

УДК 532.546:626.862.9

В.Л. ПОЛЯКОВ, доктор технических наук
Институт гидромеханики НАН Украины

ОЦЕНКА ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НЕСВЯЗНЫХ ГРУНТОВ НА ПРИМЕРЕ САМОИЗЛИВАЮЩЕЙСЯ СКВАЖИНЫ

Сформульовано математичну задачу дії самовиливної свердловини в незв'язному ґрунті з врахуванням фільтраційних деформацій двох типів. Одержано і обґрунтовано її ефективний розв'язок. На багаточисленних прикладах виконано аналіз значущості зовнішньої суфозії і переорієнтування часток скелету для фільтрації в напірних умовах і дренажної витрати.

Ключові слова: свердловина; фільтраційні деформації; зовнішня суфозія; дренаж.

Сформулирована математическая задача действия самоизливающейся скважины в несвязном грунте с учетом фильтрационных деформаций двух типов. Получено и обосновано ее эффективное приближенное решение. На многочисленных примерах выполнен анализ значимости внешней суффозии и переориентации частиц скелета для фильтрации в напорных условиях и дренажного расхода.

Ключевые слова: скважина; фильтрационные деформации; внешняя суффозия; дренаж.

A mathematical task of non-steady inflow to a single well in non-cohesion soil at constant entry head has been obtained taking into account hydrodynamic deformations of two types. An effective approximate solution to the task has been obtained and substantiated. A quantitative analysis has been performed of mechanical suffusion and structural particles re-orientation effects on confined groundwater flow and well discharge.

Key words: well; hydrodynamic deformations; mechanical suffusion; groundwater flow/

Устройство дренажей в несвязном грунте способствует существенной интенсификации фильтрационного процесса и, как следствие, развитию фильтрационных деформаций. Значительная гидродинамическая сила, создаваемая сильным источником возмущения фильтрационного режима,

каким обычно являются дрены, в состоянии мобилизовать более мелкие (неструктурные) частицы грунта с последующим переносом жидкости (механическая суффозия, первый тип фильтрационных деформаций) [1-3]. Вместе с тем, благодаря действию указанной силы, упорядочивается положение, а точнее ориентация в пространстве несферических частиц скелета (второй тип) [4, 5]. Естественно, что оба типа деформаций локализованы в зоне высоких градиентов напора (области деформаций), которая примыкает к дрене, а ее размеры намного меньше размеров области движения. Но происходят они как раз на том участке фильтрационного течения, где имеют место основные потери напора. Поэтому их влияние фактически распространяется на всю область фильтрации. Следует подчеркнуть, что природные несвязные пористые среды имеют разнородный механический состав и поэтому подвержены разным типам деформации. При наличии необходимых предпосылок трансформации неструктурной и структурной компонент грунта происходят одновременно. Общий эффект от них в первом приближении можно определять как сумму эффектов от первого и второго типов. Независимое рассмотрение суффозии и упорядочения структуры, которые в действительности отражаются друг на друге, обуславливает минимальные погрешности в фильтрационных расчетах. Для отдельного и совместного учета вышеупомянутых типов деформаций предлагается использовать специальные аналоги фильтрационных сопротивлений Φ_{f1} , Φ_{f2} , отвечающие первому и второму типам. Методика их расчета, включающая набор формул, условия применения для разнообразных ситуаций, представлена в работе [6]. Для ее практической реализации необходимо сформулировать с привлечением метода фильтрационных сопротивлений соответствующую фильтрационную задачу и построить ее эффективное решение. Ниже изучается аналитическими методами работа самоизливающейся скважины в однородном несвязном грунте при напорном режиме фильтрации.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Математическая задача относительно понижения напора S [7,8] включает уравнение фильтрации

$$\frac{k_0 M}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) = \mu \frac{\partial S}{\partial t}, \quad (1)$$

