УДК 628.35

Ю.Д. КОПАНИЦЯ, кандидат технічних наук
Київський національний університет будівництва і архітектури

КОМП'ЮТЕРНИЙ РОЗРАХУНОК СИЛИ ТИСКУ. УНІВЕРСАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ ТРЬОХ КОМАНД – К123

Приведено приклад організації розрахунку сили тиску для задач гідростатики в комп'ютерних програмах.

Ключові слова: сила тиску, епюра, центр ваги.

Приведен пример организации расчёта силы давления для задач гидростатики в компьютерных программах.

Ключевые слова: сила давления, эпюра, центр тяжести.

The example of organisation of counting a pressure force for hydraulic task with computer programs is produced.

Key words: pressure force, pressure diagram, center of pressure.

Від моменту реалізації атомного проекту СРСР на початку 40-х років XX ст., коли основні розрахунки проведились на логарифмічних лінійках, і до ”космічної точності” перших комп'ютерних розрахунків пройшло менше 20-ти років. Масштаб і складність реалізованих задач, які не мали аналогів, забезпечили прорив радянської науки і безпеку країни.

За словами заступника директора Інституту прикладної математики ім. М.В. Кєлдиша РАН професора Г.Г. Малінецького [1] ”…розвиток космічної галузі на початку 60-х років поставив питання підвищення точності розрахунків з існуючих в промисловості 10^{-3} до необхідних $10^{-9} \ldots 10^{-12}$. Почався розвиток кібернетики і вітчизняної комп'ютерної техніки. Відбувається друге народження чисельних методів і бурхливий розвиток прикладної математики...”

Сучасне молоде покоління отримало дешеві персональні комп'ютери, нетбукі, потужні процесори в смартфонах, он-лайнові розрахункові сервіси (наприклад, сервіс *Alpha Wolfram corp.*) та відповідне програмне забезпечення: *MathCad*, *Maple*, *Mathematica*, *Maxima*, *Octave*, *MathLab*. Існуючі пакети символьної математики (комп'ютерної алгебри) дозволяють виконувати учбові та інженерні задачі будь-якої складності. Розвиток хмарових сервісів і мобільний доступ в Інтернет дозволяє проводити розрахунки на смартфоні.

Постає питання, чи завжди відповідають сучасному розвитку програмно-апаратних комплексів рівень і якість викладання основ гідравліки в учбовому курсі ”Технічна механіка рідини та газів”. Аналіз змісту підручників і збірників задач показав, що рівень завдань розділу гідростатика в збірниках задач, наприклад, Росії на початку XX ст. був вищий за теперішній час [2].

Вже тоді в прикладах вирішення типових задач гідростатики широко використовували елементи обчислення нескінченно малих – інтегрування і диференціювання були звичним апаратом в інженерних розрахунках. Для порівняння, практично неможливо знайти приклади розв'язання учбових завдань з розрахунком визначеного інтеграла в розділі гідростатика в радянських і пострадянських підручниках від 30^x років і до сьогодення [3-13].

Розвиток комп'ютерної (обчислювальної) математики ставить певні вимоги до існуючих алгоритмів розрахунку. Ще на початку становлення кібернетики в 1959-му році видатний вчений А.М. Колмогоров визначив напрямок задач, які вирішуються системами обчислювальної математики.

Видатний вчений в статті "О профессии математика" [14] в підкреслив міждисциплінарний характер задач, які стоять перед новою наукою. Він визначав, що такі задачі не вирішуються в алгебрі, оскільки в них багато чисельних розрахунків, як не вирішуються і чисельними методами – в них багато алгебри.

Широко цитуємий на пострадянському просторі академік В.І. Арнольд підкреслював надзвичайну важливість геометричного підходу до вирішення задач, наочного і прозорого представлення проблеми.

В.І. Арнольд постійно вів боротьбу з формалізацією алгебраїчного підходу, коли за рівняннями втрачається фізичне наповнення і суть самої задачі.

Нажаль, існуючи алгоритми і формули визначення сили тиску рідини на плоску і криволінійну поверхні не відповідають сучасному рівню програмно-апаратних персональних засобів розрахунку, гальмують впровадження і використання в учбовому процесі елементів обчислювальної математики.

Зменшення об'єму механічних розрахунків на калькуляторах дозволить вивільнити час для навчання використанню програм комп'ютерної алгебри на прикладі вирішення учбових завдань з елементами аналізу, дослідження, моделювання. Це дозволить наблизити формальні учбові завдання до реальних інженерних задач і майбутньої практичної діяльності.

Саме відсутність простих і наочних алгоритмів практично виключає саму можливість використання сучасної персональної обчислювальної техніки в розрахунках інженерних задач гідростатики на практиці.

В своїх розмірковуваннях автор цієї статті базується на власному критичному аналізі обмеженого набору учбових завдань в розділах "Гідростатика" різноманітних збірників задач. Авторська оцінка сучасних алгоритмів розрахунку сили тиску, поєднання власного досвіду в програмуванні, системному адмініструванні, базова освіта в галузі системотехніки та багаторічна практика викладання учбової дисципліни "Гідравліка" має на меті покращення сучасного рівня підготовки студентів, розширення їх кругозору.

