

В.Л. ПОЛЯКОВ, доктор технических наук  
Институт гидромеханики НАН Украины

## КОЭФФИЦИЕНТ ФИЛЬТРАЦИИ НЕСВЯЗНЫХ ГРУНТОВ ПРИ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ

*Представлено ряд формул для розрахунку коефіцієнта фільтрації, які узагальнюють формулу Козені-Кармана на випадок суфозійних ґрунтів. При цьому окремо розглянуто і проілюстровано прикладами випадки граничних деформацій і насичення ґрунту не структурними частками, різнорідного механічного складу суфозійної речовини, враховано вплив динамічних факторів. Запропоновано новий спосіб апроксимації залежності коефіцієнта від градієнта напору для незв'язних несуфозійних ґрунтів.*

**Ключові слова:** коефіцієнт фільтрації, проникність, розрахунок, незв'язний ґрунт, механічна суфозія, переорієнтація, не структурні частки.

*Представлен ряд формул для расчета коэффициента фильтрации, обобщающих формулу Козени-Кармана на случай суффозионных грунтов. При этом отдельно рассмотрены и проиллюстрированы примерами случаи предельных деформаций и насыщения грунта неструктурными частицами, разнородного механического состава суффозионного вещества, учтено влияние динамических факторов. Предложен новый способ аппроксимации зависимости коэффициента от градиента напора для несвязных несуффозионных грунтов.*

**Ключевые слова:** коэффициент фильтрации, проницаемость, расчет, несвязный грунт, механическая суффозия, переориентация, неструктурные частицы.

*A number of formulae has been presented to calculate hydraulic conductivity, which generalizing the Cozeny-Carman formula at cohesionless soils. Cases of ultimate deformations and saturation by nonstructural substance, its two-fraction mechanical composition have been considered taking into account dynamical factors. A new approximation has been proposed for dependence between hydraulic conductivity and head gradient.*

**Key words:** hydraulic conductivity, permeability calculation, cohesionless soil, mechanical piping, re-orientation, nonstructural particles

Ключевую роль при формальном описании фильтрационного процесса в пористых средах, расчетах их водного режима, параметров дренажа играют

коэффициент фильтрации  $k$  и тесно связанная с ним проницаемость  $K$ . С физической точки зрения они характеризуют сопротивление, которое оказывает неподвижная твердая фаза движущейся жидкой, чем и объясняется их столь большое значение для теории фильтрации. Коэффициент  $k$ , вводимый в модели фильтрации как коэффициент пропорциональности в основополагающем законе Дарси, предполагает их линейность. Многообразие природных пористых сред делает невозможным создание универсальной формулы для  $k$ . Более того, потерпели неудачу многочисленные попытки разработать условно универсальные формулы, которые можно было бы применять для отдельных классов грунтов [1-3]. Так что единственный реальный путь более-менее аккуратного определения  $k$

заключается в использовании многочисленных экспериментальных методов. Исключение составила полуэмпирическая формула Козени-Кармана, которая позволяет с приемлемой для практики точностью рассчитывать  $k$  несвязных грунтов, искусственных зернистых сред (загрузки фильтров), что и предопределило ее успешное применение в водохозяйственном строительстве.

Моделирование водно-физических процессов в несвязных грунтах существенно осложняется при протекании в них фильтрационных деформаций – механических суффозии и кольматажа [4-6], переориентации частиц скелета [7-8]. При этом в силу подвижности частиц грунта меняется характер их взаимодействия с жидкостью, что ведет к соответствующим изменениям величин  $k$ ,  $K$ . Таким образом, эти базовые характеристики, которые в исходном однородном изотропном грунте были постоянными, в результате деформаций становятся переменными. Для инженерных целей, имея в виду быстротечность последних, вполне достаточно считать  $k$ ,  $K$  функциями от координат. И только при необходимости детального рассмотрения фильтрационного процесса на начальной стадии их приходится рассматривать уже и как функции от времени. В подобных ситуациях указанные функции являются, по существу, обобщениями вышеупомянутых коэффициентов применительно к деформируемым грунтам.