оператор граничных и начальных условий

$$r = R_d, \quad 2\pi R_d \Phi_f \frac{\partial S}{\partial r} + S - S_0 = 0; \quad r = R(t), \quad S = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial r} = 0; \quad (2)$$

$$t = 0, \quad S = 0; \quad R = R_d. \quad (3)$$

Здесь $S = H^0 - h$, H^0 , h – начальный и текущий пьезометрические напоры; $S_0 = H^0 - H_d$, H_d – напор в скважине; k_0 , μ – коэффициенты фильтрации и упругой водоотдачи; M – мощность водоносной толщи; R_d , R – радиусы скважины и ее зоны влияния. Наконец, общее сопротивление за счет деформаций

$$\Phi = \Phi_{f1} + \Phi_{f2}. \quad (4)$$

Для обобщения анализа вводятся безразмерные переменные и параметры: $\bar{S} = S/S_0$, $\bar{r} = r/R_d$, $\bar{t} = k_0 M t / (\mu R_d^2)$, $\bar{R} = R/R_d$. Тогда задача (1)-(3) преобразуется к следующему виду

$$\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{r}} \right) = \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{t}}, \quad (5)$$

$$\bar{r} = 1, \quad 2\pi\Phi_f \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{r}} = \bar{S} - 1; \quad \bar{r} = \bar{R}(\bar{t}), \quad \bar{S} = 0, \quad \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{r}} = 0; \quad (6)$$

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{S} = 0; \quad \bar{R} = 1. \quad (7)$$

Задача (5)-(7) содержит неизвестные функции $\bar{S}(\bar{r}, \bar{t})$ и $\bar{R}(\bar{t})$. Для определения второй дополнительно задаются граничное и начальное условия. Решение задачи строится путем осреднения правой части уравнения (5) по зоне влияния дрены, так что

$$\frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{r}} \right) = A(\bar{t}) = \frac{1}{\bar{R}} \int_1^{\bar{R}} \bar{r} \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{r}} d\bar{r}. \quad (8)$$

Общее выражение для \bar{S} найдено в результате двойного интегрирования уравнения (8)

$$\bar{S}(\bar{r}, \bar{t}) = A(\bar{t})\bar{r} + C_1 \ln \bar{r} + C_2. \quad (9)$$

Для определения констант C_1 , C_2 привлекаются условия при $\bar{r} = \bar{R}$ (6).

Тогда

$$\bar{S}(\bar{r}, \bar{R}(\bar{t})) = \frac{\bar{R} - 1}{\bar{R} \ln \bar{R} - (\bar{R} - 1)(1 - 2\pi\Phi_f)}. \quad (10)$$

Из (10) вытекает представление для относительного расхода дрены

$$\bar{q} = \frac{q}{2\pi k_0 M S_0} = \frac{\bar{R} - 1}{\bar{R} \ln \bar{R} - (\bar{R} - 1)(1 - 2\pi\Phi_f)}. \quad (11)$$

Решение задачи (5)-(7) завершается установлением закона расширения зоны влияния дрены со временем, то есть функции $\bar{R}(\bar{t})$. С этой целью используются выражения для $A(\bar{t})$ (8) и $\bar{S}(\bar{r}, \bar{R})$ (10) и составляется уравнение относительно искомой $\bar{R}(\bar{t})$.

$$\frac{3(\bar{R} - 1 + 2\pi\Phi_f)(2 \ln \bar{R} - \bar{R}^2 + 1) + 2(\ln \bar{R} - 2\pi\Phi_f)(\bar{R}^3 - 3\bar{R} + 2)}{12\bar{R}[\bar{R} \ln \bar{R} - (\bar{R} - 1)(1 - 2\pi\Phi_f)]} \frac{d\bar{R}}{d\bar{t}} = 1. \quad (12)$$

Интегрирование (12) при втором условии (7) дает для \bar{R} представление в виде обратной функции

$$\bar{t} = \frac{1}{12} \int_1^{\bar{R}} \frac{P_1(\xi) + 2\pi\Phi_f P_2(\xi)}{\xi \left[\xi \ln \xi - (1 - 2\pi\Phi_f)(\xi + 1) \right]} d\xi, \quad (13)$$

где

$$P_1(\xi) = 2(\xi^3 - 1) \ln \xi - 3(\xi^2 - 1)(\xi - 1), \quad P_2(\xi) = 2\xi^3 - 3\xi^2 - 6\xi + 7.$$

Значения интеграла в (13) просто вычисляются с помощью стандартных пакетов программ математического анализа (Mathcad, Matlab и др.).