Проаналізуємо формули розрахунку сили тиску на плоску поверхню, які старанно переписується із підручника в підручник більше ста років. Типове виведення відомих формул визначення сили і центра тиску на плоску пластину, розташовану під кутом $\angle\alpha$ до горизонту, має такий вигляд:

сила тиску на площу $d\omega$: $$dP = \rho g y \sin\alpha d\omega; \quad (1)$$

сила тиску на всю площу: $$P = \int_\omega dP = \int_\omega \rho g y \sin\alpha d\omega = \rho g \sin\alpha \int_\omega y d\omega; \quad (2)$$

статичний момент: $$\int_\omega y d\omega = y_C \omega; \quad (3)$$

із виразу (2): $$P = \rho g \sin\alpha y_C \omega; \quad (4)$$

центр ваги площини $$\sin\alpha y_C = h_C; \quad (5)$$

із виразу (4): $$P = \rho g h_C \omega; \quad (6)$$

сила тиску: $$P = p_C \omega; \quad (7)$$

за теоремою Варіньона: $$P y_D = \int_\omega y \cdot dP, \text{ або } y_D = \frac{\int_\omega y \cdot dP}{P}; \quad (8)$$

із формул (1) і (2): $$y_D = \frac{\int_\omega y \rho g y \sin\alpha d\omega}{\rho g y_C \sin\alpha\omega}, \quad (9)$$

або $$y_D = \frac{\rho g \sin\alpha \int_\omega y^2 d\omega}{\rho g y_C \sin\alpha\omega} = \frac{\int_\omega y^2 d\omega}{y_C \omega}; \quad (10)$$

враховуємо: $$\int_\omega y^2 d\omega = I_X, \quad (11)$$

де I_X – момент інерції.

В цьому виразі (11) ілюструється ”традиційний” для розвязання гідростатичних задач прийом, коли задача гідростатики вирішується через використання тільки моменту інерції.

Саме вилучення фізичного змісту з розрахункових процедур має місце у перетвореннях в формулах (3) – (7). І далі, не зупиняючись на формулі (8), продовжується руйнування фізичного змісту; підставляємо вираз для інерції в задачі статики і отримуємо формулу (12) з використанням моменту інерції:

$$\int_\omega y^2 d\omega = I_X = I_C + y_C^2 \omega, \quad (12)$$

після чого отримуємо остаточну формулу визначення центра тиску:

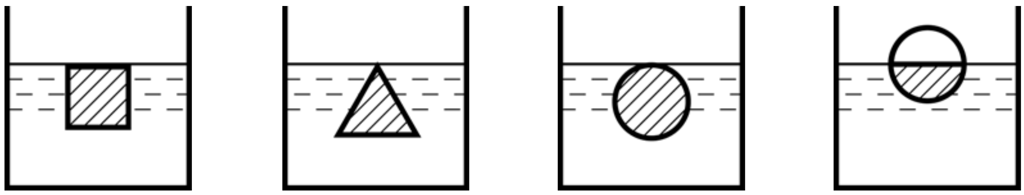
$$y_D = y_C + \frac{I_C}{y_C \omega}. \quad (13)$$

Усі сучасні посібники і задачники рекомендують розрахункові формули для визначення сили і центра тиску: $P = p_C \omega$ за виразом (7) і $y_D = y_C + \dfrac{I_C}{y_C \omega}$ за виразом (13).

Ці формули пережили індустріалізацію, космічні, комп'ютерні і Інтернет технології. Вони перейшли з дореволюційних підручників через ХХ століття в наш час.

Вправи всіх збірників задач в розділі ”Гідростатика” дуже формально підібрані під ці стандартні залежності.

На рисунку 1 представлено практично майже весь можливий набір *типових прикладів площі змоченої поверхні* в умовах учбових завдань.



а **б** **в** **г**

Рис. 1. Стандартні умови задач для визначення сили тиску на кришку, яка закриває отвір бокової плоскої поверхні: – кришка квадратної (**а**) і трикутної (**б**) форми; рівень води і тиск на вільній поверхні можуть змінюватись; – кришка у формі кола; рівень води тільки збільшується (**в**), або фіксується на рівні центру (**г**); тиск на вільній поверхні може тільки збільшуватись

Дійсно ці ”*типові*” задачі можна легко вирішити за допомогою загальноприйнятих формул (7) і (13). А що буде, якщо спробувати змінити ”*стандартну*” умову?

Адже в реальному житті *рівень води* не весь час тримається абсолютно точно на рівні верхньої кромки кришки. І кришка, або *поперечний профіль каналу*, не обов'язково повинні бути тільки квадратної (прямокутної) форми. А тиск на рівні вільної поверхні рідини може бути манометричним. Вертикальна стінка резервуара може бути конструктивно розташована *під певним кутом до горизонту* (рис. 2.а). Що робити з розрахунками, коли ми будемо мати, наприклад, *декілька шарів різної рідини* (рис. 2.б), або *густина* рідини змінюватиметься за висотою *за певним законом*? Декілька прикладів таких ”нетипових” задач з певними змінами у вихідних даних представлено на рисунку 2.

Будь-яке відхилення плоскої змоченої поверхні від абсолютно вертикального осесиметричного положення – наприклад, достатньо простий і поширений варіант за рис. 2.а і виникає більше питань, ніж загальна кількість символів в ”стандартних” формулах (7) і (13). Тоді загальне правило, щоб кількість невідомих дорівнювала кількості рівнянь з формальної точки зору буде порушено.

