

В.Л.ПОЛЯКОВ, доктор технических наук  
Институт гидромеханики НАН Украины

## РАСЧЕТ УСТАНОВИВШЕЙСЯ БЕЗНАПОРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ДРЕНИРУЕМОМ СУФФОЗИОННОМ ГРУНТЕ ПРИ НАЛИЧИИ ИНФИЛЬТРАЦИИ

*Сформульовано і строго розв'язано задачу усталеної плоскої фільтрації в однорідному суфозійному ґрунті на фоні систематичного горизонтального дренажу в умовах інфільтраційного живлення. На багаточисленних прикладах виконано оцінку значущості зовнішньої суфозії для рівного режиму ґрунтових вод при зміні інфільтрації у широких межах.*

**Ключові слова:** усталена плоска фільтрація, ґрунт, зовнішня суфозія, систематичний дренаж, інфільтрація.

*Сформулирована и строго решена задача установившейся плоской фильтрации в однородном суффузионном грунте на фоне систематического горизонтального дренажа в условиях инфильтрационного питания. На многочисленных примерах выполнена оценка значимости внешней суффузии для уровня режима грунтовых вод при изменении инфильтрации в широких пределах.*

**Ключевые слова:** установившаяся плоская фильтрация, грунт, внешняя суффузия, систематический дренаж, инфильтрация.

*A task of steady-state plane groundwater flow in uniform cohesionless soil has been stated and exactly solved for systematic horizontal drainage at infiltration conditions. Analysis has been performed of external suffusion significance for groundwater table when changing infiltration intensity within wide limits.*

**Key words:** steady-state plane groundwater flow, cohesionless soil, systematic drainage, infiltration, external piping.

Устройство дренажей в суффузионных грунтах, как правило, инициирует фильтрационные деформации [1,2]. Чаще всего в них развивается внешняя суффузия, которая обуславливает ощутимое повышение проницаемости грунта вблизи дрен [3,4]. Тем самым заметно улучшаются фильтрационные условия на наиболее ответственном участке течения подземных или грунтовых вод, что способствует усилению действия дренажа. обстоятельный теоретический анализ деформационного эффекта и его последствий для дренирования грунта проводился раньше, но, по существу, только для напорной фильтрации, например [5,6]. Поэтому в его

основу были положены сравнительно простые линейные фильтрационные модели. Однако, при регулировании водно-воздушного режима почвогрунтов, защите территорий от подтопления дренажам приходится работать уже в условиях безнапорной фильтрации. В таких случаях даже в гидравлическом приближении вышеупомянутые модели вследствие криволинейности свободной поверхности оказываются нелинейными и, если их линеаризация приводит к большим ошибкам, например из-за небольшой мощности потока, то аналитические методы становятся неэффективными. Тем не менее ранее выявленные закономерности формирования области деформаций и сопутствующих ему изменений физико-механических свойств грунта в ее пределах позволяют сделать некоторые несущественные с физической точки зрения допущения при постановке соответствующих математических задач и, благодаря этому, успешно использовать указанные методы. Примером их успешного применения к более сложным задачам дренажа как раз могут служить результаты теоретических исследований, изложенные ниже.

#### ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Рассматривается установившаяся плоская фильтрация на фоне совершенного систематического дренажа и инфильтрационного питания интенсивностью  $\varepsilon$  в однородном суффозионном грунте. Отвечающая таким условиям математическая задача включает, прежде всего, систему уравнений безнапорной фильтрации в пределах области деформаций ( $0 \leq x \leq L_k$ ) и зоны недеформированного грунта ( $L_k < x \leq L$ )

$$k_e \frac{d}{dx} \left( h_e \frac{dh_e}{dx} \right) + \varepsilon = 0, \quad k_0 \frac{d}{dx} \left( h_0 \frac{dh_0}{dx} \right) + \varepsilon = 0; \quad (1)$$

а также граничные условия

$$x = 0, \quad h_e = H_d; \quad x = L, \quad \frac{dh_0}{dx} = 0. \quad (2)$$

Вместе с тем, на границе области деформаций задаются условия сопряжения напоров и расходов

$$x = L_k, \quad h_e = h_0; \quad k_e \frac{dh_e}{dx} = k_0 \frac{dh_0}{dx}, \quad (3)$$