Традиционная постановка математической задачи в гидравлическом приближении для одиночной самоизливающейся скважины предполагает неограниченную в плане область движения и включает условие для S при $r \rightarrow \infty$. Строгое решение такой задачи получено для совершенной дрены [7]. В соответствие с ним при $\bar{t} \geq 10$ для относительного расхода \bar{q} рекомендована формула

$$\bar{q}(\bar{t}) = 2 \left(\int_{1/(4\bar{t})}^{\infty} \frac{e^{-\xi}}{\xi} \right)^{-1}. \quad (14)$$

Ниже это решение применялось в качестве эталона для оценки точности приближенного решения (10), (11) и (13).

Для анализа значимости фильтрационных деформаций ключевое значение приобретает выбор «сопротивлений» Φ_{f1} , Φ_{f2} . Для этого привлекались подходящие формулы из вышеупомянутой методики [6]. Так, величина Φ_{f1} вычислялась по уточненной формуле

$$\Phi_{f1} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1 - \bar{k}_u}{\bar{k}_u} \ln \bar{q}_m + \ln(1 - \tilde{m}_0) + Y_i(\tilde{m}_0, \tilde{m}_0, \bar{D}) \right], \quad (15)$$

где

$$\bar{k}_u = \frac{\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{m}_0 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2}{(\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0)(1 - \tilde{m}_0)^3}, \quad (16)$$

$$Y_i = \int_{\bar{q}_m}^{\bar{q}_m/(1-\tilde{m}_0)} \frac{d\xi}{\xi \bar{k}_i(\xi, \bar{q}_m)} = \frac{2\tilde{m}_0 \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2 + 2\tilde{m}_0^2 (3 - 3\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0^2) + 3\tilde{m}_0 \tilde{m}_0 (1 - \tilde{m}_0)(2 - \tilde{m}_0)}{\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{m}_0 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2}.$$

Выражения (16) получены с использованием формулы для относительного эффективного коэффициента фильтрации [9], которая в случае переменной концентрации неподвижных суффозионных частиц будет

$$\bar{k}_i = \frac{(1 - \tilde{m}_0 \bar{m}_i)^3 (\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{m}_0 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2)}{(1 - \tilde{m}_0)^3 (\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{m}_0 \bar{m}_c + \tilde{m}_0 \bar{D}^2 \bar{m}_i^2)}.$$

Здесь $\bar{m}_i = \frac{1}{\tilde{m}_0} \left(1 - \frac{\bar{q}_m}{\bar{r}} \right)$ и, следовательно, профиль относительного

коэффициента фильтрации в зоне частичной деформации ($R_i \leq r \leq R_k$) опишется зависимостью

$$\bar{k}_i(\bar{r}, \bar{q}_m) = \frac{\tilde{m}_0^2 \bar{q}_m^3}{(1 - \tilde{m}_0)^3 \bar{r}} \frac{\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{m}_0 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2}{(\tilde{m}_0^3 \bar{D}^2 + \tilde{m}_0^3) \bar{r}^2 + \tilde{m}_0 \bar{q}_m (\tilde{m}_0^2 - 2 \tilde{m}_0 \bar{D}^2) \bar{r} + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2 \bar{q}_m^2}. \quad (17)$$