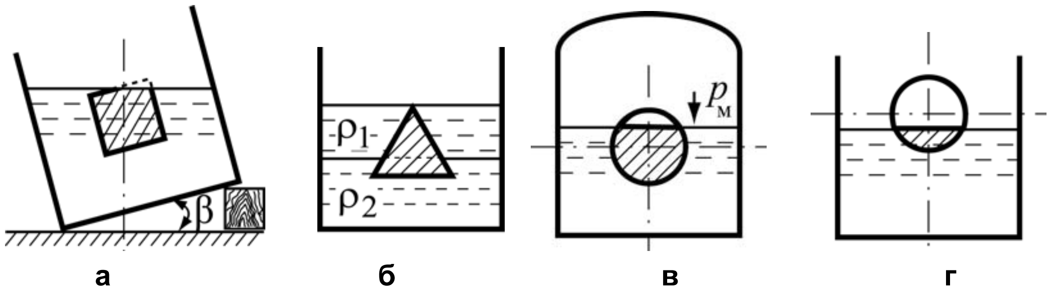


Рис. 2. Не стандартні завдання для визначення сили тиску на кришку, яка закриває отвір бокової плоскої поверхні: – резервуар нахилено до горизонту під кутом β (**а**); рівень води і тиск на вільній поверхні можуть змінюватись; – густина рідини змінюється за глибиною $(\rho_1 \neq \rho_2)$ (**б**); – рівень води і тиск на вільній поверхні можуть змінюватись (**в**,**г**)

Для кришки трикутної форми і за наявності в умові задачі декількох шарів рідини з різною густиною (рис. 2.б) стандартні формули не працюють.

Для кришки круглої форми із зміною рівня рідини та тиску на вільну поверхню (рис. 2.в,г) стандартної формули також не існує. Наявність тиску на вільній поверхні рідини (рис. 2.в) суттєво впливає як на форму епюри, так і на відповідні координати центра тиску. Таких простих і ”не стандартних” варіантів задач можна скласти велику кількість.

Такі звичайні для реальних умов задачі не зручні для загальноприйнятих стандартних розрахункових формул (7) і (13), і тому вони просто були виключені з підручників. Тобто, реальні прилади задач, які зустрічаються у практичному житті, були викреслені, як неіснуючі.

Здавалося б, що проблема розв’язується достатньо просто – якщо не існує готових формул для визначення h_C і I_C, тоді варто навести в задачниках спеціальні довідкові таблиці в додатках. Але проблема таким шляхом не може бути розв’язана, оскільки це пов’язано з властивостями рідини та особливостями її дії на конкретну площу змоченої поверхні. Фізична суть цього явища була виключена у відомих розрахункових формулах заради моменту інерції підстановками (2) – (7) і (9) – (13)).

Спробуємо дослідити, коли вперше було запропоновано використовувати поняття моменту інерції в задачах статики. На початку ХХ ст. роботи відомого австрійського вченого Фердинанда Виттенбауєра були присвячені розробці графоаналітичних методів дослідження маховика в теоретичній механіці. Він використовував поняття моменту інерції в дослідженнях обертового руху твердого тіла (маховика). Саме Виттенбауєр створив відомі збірники задач з теоретичної механіки і гідравліки [2,15]. В роботах, складених на почату ХХ століття, і були наведені відомі формули з використанням моменту інерції [2,15-19].

В цих загальноприйнятих формулах враховуються **тільки геометричні характеристики форми площі змоченої поверхні**. У формулах (7) і (13) присутні тільки центр ваги h_C і момент інерції I_C для змоченої поверхні. Але хіба в задачах гідростатики ми збираємось щось обертати за цим моментом інерції?

В наш час залишається актуальною проблема розробки такої технології розрахунку, яка буде універсальною і придатною до реалізації на комп'ютері або, принаймні, на простому інженерному калькуляторі. Під універсальністю слід розуміти стандартний (типовий) ітераційний алгоритм розрахунку сили, центра і напрямку дії рівнодіючої сили тиску на поверхню будь-якої довільної форми. Іншими словами – *знаходження об'єму і центра ваги епюри тиску складає <u>геометричний</u> зміст задачі, а пошук модуля рівнодіючої сили тиску і точки її прикладання (центра тиску) є <u>гідростатичним</u> змістом цієї задачі*.

Епюра тиску за своєю *формою і положенням* в просторі символізує *особливість* **дії неперервного середовища** на плоску поверхню. Цей геометричний образ дає повну відповідь на питання вибору доцільного набору і послідовності реалізації елементарних (універсальних, базових) ітерацій після декомпозиції змоченої поверхні на окремі складові шари. І саме форма епюри тиску і її положення в просторі, відносно змоченої поверхні, дає ключ до об'єднання результатів ітераційних розрахунків в остаточну відповідь. Саме це допомагає визначити *<u>геометричний</u> зміст* постановки даної задачі.

Такі вимоги стоять перед алгоритмами розрахунків, які проводяться в системах комп'ютерної математики (далі за текстом – системи комп'ютерної алгебри). Для розробки універсального алгоритму необхідно виділити *стандартні типові набори операцій, які можна розраховувати в циклі*. Також необхідно розробити процес *декомпозиції* загального алгоритму розрахунку на окремі *типові єдинообразні елементи* (ітерації). І на заключному етапі відтворити *композицію* (об'єднання) окремих розрахунків кожної ітерації в загальний результат.

У такий спосіб ми розробимо загальний алгоритм методом індукції – від простого до складного. Але тут треба особливо підкреслити, що найбільш *загальним елементом є саме елементарний алгоритм* (реалізація) окремої типової ітерації. Алгоритм реалізації найбільш складного розрахунку є конкретною комбінацією типових стандартних ітерації і насправді є окремим випадком.

Наприклад, розрахунок рівнодіючої сили, напрямку і координати центра тиску на будь яку поверхню довільної форми буде окремою комбінацією із загальних типових ітераційних блоків *визначення сили тиску на елементарний шар поверхні*. Саме типовий ітераційний блок і є базовим (загальним) елементом будь-якого розрахунку. Для порівняння, в навчальних посібниках і науковій літературі поширено дедуктивний метод – в якості повної або узагальненої форми призначають найбільш складну форму запису, а решті простих рішень призначають статус окремих випадків.

Дедуктивний метод, до речі, іноді стає непереборним бар'єром при вивченні (*розумінні – що стоїть за методами*) класичного курсу вищої математики, і невипадково, два відомих Нобелівських лауреата кожний окремо написали підручники, в яких представлено їх *власні* погляди на математику для фізика (інженера).