а поскольку положение этой границы заранее неизвестно, то дополнительно здесь принимается условие

$$\frac{dh_e}{dx} = I_k. \quad (4)$$

Здесь  $h_e, h_0$  – напоры в области деформаций и в зоне недеформированного грунта;  $k_e, k_0$  – коэффициенты фильтрации деформированного и исходного грунта;  $L_k$  – координата границы между деформированным и недеформированным грунтом;  $2L$  – расстояние между

дренами;  $H_d$  – напор в дрене;  $I_k$  – критический градиент напора. Как установлено в работе [5], область деформаций в конце концов (при  $t \rightarrow \infty$ ) должна состоять из двух характерных зон – предельной и частичной деформации. Однако, вторая зона содержит ничтожно малое количество суффозионных частиц и поэтому формально может быть также отнесена к первой зоне. Таким образом, функция  $k(x)$  терпит конечный разрыв на границе  $x = L_k$ , а функция напора  $h(x)$  имеет здесь излом, что отражает условие (3). При этом существенно упрощается решение изначально сложной нелинейной задачи и тогда удается вывести сравнительно простые расчетные формулы.

Общее решение задачи (1)-(4) имеет вид

$$h_e(x) = \sqrt{-\frac{\varepsilon}{k_e}x^2 + A_1x + B_1}, \quad (5)$$

$$h_0(x) = \sqrt{-\frac{\varepsilon}{k_0}x^2 + A_1x + B_2}. \quad (6)$$

Для нахождения констант используются условия (2), (3) и в результате получено

$$h_e = \sqrt{H_d^2 - \frac{\varepsilon}{k_e}(x^2 - 2Lx)}, \quad (7)$$

$$h_0 = \sqrt{H_d^2 - \frac{\varepsilon}{k_0}(x-L)^2 + \frac{\varepsilon}{k_0}(L-L_k)^2 - \frac{\varepsilon L_k}{k_e}(L_k - 2L)}. \quad (8)$$

Неизвестное положение границы между деформированным и недеформированным грунтом определяется с помощью условия (4), трансформированного следующим образом

$$\frac{1}{2h_e(L_k)} \frac{dh_e^2}{dx} \Big|_{x=L_k} = I_k. \quad (9)$$

После несложных преобразований для искомой координаты выведено выражение

$$L_k = L - I_k \sqrt{\frac{k_e(k_e H_d^2 + \varepsilon L^2)}{\varepsilon(\varepsilon + k_e I_k^2)}}. \quad (10)$$

Подстановка (10) в (8) в итоге дает для напора в недеформированном грунте, то есть для  $L_k < x \leq L$  такое представление

$$h_0(x) = \sqrt{H_d^2 - \frac{\varepsilon}{k_0}(x-L)^2 + \varepsilon \left[ \frac{L^2}{k_e} + \left( \frac{1}{k_0} - \frac{1}{k_e} \right) \frac{k_e I_k^2}{\varepsilon} \frac{k_e H_d^2 + \varepsilon L^2}{\varepsilon + k_e I_k^2} \right]}. \quad (11)$$

Для удобства последующего анализа вводятся безразмерные переменные и параметры:  $\bar{h}_0 = h_0/L$ ,  $\bar{H}_d = H_d/L$ ,  $\bar{x} = x/L$ ,  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon/k_0$ ,  $\bar{k}_e = k_e/k_0$ . Тогда уровень грунтовых вод (напор) на междренье ( $\bar{x} = 1$ ) станет

$$\bar{h}_0(1) = \sqrt{\bar{H}_d^2 + \bar{\varepsilon} \left[ \frac{1}{\bar{k}_e} + \left(1 - \frac{1}{\bar{k}_e}\right) \frac{\bar{k}_e I_k^2}{\bar{\varepsilon}} \frac{\bar{k}_e \bar{H}_d^2 + \bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon} + \bar{k}_e I_k^2} \right]}. \quad (12)$$

Эталоном для оценки значимости деформационного эффекта является известное решение этой же задачи в частном случае полностью недеформированного грунта ( $\bar{k}_e = 1$ ):

$$h^0(x) = \sqrt{H_d^2 - \frac{\varepsilon}{k_0} (x^2 - 2Lx)}, \quad (13)$$

так что

$$\bar{h}^0(1) = \sqrt{\bar{H}_d^2 + \bar{\varepsilon}}.$$

Таким образом, относительное снижение уровня на междренье в несвязном грунте, подвергшемся внешней суффозии, будет

$$G_L = 1 - \frac{\bar{h}_0(1)}{\bar{h}^0(1)}. \quad (14)$$

Если дрены уложены на водоупор, то  $\bar{H}_d = 0$  и выражение для  $\bar{h}_0(1)$  заметно упростится

$$\bar{h}_0(1) = \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}_e} \left[ 1 + (\bar{k}_e - 1) \frac{I_k^2}{\bar{\varepsilon} + \bar{k}_e I_k^2} \right]}, \quad (15)$$