После подстановки (17) в интеграл (16), последующих весьма громоздких преобразований и выводится формула (16). Для характеристики суффозионных и связанных с ними фильтрационных свойств несвязного грунта введены следующие параметры: k_u – коэффициент фильтрации предельно деформированного грунта (все неструктурные частицы удалены), $\bar{k}_u = k_u/k_0$; q_m – удельный расход скважины, определяющий окончательное физико-механическое состояние грунта (в качестве q_m следует принимать наибольшую за эксплуатационный период величину q); $\bar{q}_m = q_m / (2\pi R_d u_k (1 - m_s))$; u_k – критическая скорость; m_s , m_0 – объемные концентрации структурных и неструктурных частиц, $\tilde{m}_0 = m_0 / (1 - m_s)$, $\tilde{m}_0 = m_0 / m_s$; $\bar{D} = D/d$, D , d – эквивалентные диаметры указанных частиц.

При работе вертикального дренажа градиенты напора около него, как правило, достаточные для переориентации всех несферических частиц скелета, то есть выполняется условие $I > I_u$, I , I_u – текущий и предельный градиенты. Поэтому из целого ряда формул для Φ_{f2} выбрана та, которая отвечает более сложному случаю двух характерных зон в области деформаций [10], а именно,

$$\Phi_{f2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{k_u} \ln \frac{\bar{q}_m}{k_u \bar{I}_u} - \ln \frac{\bar{q}_m}{\bar{I}_k} + Y_I(\bar{q}_m; \bar{I}_u, \bar{I}_k) \right), \quad (18)$$

где

$$Y_I(\bar{q}_m; \bar{I}_u, \bar{I}_k) = \frac{\bar{a}_I}{2\bar{b}_I} \left(\frac{1}{k_u \bar{I}_u} - \frac{1}{\bar{I}_k} \right) + \frac{1}{2\bar{b}_I} \left(\sqrt{\frac{\bar{a}_I^2}{\bar{I}_k^2} + \frac{4\bar{b}_I}{\bar{I}_k}} - \sqrt{\frac{\bar{a}_I^2}{k_u^2 \bar{I}_u^2} + \frac{4\bar{b}_I}{k_u \bar{I}_u}} \right) + \frac{2}{\bar{a}_I} \ln \frac{\bar{a}_I + \sqrt{\bar{a}_I^2 + 4\bar{b}_I \bar{I}_k}}{\bar{a}_I + \sqrt{\bar{a}_I^2 + 4\bar{b}_I k_u \bar{I}_u}} + \frac{1}{\bar{a}_I} \ln \frac{k_u \bar{I}_u}{\bar{I}_k},$$

$\bar{I}_{u,k} = I_{u,k} / I_0$, I_0 – масштаб для градиентов (в вычислениях можно принимать равным 1), $\bar{a}_I = 1 - \bar{b}_I \bar{I}_k$, $\bar{b}_I = (\bar{k}_u - 1) / (\bar{I}_u - \bar{I}_k)$, $\bar{q}_m = q_m / (2\pi R_d k_0 I_0)$, k_u имеет тот же смысл, но под предельными деформациями понимается полное упорядочение скелета грунта и находится он уже не расчетным, а исключительно эмпирическим путем.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Количественный анализ выполнялся с целью оценки значимости фильтрационных деформаций для притока воды к одиночной самоизливающейся скважине. Поэтому основным предметом расчетов стал относительный расход совершенной скважины в несвязном грунте до начала

\bar{q}_0 и после окончания \bar{q} деформаций. Параллельно рассматривались ситуации, когда трансформация физико-механического состояния грунта была обусловлена или только внешней суффозией, или переориентацией совокупности частиц скелета, или же произошла вследствие протекания обоих типов деформаций. Поскольку дренажный расход при этом вычислялся на базе приближенного решения нестационарной задачи напорной фильтрации на фоне «несовершенной» скважины, то предварительно проверялась правомочность его применения в инженерной практике. Кстати, формально введенное фильтрационное сопротивление в принципе позволяет учесть любой вид ее несовершенства. В данной же работе с его помощью учитываются факторы, усиливающие действие скважины, и поэтому слово несовершенный берется в кавычки. Итак, указанное новое решение было сопоставлено с известным строгим в частном случае недеформированного грунта. Расхождения между точными и приближенными значениями расхода \bar{q} на всем расчетном интервале ($\bar{t} \geq 10$) были около 1%, так что кривые $\bar{q}(\bar{t})$, рассчитанные по формулам (14) и (11), (13) при $\Phi_f = 0$, практически слились и показаны на рис.1 одной линией (1).