При реалізації комп'ютерних алгоритмів базовими, узагальненими елементами, є максимально прості "примітиви". У такий спосіб об'єкти (моделі, розрахунки) будь-якої складності моделюються простою комбінацією елементарних "примітивів". Терміни "елементарні" та "примітиви" не означають простоту, а визначають, що властивості таких об'єктів максимально досліджені і універсальні. Також обов'язково розробляються і типізуються всі види зв'язків і взаємодії цих "примітивів". Такий підхід можна порівняти з методом індукції.

Саме такий підхід прийнято за основу в розробці і проектуванні комп'ютерних систем (апаратних, програмних). Саме обєктно-орієнтована технологія написання програмного коду дозволяє моделювати і відтворювати об'єкти будь-якої складності з нескінченою кількістю станів і варіантів поведінки.

Так само і в поставленій задачі немає сенсу шукати саму узагальнену, або єдину, формулу для всіх задач гідростатики на визначення сили тиску для всіх можливих варіантів форми поверхні і початкових умов.

Далі буде представлено як алгоритм базової ітерації розрахунку "примітива" (сили тиску на елементарний шар плоскої площі змоченої поверхні), так і стандартні механізми об'єднання елементарних розрахунків "примітивів" в об'єкти будь-якої довільної форми поверхні. В цій статті представлено авторський алгоритм розрахунку сили тиску рідини на плоску поверхню довільної форми.

Авторський алгоритм компьютерного розрахунку складається з виконання стандартної послідовності трьох універсальних операції. Кожна операція, в термінах компьютерної технології, називається командою. Наведено загальну форму запису алгоритму, яка включає послідовність команд з єдиними елементами нумерації (К1), (К2) і (К3) для будь-яких типів задач (пропонується в подальшому назівати "Алгоритм К123").

Саме *розробка* та *узагальнення* універсальної схеми використання *стандартної* *послідовності* *трьох* *команд* при розрахунку сили тиску рідини *на* *поверхні* *будь-якої* *форми* і є особливістю авторського алгоритму К123.

Виділимо два ключових моменти:

- сумарна сила тиску рідини за модулем дорівнює **об'єму епюри** тиску;
- точка прикладання рівнодіючої – сумарної сили тиску окремого шара рідини – прикладається в **центрі ваги об'ємної епюри** тиску, яка і є наочним відображенням всіх особливостей дії (тиску) неперервного середовища на відповідний шар площі змоченої поверхні .

Об’єм епюри тиску *в будь-якому випадку* і *для будь-якої поверхні* (криволінійної або плоскої) обов’язково дорівнює модулю сили тиску. Враховуючи векторну природу сили тиску, ми повинні визначати конкретний напрямок дії на площу відповідної ортогональної проекції поверхні. Можливо, іноді, за умовою задачі, визначати площу проекції поверхні в довільному напрямку, але *об’єм відповідної епюри обов’язково дорівнює модулю сили тиску* в цьому напрямку. В процесі декомпозиції ми можемо розраховувати об’єми епюри сили тиску на окремі елементи поверхні, а далі їх об’єднувати за єдинобразним типовим алгоритмом.

Центр ваги об’ємної епюри *в будь-якому випадку* визначає координати центра тиску рівнодіючої сили (або її елемента, якщо розглядається окремий шар). Аналогічна примітка, щодо поняття ”елемента” поверхні відноситься і до розрахунку координат центра ваги епюри. Проектування вектора сили тиску на ортогональні напрямки і визначення центра ваги (точки прикладання сили тиску рівнодіючої) відбувається за загальними правилами визначення центра ваги тіла складної форми.

Алгоритм К123 *чисельного (або аналітичного)* **розрахунку сумарної сили тиску рідини** *на елементарний шар* **поверхні включає таку послідовність операцій**:

- розрахунок загального об’єму епюри тиску, який дорівнює величині модуля рівнодіючої (сумарної) сили тиску P на окремий шар змоченої поверхні;
- визначення статичного моменту рівнодіючої (сумарної) сили тиску $m(P)$ на елементарний шар відносно обраної точки;
- обчислення координат точки прикладання (центр тиску) h_D рівнодіючої (сумарної) сили тиску.

Алгоритм К123 *чисельного (або аналітичного)* **розрахунку сумарної сили тиску рідини** *на всю площу* **змоченої поверхні включає такі операції**:

- для плоскої поверхні виконуємо стандартні три команди розрахунку P, $m(P)$, h_D, які описано для елементарного шара;
- для криволінійної поверхні розкладемо на ортогональні складові кожний вектор сили тиску для всіх елементарних шарів. Далі знов виконуємо стандартний трьохкроковий алгоритм – визначаємо сумарну силу і центр тиску для кожного орта;
- визначаємо рівнодіючу силу тиску і напрямок для криволінійної поверхні стандартним шляхом.

Таким чином, виконується *стандартна процедура* розрахунку P, $m(P)$ і h_D, яка складається *з трьох стандартних команд* незалежно від конкретних форм елементів поверхні. Отже, необхідно представити ці команди в загальному вигляді.

В загальному випадку *на форму запису цих стандартних команд* **впливають закони зміни**:

- густини рідини для і-го шара $f(\rho_i)$;
- поперечної ширини і-го шара $f(b_i)$;
- наявність манометричного (ваууммετричного) тиску над вільною поверхнею рідини, або співвідношення загальної висоти площі поверхні і висоти змоченої площі поверхні $f_1(h_i)$;
- співвідношення між загальною висотою стовпчика води над і-м шаром поверхні і координатою довільно обраної точки, відносно якої розраховується статичний момент $f_2(h_i)$;
- координати положення нижньої та верхньої кромки і-го шара поверхні -межи інтегрування, які позначаємо, відповідно, h_1 і h_2.