а параметр  $G_L$  примет вид

$$G_L = 1 - \sqrt{\frac{1}{\bar{k}_e} \left[ 1 + \frac{I_k^2 (\bar{k}_e - 1)}{\bar{\varepsilon} + \bar{k}_e I_k^2} \right]}. \quad (16)$$

В первом предельном случае (весь грунт деформированный,  $I_k = 0$ )

$$G_L = 1 - \frac{1}{\sqrt{\bar{k}_e}}, \quad (17)$$

во втором случае (весь грунт недеформированный,  $I_k \rightarrow \infty$ )  $G_L \rightarrow 0$ .

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

В соответствии с принятой математической моделью, для исследований на конкретных примерах вклада внешней суффозии в осушительное действие систематического дренажа в условиях безнапорной фильтрации и инфильтрации необходимо задаваться значениями шести

параметров. Однако, без заметного ущерба для них можно сократить количество параметров, считая, что дренаж уложен на водоупор. Из этих соображений полагалось  $H_d = 0$ , и поэтому расчеты велись по формулам (16), (17). Интенсивность  $\bar{\varepsilon}$  назначается исходя из имеющихся метеоданных и выбранной технологической схемой орошения, градиент  $I_k$  – по опытным данным или, в крайнем случае, по известным эмпирическим формулам. Относительный предельный коэффициент  $\bar{k}_e$  предлагается вычислять по формуле из [7], так, что он, в свою очередь, зависит от трех нововведенных параметров  $\tilde{m}_0, \tilde{\tilde{m}}_0, \bar{D}$ . Последние являются комбинациями исходных параметров  $m_0, m_s, d, D$ , определяемых с помощью традиционных методик анализа механического состава грунтов.

Предметом множества расчетов стал наиболее показательный для оценок деформаций параметр  $G_L$  (14). Во всех сериях примеров рассчитывалась зависимость  $G_L$  от  $\bar{\varepsilon}$  при различных наборах фиксированных значений  $I_k, m_0, \bar{D}$ . Особое внимание к инфильтрационному параметру  $\varepsilon$  объясняется тем, что в рассматриваемой ситуации именно он, с одной стороны, контролирует приток к дренам, а значит и фильтрационный процесс в целом, с другой стороны, опосредовано через дренажный расход определяет степень деформирования грунта. Таким образом, инфильтрация оказывает фактически двойное влияние на фильтрационный режим и, в частности, на уровень грунтовых вод посередине между дренами. Целенаправленное же изменение физико-механических свойств несвязного грунта позволило параллельно выяснить, насколько чувствительным по отношению к ним является осушительный эффект при наличии деформаций и притока жидкости извне. Базовая информация в примерах включала такие значения модельных параметров:  $\tilde{m}_0 = 0,15$ ;  $\tilde{\tilde{m}}_0 = 0,1$  ( $m_0 \approx 0,06$ ;  $m_s = 0,6$ ),  $I_k = 0,1$ ;  $\bar{D} = 5$ .

В первую очередь, зависимость между  $G_L$  и  $\bar{\varepsilon}$  устанавливалась при разной способности грунта к деформациям ( $I_k = 0,05; 0,1; 0,15; 0,2$ ). Поскольку механические характеристики грунта, и значит параметры  $\tilde{m}_0, \tilde{\tilde{m}}_0, \bar{D}$ , оставались неизменными, то коэффициент  $\bar{k}_e$  имел единственное значение 1,693. Очевидно, что с уменьшением  $I_k$  и, как следствие, расширением области деформаций, эффект за счет внешней суффозии усиливается и становится максимальным при  $I_k = 0$ . Тогда, согласно (17), уровень в сечении с наиболее неблагоприятными фильтрационными условиями в частично деформированном грунте будет находиться на 23,2% ниже, чем в недеформированном. В действительности,

при реальных значениях  $I_k$ , как видно из рис.1, разница между такими уровнями заметно меньшая. Также следует отметить, что при слабой инфильтрации величина  $I_k$  не столь существенна, как при сильной.