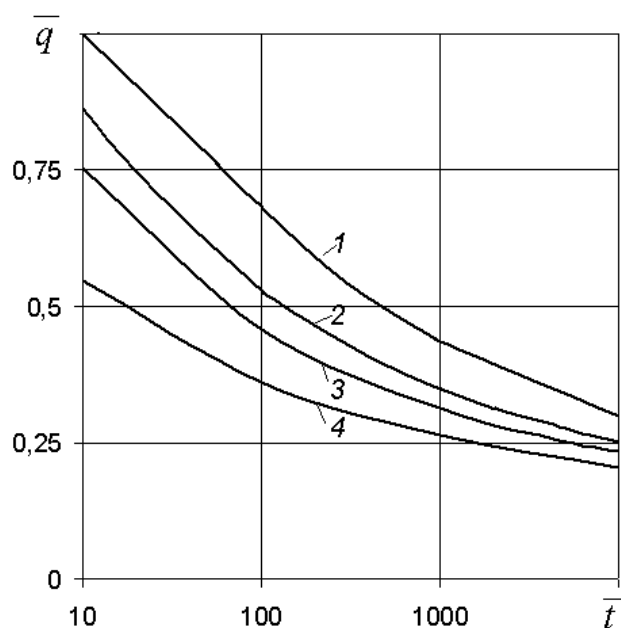


Рис.1. Изменение относительного расхода дрены со временем:

1 – $\Phi_{f1} + \Phi_{f2}$; **2** – Φ_{f1} ; **3** – Φ_{f2} ; **4** – $\Phi_f = 0$

Следует подчеркнуть, что исходная для примеров информация в полном объеме должна содержать разнообразные данные, а именно, о фильтрационных и конструктивном (k_0, μ, M, S_0, R_d), механических (m_s, m_0, d, D), деформационных (u_k, k_u, I_k, I_u) параметрах. Всего их, таким

образом, насчитывается 13. Кстати, критическая скорость и градиент для суффозионного процесса связаны соотношением $u_k = k_0 I_k / (1 - m_s - m_0)$, а значения I_k для обоих типов деформаций отличаются друг от друга. Обобщенно, а вместе с тем просто и надежно удается учесть оба деформационных эффекта в фильтрационных расчетах, если задействовать в них «сопротивления» Φ_{f1} , Φ_{f2} . В статье для их определения привлекались две основные из разработанной полной методики [6] формулы (15) и (18). Судя по ним особенно важен правильный выбор расходного параметра q_m . Поэтому для иллюстрации указанных формул рассчитаны и отдельно Φ_{f1} , Φ_{f2} , и их сумма как функции от q_m (рис.2).