Базовий алгоритм розрахунку К123

Формула розрахунку сили тиску:

$$P = \int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) dh \,. \tag{К1}$$

Формула статичного моменту сили тиску:

$$m(P) = \int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) dh \,. \tag{К2}$$

Координати точки дії сумарної сили тиску:

$$h_D = \frac{m(P)}{P} = \frac{\int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) dh}{\int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) dh} \,. \tag{К3}$$

В практичних задачах окремі із вищеозначених величин можуть бути сталими і не залежати від величини висоти стовпчика рідини над і-м шаром змоченої поверхні. В такому випадку форма запису загальних формул алгоритму К123 суттєво спрощується.

Базовий алгоритм розрахунку К123 *для чисельного розрахунку*

Формула розрахунку сили тиску:

$$P = \sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) \Delta h \,. \tag{К1`}$$

Статичний момент сили тиску рахуємо за формулою:

$$m(P) = \sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) \Delta h \,. \tag{К2`}$$

Координати точки дії сумарної сили тиску визначаються:

$$h_D = \frac{m(P)}{P} = \frac{\sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) \Delta h}{\sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) \Delta h}. \qquad \text{(К3`)}$$

Розглянемо окремі випадки запису рівнянь алгоритму К123 для аналітичного розрахунку на конкретних прикладах.

Для прямокутного щита ми маємо найпростіший варіант запису формул алгоритму К123.

Задача № 1

Прямокутний сосуд заповнено водою (рис. 3.а) на висоту $H = 6\ м$. Тиск на вільну поверхню рідини атмосферний $p_a = 100\,000\,\text{Па}$. Ширина бокової сторони резервуара $b = 5\,м$ (рис. 3.б). Визначити величину сумарної силу тиску води P на бокову сторону резервуара, точку дії – центр тиску - h_D (рис. 3.в).

Зображення розрахункових величин представлено в графічній формі (рис. 3.а-е).

Для умови нашої задачі № 1 формули приймають такий вигляд:

Формула розрахунку сили тиску:

$$P = \int_0^H \rho g h b dh. \qquad \text{(К1.1)}$$

Статичний момент сили тиску:

$$m(P) = \int_0^H \rho g (h)^2 b dh. \qquad \text{(К2.1)}$$

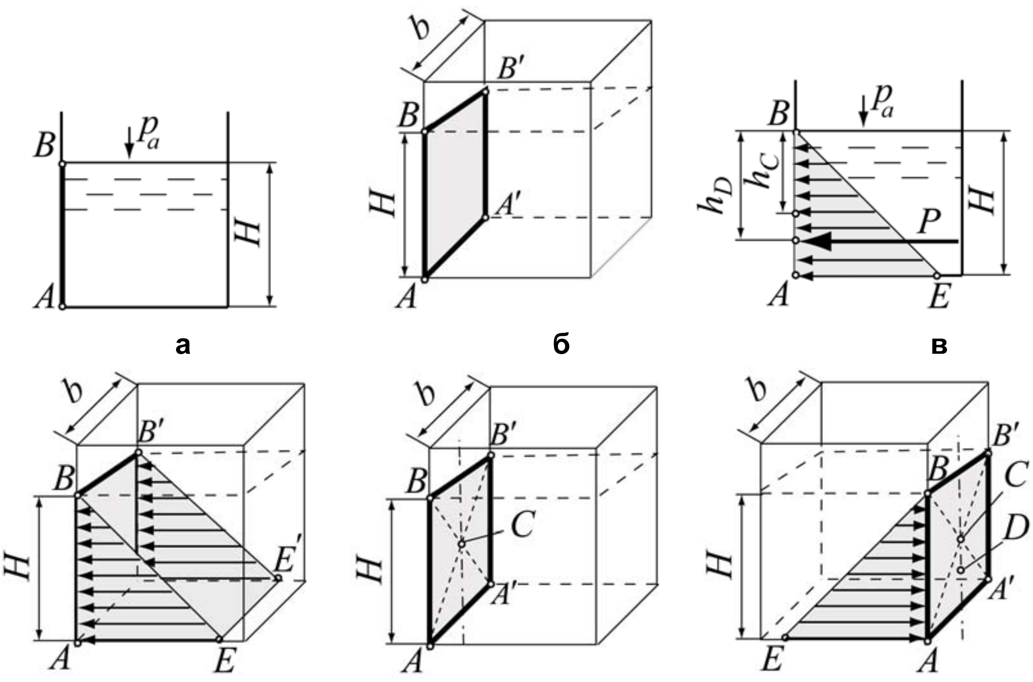
Координата точки дії сумарної сили тиску:

$$h_D = \frac{m(P)}{P} = \frac{\int_0^H \rho g (h)^2 b dh}{\int_0^H \rho g h b dh}. \qquad \text{(К3.1)}$$

Для трикутної кришки ми маємо наступний варіант запису формул алгоритму К123.