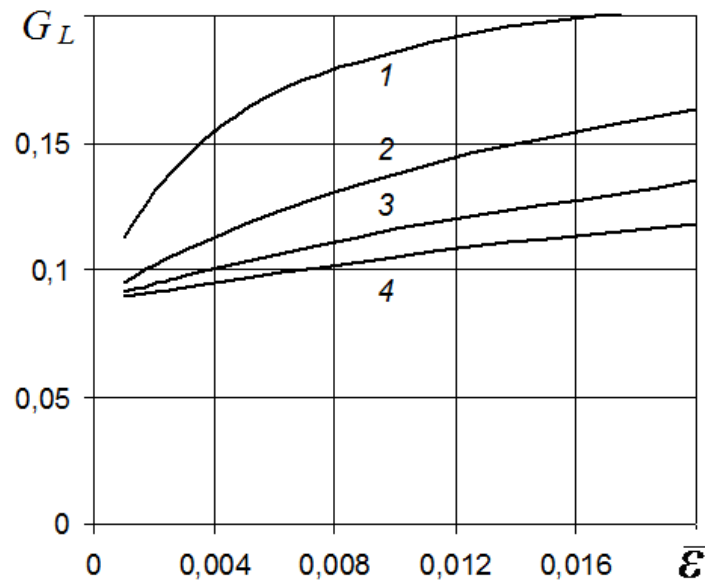


Рис.1. Графики зависимости  $G_L(\bar{\varepsilon})$ :

1 –  $I_k = 0,05$ ; 2 –  $I_k = 0,1$ ; 3 –  $I_k = 0,15$ ; 4 –  $I_k = 0,2$

Параллельное с  $\bar{\varepsilon}$  увеличение в примерах  $\bar{D}$  приводило к еще более серьезным последствиям (рис.2), что, прежде всего, связано с ощутимым ростом коэффициента  $\bar{k}_e$ . В частности, увеличение  $\bar{D}$  в принятом для него диапазоне (от 1 до 10) обусловило увеличение  $\bar{k}_e$  с 1,537 до 2,182. В итоге и параметр  $G_L$  в примерах изменялся в значительных пределах – от минимального 0,07 при  $\bar{\varepsilon} = 0,001$ ,  $\bar{D} = 1$  до 0,233 при  $\bar{\varepsilon} = 0,02$ ;  $\bar{D} = 10$ .

Наряду с  $\bar{D}$  также важным для трансформации суффозионного грунта и, в связи с этим, для изменения его фильтрационных свойств является содержание неструктурных частиц. Их большая исходная концентрация способствует весьма резкому возрастанию проницаемости грунта в результате внешней суффозии. Соответствующий четырем принятым значениям  $m_0$  коэффициент  $\bar{k}_e$  также вычислялся по [7], а поскольку содержащиеся в соответствующей формуле параметры  $\tilde{m}_0, \tilde{\tilde{m}}_0$  выражаются через  $m_0$ , то каждой из рассчитанных кривых на рис.3 отвечало строго определенное значение  $\bar{k}_e$ , например, при  $m_0 = 0,025$ ,  $\bar{k}_e = 1,218$ , при  $m_0 = 0,05$   $\bar{k}_e = 1,522$ . Пологий характер кривых в сочетании с существенно различающимся их положением свидетельствуют о том, что насыщенность грунта суффозионными частицами, соотношение между размерами их и

частиц скелета оказываются явно более значимыми факторами для фильтрационного режима, чем водообмен с сопредельными средами (в рассматриваемом случае – с атмосферой). Следует иметь ввиду, что, несмотря на слабую зависимость  $G_L$  от  $\bar{\varepsilon}$ , разница между уровнями на междуренье в грунте до начала и после окончания деформаций в абсолютном выражении по мере гипотетического усиления инфильтрации будет нарастать соответствующим образом.