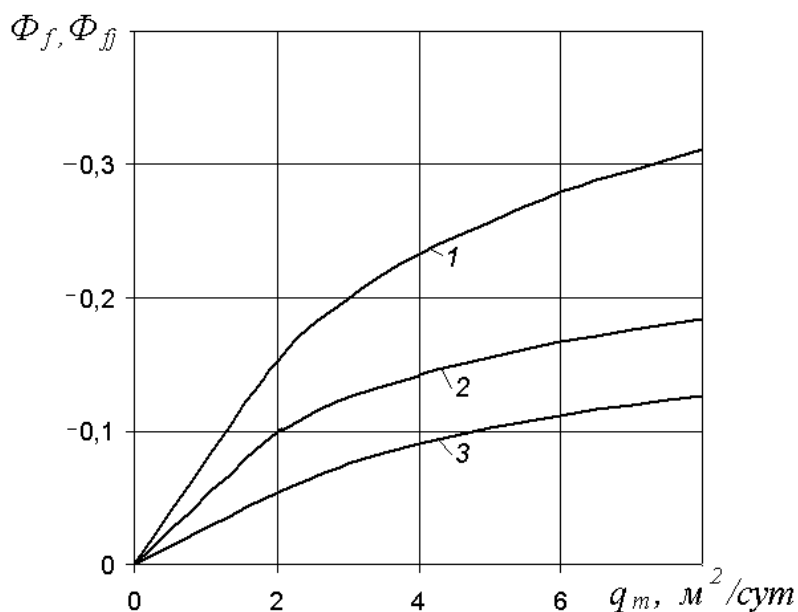


Рис.2. Графики зависимости $\Phi_f(\bar{q}_m)$, $\Phi_{fj}(\bar{q}_m)$, $j=1,2$:
1 – Φ_f ; **2** – Φ_{f1} ; **3** – Φ_{f2}

В данном случае для q_m принимался диапазон значений от 0 до $10 \text{ м}^2/\text{сут}$, а дальше при определении динамики расхода \bar{q} в деформированном грунте бралось фиксированное значение $q_m = 5 \text{ м}^2/\text{сут}$. Благодаря представлению вышеупомянутого решения и вытекающих из него формул для расчета расхода скважины и других фильтрационных характеристик в безразмерной форме становится возможным существенное сокращение исходной информации. Теперь она включала значения шести параметров ($k_u = 1.5$, $\bar{I}_u = 0.3$, $\bar{I}_k = 0.12$, $\tilde{m}_0 = 0.15$, $\tilde{\tilde{m}}_0 = 0.15$, $\bar{D} = 4$), а, кроме того, \bar{q}_m , значения которого для первого и второго типов деформаций различались вследствие разных способов обезразмеривания q_m . Все эти

данные были задействованы в последующих расчетах сначала динамики расхода скважины. Кривые $\bar{q}(\bar{t})$, построенные по формулам (11), (13) при предварительно вычисленных по формулам (15), (18) значениях $\Phi_{f1} = -0.155$, $\Phi_{f2} = -0.102$, представлены на рис.1. Очевидно серьезное увеличение притока жидкости к скважине вследствие не только комплексных деформаций, но и отдельно каждого из их типов.

Но наиболее показательным является рис.3, который наглядно демонстрирует при соответствующих условиях значительное усиление притока жидкости в скважину в результате фильтрационных деформаций. Здесь изображены кривые относительного прироста ее расхода G_q вследствие увеличения параметра q_m при деформировании грунта разными способами на фиксированные моменты времени ($\bar{t} = 10^3$ и 10^4).