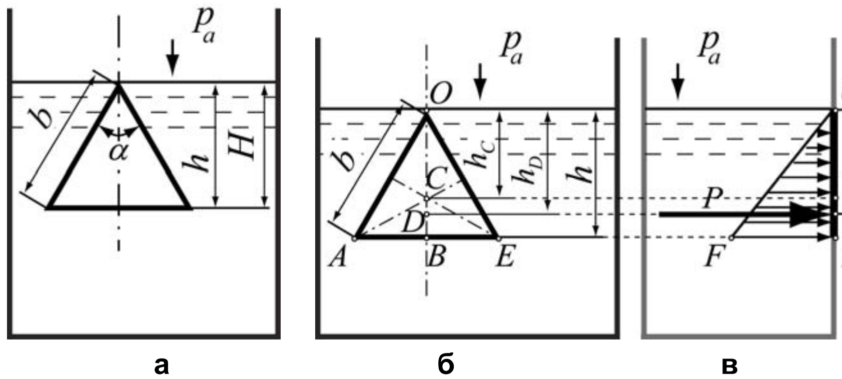
Задача № 2

В даному випадку (рис. 4.а,б,в) ширина b_i площі змоченої поверхні кришки змінюється з висотою стовпчика води h_i (рис. 5.а,в). З подібних трикутників ΔAOE і $\Delta A'OE'$ (рис. 5.а,в) знаходимо необхідну функціональну залежність. В загальній формулі (К1) вона позначена – $f(b_i)$.



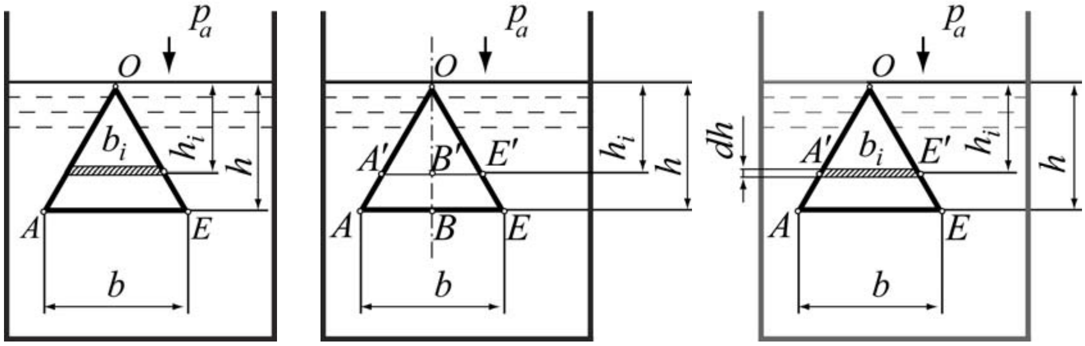
г д е

Рис. 3. Сила тиску на плоску поверхню: **а**), **в**) – переріз резервуара і епюри тиску; **б**) аксонометричне зображення бокової поверхні і змоченого периметру $AA'B'B$; **г**) епюра тиску (призма $AEBB'E'A'$); **д**) центр ваги змоченого периметру точка C; **е**) центр ваги епюри тиску $AEBB'E'A'$ точка D; h_C — висота стовпчика води над центром ваги змоченого периметра $AA'B'B$, положенням центра ваги змоченого периметра $AA'B'B$ точкою C, h_D — координата точки дії рівнодіючої сумарної сили тиску P, положення центра ваги об'ємної епюри тиску $AEBB'E'A'$, точки D.



а б в

Рис. 4. Сила тиску на трикутну плоску кришку бокової грані резервуара: **а**) форма кришки – правильний трикутник із стороною a; **б**),**в**) переріз резервуара і епюри тиску: h — висота стовпчика води, b — ширина бокової грані кришки, p_a — тиск на вільну поверхню рідини, h_C — висота стовпчика води над центром ваги змоченого периметра AOE, положення центра ваги змоченого периметра AOE, точкою C, h_D — координата точки дії рівнодіючої сумарної сили тиску P відносно точки O, положення центра ваги епюри тиску OFB, точки D.



а **б** **в**

Рис. 5. Залежність ширини епюри тиску від висоти стовпчика води: **а**) Змінна по висоті h_i ширина епюри тиску b_i; **б**) подібні трикутники $\Delta\, A'OE'$ і $\Delta\, AOE$; **в**) товщина dh і-го шара шириною b_i на глибині h_i

Для умови задачі № 2 формули приймають наступний вигляд.

Сила тиску:

$$P = \int_0^H \rho g h \left(\frac{h}{H}\right) b dh . \qquad (К1.2)$$

Статичний момент сили тиску:

$$m(P) = \int_0^H \rho g (h)^2 \left(\frac{h}{H}\right) b dh . \qquad (К2.2)$$

Координата точки дії сумарної сили тиску:

$$h_D = \frac{m(P)}{P} = \frac{\int_0^H \rho g (h)^2 \left(\frac{h}{H}\right) b dh}{\int_0^H \rho g h \left(\frac{h}{H}\right) b dh} . \qquad (К3.2)$$

Для трикутної кришки на боковій грані циліндричного резервуара маємо наступний варіант запису формул алгоритму К123.

Задача № 3

В циліндричному резервуарі радіуса $r = 1{,}123$ м боковий отвір перекрито трикутною кришкою AOB (рис. 6.а). Вертикальна проекція кришки має форму рівностороннього трикутника з стороною $b = 1{,}0$ м. Висота кришки $H = 0{,}866$ м. Тиск на вільну поверхню рідини атмосферний. Розрахувати сумарну силу тиску P води густиною $\rho = 1000\ кг/м^3$ і координату центру тиску h_D.

