористой средой. Показано влияние чисел Кнудсена, Рэлея и пористости на профили скорости, температуры и относительный коэффициент теплоотдачи. Увеличение числа Кнудсена приводит к увеличению скорости на стенке. С увеличением пористости значение скорости потока уменьшается и профиль скорости становится более заполненным. Уменьшение коэффициента теплоотдачи в зависимости от числа Кнудсена менее интенсивное, т.к. уменьшается скачок температуры на стенке. Влияние свободной конвекции на динамику потока становится преобладающим при больших числах  $Ra$  и характер профиля скорости меняется, принимая  $M$ -образную форму с минимумом в центре канала. Профиль температуры близкий к равномерному, а скачок на стенке минимальный. Характер влияния пористости также меняется. С увеличением пористости интенсивность падения числа Нуссельта увеличивается, т.к. снижается скорость потока вблизи стенок.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Коновалов Д.А. Экспериментальные исследования тепломассопереноса в микроканальных теплообменных элементах // Инженерно-физический журнал. –

2016. – Т. 89, №3. – С. 625 – 631.

2. Власов М.Н., Корсун А.С., Маслов Ю.А., Меринов И.Г., Рачков В.И., Харитонов В.С. Определенные параметры интегральной модели турбулентности применительно к расчёту обтекания стержневых сборок в приближении пористого тела // Теплофизика и аэромеханика. – 2016. – Т.23, №2. – С. 209 – 218.

3. Jun Jie Liu, Hua Zhang, S. C. Yao, Yubai Li. Porous Media Modeling of Two-Phase Microchannel Cooling of Electronic Chips With Nonuniform Power Distribution // Journal of Electronic Packaging. – 2014. – V.136, №2. – 021008.

4. Косой Б.В. Проблемы моделирования процессов теплообмена в микроструктурах // Наукові праці. – 2015. – Т.1, випуск 47. – С. 116 – 124.

5. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P., Kravchuk A.V., Shevchuk V.I. Mixed convection in a vertical flat microchannel // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2017. – №106. – P. 1164 – 1173.

6. Schaaf S.A., Chambre P.L. Flow of Rarefied Gases / Princeton University Press, Princeton. – 1961.

7. Bird G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows / Oxford University Press, Oxford. – 1994.

8. Nield D.A., Bejan A. Convection in Porous Media / Springer Science, USA. – 2006. – 640p.

## HEAT TRANSFER AND HYDRODYNAMICS AT MIXED CONVECTION IN A POROUS MICROCHANNEL

Avramenko A.O., Kovetska Y.Y.

Institute of Engineering Thermophysics of the National  
Academy of Sciences of Ukraine,  
vul. Zhelyabova, 2a, Kyiv, 03680 Ukraine

The processes of heat transfer and hydrodynamics into mixed convection in a vertical microchannel occupied porous medium were investigated. The influence of the effects of Knudsen numbers, Rayleigh numbers, and Darcy on the profiles of velocity, temperature and relative coefficient of heat transfer was shown. The increase of the Knudsen number leads to an increase of velocity on the wall. With increasing porosity, the flow velocity decreases and the velocity profile becomes more crowded. The decrease of the heat transfer coefficient as a function of the Knudsen number is less intense, since the temperature jump on the wall decreases. The effect of natural convection on the flow dynamics becomes predominant at large Ra and the character of the velocity profile changes, taking an *M*-shape with a minimum at the center of the channel. The temperature profile is close to uniform, and the temperature jump on the wall is minimal. The effect of porosity also changes. As the porosity increases, the intensity of the Nusselt number decreases, since the flow velocity near the walls decreases. References 8, figures 5.

**Key words:** natural and forced convection, porous microchannel.

1. *Konovalov D.A.* Experimentalnye issledovaniya teplomassoperenosa v mikrokanalnykh teploobmennykh elementakh [Experimental studies of heat and mass transfer

in microchannel heat exchange elements], *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal* [Engineering Physical Journal], 2016, V. 89, № 3, P. 625 – 631. (Rus.)

2. *Vlasov M.N., Korsun A.S., Maslov Yu.A., Merinov I.G., Rachkov V.I., Kharitonov V.S.* Opredelenie parametrov integralnoy modeli turbulentsnosti primenitelno k raschetu obtekanija sterzhnevnykh sborok v priblizhenii poristogo tela [Determination of the parameters of the integral turbulence model in relation to the calculation of flow around the rod assemblies in the porous body approximation], *Teplofizika i aeromekhanika* [Thermophysics and aeromechanics], 2016, V. 23, №2, P. 209 – 218. (Rus.)

3. *Jun Jie Liu, Hua Zhang, S. C. Yao, Yubai Li.* Porous Media Modeling of Two-Phase Microchannel Cooling of Electronic Chips With Nonuniform Power Distribution, *Journal of Electronic Packaging*, 2014, V. 136, №2. – 021008.

4. *Kosoy B.V.* Problemy modelirovaniya protsessov teploobmena v mikrostrukturakh [Problems of modeling of heat transfer processes in microstructures], *Naukovi pratsi* [Scientific works], 2015, V. 1, I. 47, P. 116 – 124. (Rus.)

5. *Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P., Kravchuk A.V., Shevchuk V.I.* Mixed convection in a vertical flat microchannel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2017, №106, P. 1164 – 1173.

6. *Schaaf S.A., Chambre P.L.* Flow of Rarefied Gases, Princeton University Press, Princeton, 1961.

7. *Bird G.A.* Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows, Oxford University Press, Oxford, 1994.

8. *Nield D.A., Bejan A.* Convection in Porous Media, Springer Science, USA, 2006, 640p.

Получено 18.07.2017

Received 18.07.2017