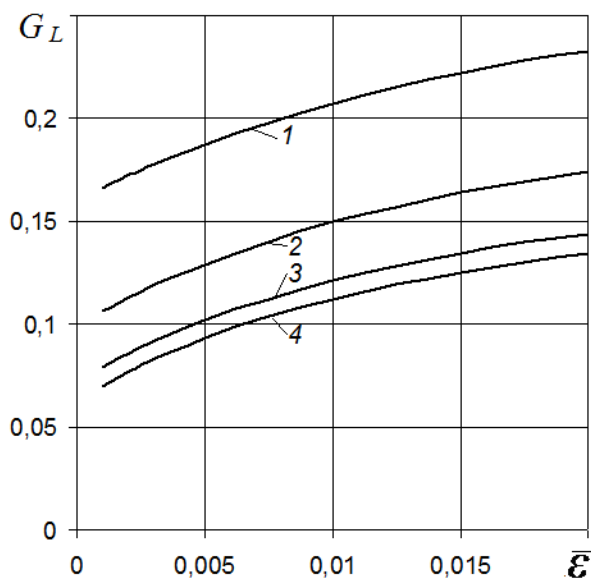


Рис.2. Графики зависимости  $G_L(\bar{\varepsilon})$ :  
**1 –  $\bar{D}=10$ ; 2 –  $\bar{D}=6$ ; 3 –  $\bar{D}=3$ ; 4 –  $\bar{D}=1$**

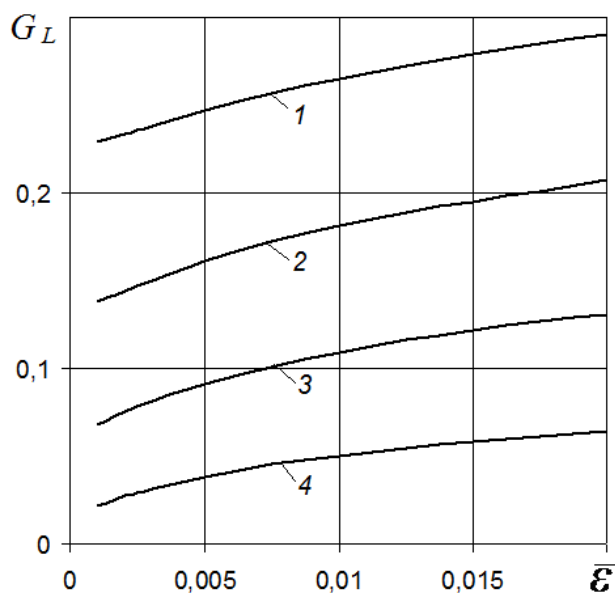


Рис.3. Графики зависимости  $G_L(\bar{\varepsilon})$ :  
**1 –  $m_0=0,1$ ; 2 –  $m_0=0,075$ ; 3 –  $m_0=0,05$ ; 4 –  $m_0=0,025$**

## ВЫВОДЫ

При фильтрационном течении со свободной поверхностью вследствие ее резкого искривления вблизи водоотводящих дрен в несвязных грунтах, обычно развивается внешняя суффозия. Хотя она охватывает лишь малую часть всей области движения, но происходит на участке с наибольшими гидравлическими потерями. Поэтому влияние фильтрационных деформаций распространяется вплоть до контура питания. Если дрена длительное время эксплуатируется в условиях инфильтрационного питания, то деформации в суффозионном грунте могут существенно отразиться как на положении уровня грунтовых вод, так и на других фильтрационных характеристиках. В частности, при интенсивном выносе из них неструктурного вещества под действием систематического горизонтального дренажа, реально имеет место дополнительное снижение уровня грунтовых вод на 5...15%.

## Список литературы

1. *Истомина В.С.* Фильтрационная устойчивость грунтов. – М.: Госстройиздат, 1957. – 295 с.
2. *Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917-1967).* – М.: Наука, 1969. – 545 с.
3. *Дмитриев А.Ф., Хлапук Н.Н., Дмитриев Д.А.* Деформационные процессы в несвязных грунтах в придренированной зоне и их влияние на работу осушительно-увлажнительных систем. – Ровно: Издательство РГТУ, 2002. – 145 с.
4. *Поляков В.Л.* Механическая суффозия в дренируемом грунте // Прикладна гідромеханіка. – 2002. – 4(76), №4. – С.60-73.
5. *Поляков В.Л.* О механической суффозии грунтов под действием цилиндрического стока переменной интенсивности // Прикладна гідромеханіка. – 2006. – 8(80), №4. – С.43-52.
6. *Сидор В.Б.* Инженерные расчеты внешней суффозии, вызванной действием малого сферического стока // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки.– К.: КНУБА, 2007. – Вип.8. – С.143-150.
7. *Поляков В.Л.* К расчету коэффициента фильтрации суффозионных грунтов // Доп. НАН України. – 2011. – № 10. – С.54-60.