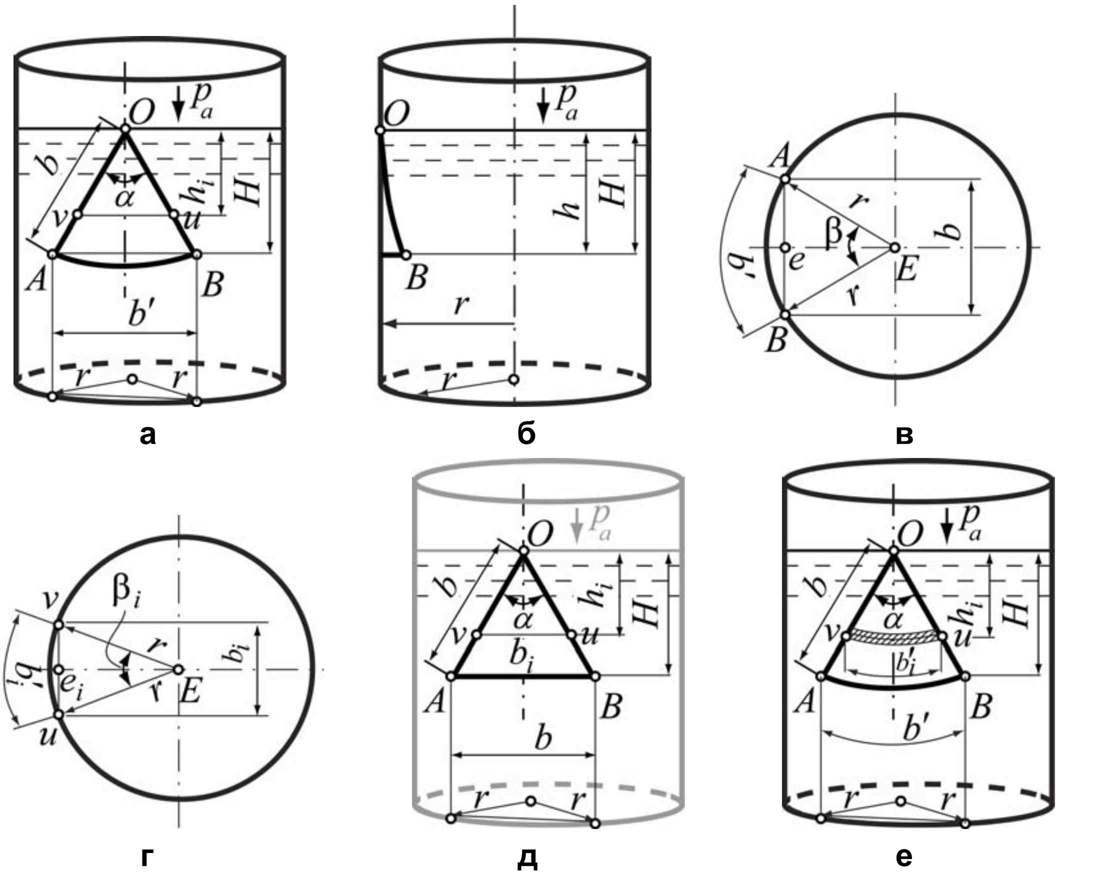


Рис. 6. Циліндричний сосуд з трикутною кришкою: **а**) трикутна кришка AOB; **б**) бічна проекція; **в**) переріз на глибіні H; **г**) переріз на глибіні h_i; **д**) вертикальна проекція трикутної кришки AOB; **е**) товщина dh і-го шара шириною b_i' на глибіні h_i

Довжина і-го шару поверхні b_i' залежить від висоти стовпчика води h_i і зв'язана з ним через кут $\angle\beta$ (рис. 6.в,г). Залежність має вигляд: $\cup b_i' = (\pi r) \times \dfrac{360^{o}}{\arcsin\left(\left(\dfrac{\left(\dfrac{bh_i}{H}\right)}{2}\right)/r\right)}$, а загальні формули алгоритму К123, практично не відрізняються від розрахункових формул задачі №2.

Для умови задачі № 3 формули приймають наступний вигляд.

Сила тиску P відносно верхньої точки на рівні O:

$$P = \int_0^H \rho g h\left((\pi r)\frac{360^{o}}{\arcsin\left(\left(\dfrac{\left(\dfrac{bh}{H}\right)}{2}\right)/r\right)}\right)dh. \qquad (К1.3)$$

Статичний момент сили тиску $m(P)$ відносно верхньої точки на O:

$$m(P) = \int_0^H \rho g h^2 ((\pi r)\frac{360^o}{\arcsin\left(\frac{\left(\frac{bh}{H}\right)}{2}/r\right)})dh . \qquad (К2.3)$$

Координата центра тиску h_D сили тиску P відносно рівня точки O:

$$h_D = \frac{m(P) = \int_0^H \rho g h^2 ((\pi r)\frac{360^o}{\arcsin\left(\frac{\left(\frac{bh}{H}\right)}{2}/r\right)})dh}{m(P) = \int_0^H \rho g h ((\pi r)\frac{360^o}{\arcsin\left(\frac{\left(\frac{bh}{H}\right)}{2}/r\right)})dh} . \qquad (К.3.3).$$

Доречи, за базовими формулами (К1\`), (К2\`), (К3\`) чисельного розрахунку алгоритму К123 останні формули дуже просто розрахувати на інженерному калькуляторі. Для отримання 5% точності розрахунку достатньо площу змоченого периметру поділити на 3 - 4 шари.

Відповідь задачі № 3: P=2478.00, mP=1596.65, hd=0.64433.

Для задачі №2, яку розраховано за аналогічними вихідними даними – такі самі сторона трикутника і висота стовпчика води – отримано наступні результати: P=2452.36, mP=1592.81, hd=0.6495

На рисунку 6.б показано бокову проекцію кришки, яка має криволінійну форму (криволінійний трикутник). Як визначити силу тиску в одному з цих ортогональних напрямків?

Стандартні алгоритми розрахунку сумарної сили тиску за формулами (7) і (13) передбачають визначення центра ваги і моменту інерції цієї складної фігури, бокова грань якої утворюється перетином під кутом плоскої і циліндричної поверхні. Знайти готові формули і табличні значення центра ваги для даного випадку неможливо.