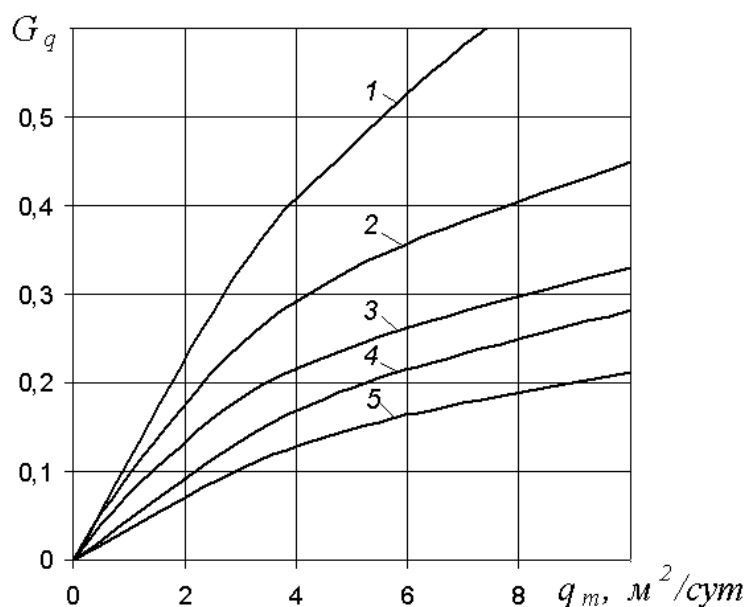


Рис.3 Графики зависимости

1, 3, 5 – $\bar{t} = 10^4$; **2, 4** – $\bar{t} = 10^3$; **1** – $\Phi_{f1} + \Phi_{f2}$; **2, 3** – Φ_{f1} ; **4, 5** – Φ_{f2}

Таким образом, специальный параметр G_q представляет собой отношение $(q - q_0)/q_0$, в котором q , q_0 – расходы в деформированном и недеформированном грунте. В наших примерах вынос суффозионных частиц из области деформаций обусловил увеличение q до 45%, переориентация структурных частиц привела к увеличению q при $q_m = 10 \text{ м}^2/\text{сут}$ до 28%. Естественно, что максимальный эффект был достигнут, когда в грунте произошли деформации обоих типов. Тогда наибольшая величина G_q составила 0.72. Впрочем, к таким результатам следует относиться с осторожностью, ввиду возможно завышенных значений q_m . Чтобы убедиться

в их достоверности, необходимо привлекать данные натурных исследований работы скважин в несвязных грунтах, моделировать совместно протекающие нестационарные течение подземных вод и фильтрационные деформации.

ВЫВОДЫ

Фильтрационные деформации, возникающие в несвязных и малосвязных грунтах при устройстве вертикального дренажа, способны оказывать существенное влияние на их водный режим. Иницируемые интенсивным притоком жидкости к скважинам внешняя суффозия и упорядочение структуры грунта обеспечивают заметное улучшение его проницаемости в придренной зоне. Благодаря этому расход скважины, эксплуатируемой при постоянном напоре в ней, может возрасти на несколько десятков процентов. Особенно большим будет прирост расхода, если грунт подвергся деформациям обоих типов.

Список литературы

1. *Кондратьев В.Н.* Фильтрация и механическая суффозия в несвязных грунтах. – Симферополь: Крымиздат, 1958. – 76с.
2. *Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917-1967).* – М.: Наука, 1969. – 545 с.
3. *McDowell L.M., Hunt J.R., Sitar N.* Particle transport through porous media // *Water Resour.Res.* – 1986. – 22, №3. – P.1901–1921.
4. *Дмитриев А.Ф., Хлапук Н.Н., Дмитриев Д.А.* Деформационные процессы в несвязных грунтах в придренной зоне и их влияние на работу осушительно-увлажнительных систем. – Ровно: Издательство РГТУ, 2002. – 145 с.
5. *Шейдегер А. Э.* Физика течения жидкостей через пористые среды. – М.: Гостоптехиздат, 1960. – 250 с.
6. *Поляков В.Л.* Об обобщенном учете влияния фильтрационных деформаций на действие дренажа // *Прикладна гідромеханіка.* – 2010. – 12(84), № 4. – С.71–80.
7. *Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем* С.В.Васильев, Н.В.Веригин, Б.А.Глейзер и др. – М.: Колос, 1970. – 440 с.
8. *Поляков В.Л., Желізко В.В.* Деякі аспекти математичного моделювання фільтраційних деформацій другого типу незв'язних ґрунтів. – Харків: ХДТУБА. – В кн.: Науковий вісник будівництва. – 2011. – Вип.63. – С.166–173.
9. *Поляков В.Л.* К расчету коэффициента фильтрации суффозионных грунтов // *Доп.НАН України.* – 2012. – № 10. – С.48–55.
10. *Поляков В.Л.* К вопросу о фильтрационных деформациях в несвязных грунтах // *Доп. НАН України.* – 2003. – № 3. – С.46–52.