Модуль сумарної сили тиску, який визначено в задачі № 3, дорівнює модулю сили тиску на площу фронтальної проекції (рис.6.д) – рівностороннього трикутника як і в задачі № 2 - та модулям сили тиску на дві ортогональні бокові проекції – криволінійні трикутники (рис.6.б). Відповідь на поставлене запитання дуже проста. Половина різниці величини модуля сумарної сили тиску в задачах №№ 3 і 2 є величиною сили тиску, яку спроектовано в означеному напрямку (рис.6.б).

Задачі вирішено за практично однаковими формулами. Різниця полягає тільки в функціональній залежності ширини і-го шара елементарної поверхні від висоти відповідного і-го стовпчика води (рис. 5.в і 6.е). В формулах базового алгоритму К123 ця залежність позначена через $f(b_i)$. В більшості варіантів задач це єдиний елемент, який треба визначати за умовою задачі, і уточнювати межи інтегрування в залежності від заданої висоти стовпчика рідини.

В загальному випадку ми маємо можливість підставляти необхідні функціональні залежності для зміни, на приклад, густини рідини, міняти рівень води і тиск на вільній поверхні, підставляючи їх в базові формули (К1\`), (К2\`), (К3\`) чисельного розрахунку алгоритму К123. Реалізації варіанта у формі чисельного розрахунку для алгоритму К123 забезпечують нас універсальним інженерним апаратом для моделювання і розрахунку задач будь-якої складності навіть на простому інженерному калькуляторі.

І найголовніше – ми маємо універсальний алгоритм К123 і методику розрахунку будь-якої нестандартної інженерної задачі. Об'єм статті не дозволяє викласти приклади розрахунку сили і центра тиску на криволінійні поверхні. Поза текстом залишилось також багато цікавих варіантів і технологій реалізації універсального алгоритму К123 розрахунку сили тиску на довільні плоскі не симетричні поверхні.

В наступних публікаціях буде показано, що універсальний алгоритм К123 дозволяє стандартно розраховувати тиск рідини на поверхні будь-якої довільної криволінійної форми. Передбачається проведення аналізу можливих варіантів композиції простих "примітивів" як аналітичними (інтегрування), так і чисельними методами. Планується представлення обмеження варіанту визначення алгоритму К123 аналітичними методами, і переваги чисельного розрахунку. Автор намагатиметься довести, що *методи розрахунку сили тиску на плоску і криволінійну поверхні* за алгоритмом К123 **однакові**. В цьому і полягає універсальність базового алгоритму К123, який забезпечує також і простоту реалізації розрахунків в системах комп'ютерної математики.

Список літератури

1. http://rutube.ru/tracks/3167999.html/ Новая глобальная реальность и стратегии развития России/ Г.Г. Малинецький. – Дубна, 2010.

2. *Виттенбауэр Ф.* Сборник задач по гидромеханике: (Жидости и газы). – Санкт-Петербург: М.О. Вольф, 1912. – 382 с.

3. *Агроскин И.И.* Гидравлика / Г.Т. Дмитриев, Ф.И. Пикалов. – М.: ГосЭнергИздат, 1950. – 440 с.

4. *Справочник* по гидравлике / Под ред. В.А. Большакова, – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1984. – 343 с.

5. *Горчин Н.К.* Гидравлика в задачах / Н.К. Горчин, М.Д. Чертоусов. – Л.: ”Кубуч”, 1927. – 430 с.

6. *Теплов А.В.* Основы гидравлики. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л. Энергия, 1971. – 208 с.

7. *Сборник* задач по машиностроительной гидравлике / Под ред. И.И. Куколевского, – 3-е изд., перераб. и доп. – М: Машиностроение, 1972. – 472 с.

8. *Есьман И.Г.* Гидравлика – 8-е изд., перераб. и доп. – Баку: ГНТИ, 1952. – 332 с.

9. *Мостков М.А.* Приладная гидромеханика. - М. ГосЭнергИздат., 1963. - 463 с.

10. *Гиргидов А.Д.* Механика жидкости и газа (гидравлика): Учебник для вузов. 3-е изд., исп. И доп. – СПб.: Изд-во Политехн. Ун-та, 2007. – 545 с.

11. *Богомолов А.И.* Гидравлика. Учебник для вузов / А.И. Богомолов, К.А. Михайлов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М. Стройздат., 1972. – 648 с.

12. *Чугаев Р.Р.* Гидравлика. Учебник для вузов. – Л.: Энергия, 1975. – 600 с.

13. *Константінов Ю.М.* Технічна механіка рідини і газу: підручник / Ю.М. Константінов, О.О. Гіжа. – К.: Вища шк., 2002. – 277 с.

14. А. Н. Колмогоров О профессии математика. – М.: Изд-во Московского Университета, 1988. – 32 с.

15. *Виттенбауэр Ф* Задачи по механике теоретической и аналитической с подробными решениями : (770 задач с 563 черт. в тексте). – М.: изд. студ.-техн. Г.К. Боровикова, 1908. – 306 с.

16. *Wittenbauer P.* Die Bewegungsgesetze der veranderlichen Masse. – Zeit. f. Math. u. Phys., 1905. – S.150–164

17. *Wittenbauer F.* Dynamischer Kraftplan des Kurbelgetriebes. – Zeit. d. Verein. Deutsch. Ing., 1906.

18. *Wittenbauer F.* Zukunft und Ziele der technischen Mechanik. – Graz, I9II, S. 25-35.226 / Wittenbauer F. Graphische Dynamik. – Berlin, 1923. – 797 s.

19. *Графическое* определение веса махового колеса: Доп. к Граф. динамике / Фердинанд Виттенбауэр. – М.: изд. студ. Вайнберг и Магакянц, 1908. – 16 с.