Принципиальным в задачах фильтрационных деформаций является то, что истинное изменение коэффициента  $k$  в пространстве и времени должно устанавливаться в ходе их решения. Теоретической основой для этого служат его зависимости от важнейших физико-механических характеристик. Так, в случае механической суффозии предлагается опираться на упоминавшуюся формулу Козени-Кармана, предварительно адаптировав ее к новым условиям. Именно разные модификации указанной формулы для часто встречающихся при дренировании суффозионных грунтов ситуаций, а также примеры практического применения преимущественно и составили содержание данной работы. При этом процедура вывода обобщенных формул и их обоснование, описанные в

статье [9], здесь опускается. При упорядочении же структуры грунта коэффициент  $k$  существенно зависит от градиента напора  $I$ , что исключает возможность использования линейных уравнений фильтрации даже в напорных условиях, при невысокой интенсивности фильтрационного процесса в отсутствии перемещения структурных частиц.

Итак, в первую очередь рассматривается суффозионный грунт, из которого в результате деформаций (внешняя или внутренняя суффозия) удалены все неструктурные (суффозионные) частицы. При этом коэффициент  $k$  возрастает от исходного значения  $k_0$  до предельного  $k_e$ . Грунт изначально сложен из структурных и неструктурных частиц, которые удаётся охарактеризовать эквивалентными диаметрами  $D$ ,  $d$  соответственно, с объемными концентрациями  $m_s$ ,  $m_0$ . Тогда для расчета относительного коэффициента  $\bar{k}_e = k_e/k_0$  предлагается следующая формула

$$\bar{k}_e = \frac{k_e}{k_0} = \frac{K_{se}}{K_0} = \frac{(n_0 + m_0)^3 (n_0 + m_s)}{n_0^3} \left[ 1 + \left( \frac{m_0}{m_s} \bar{D} \right)^2 \frac{n_0 + m_0}{n_0 + m_s} \right], \quad (1)$$

где  $n_0$  – пористость исходного грунта (равна  $1 - m_s - m_0$ ),  $\bar{D} = D/d$ . Вид формулы (1) заметно упрощается, если ввести параметры  $\tilde{m}_0 = m_0/(1 - m_s)$ ,  $\tilde{\tilde{m}}_0 = m_0/m_s$  и выразить через них исходные параметры  $n_0$ ,  $m_s$ ,  $m_0$ . Тогда

$$\bar{k}_e = \frac{\tilde{m}_0 + \tilde{\tilde{m}}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{\tilde{m}}_0 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2}{(\tilde{m}_0 + \tilde{\tilde{m}}_0)(1 - \tilde{m}_0)^3}. \quad (2)$$

При внутренней суффозии под действием дренажа, как правило, образуется слабопроницаемый прослой с предельным содержанием неструктурных частиц, включая исходные и дополнительно аккумулялированные. Если их объемная концентрация достигнет величины  $m_p$ , то проницаемость грунта (здесь  $K_p$ ) станет

$$K_p = \frac{n_p^3 D^2}{180 m_s^2 (n_p + m_s)} \left[ 1 + \left( \frac{m_p D}{m_s d} \right)^2 \frac{n_p + m_p}{n_p + m_s} \right]^{-1},$$

а относительный коэффициент фильтрации снизится до значения

$$\bar{k}_p = \frac{k_p}{k_0} = \frac{(\tilde{m}_p + \tilde{\tilde{m}}_p)(1 - \tilde{m}_p)^3 (\tilde{m}_0 + \tilde{\tilde{m}}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{\tilde{m}}_0 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2)}{(\tilde{m}_0 + \tilde{\tilde{m}}_0)(1 - \tilde{m}_0)^3 (\tilde{m}_p + \tilde{\tilde{m}}_p - \tilde{m}_p \tilde{\tilde{m}}_p + \tilde{m}_p^3 \bar{D}^2)}, \quad (3)$$

где  $n_p = 1 - m_s - m_p$ ,  $\tilde{m}_p = m_p/(1 - m_s)$ ,  $\tilde{\tilde{m}}_p = m_p/m_s$ .

Нередко, однако, суффозионные частицы существенно различаются своими размерами. Тогда целесообразно их условно разделить, как минимум, на две фракции и ввести для их характеристики разные значения эквивалентных диаметров  $d_1$ ,  $d_2$  и начальных концентраций  $m_{01}$ ,  $m_{02}$ . В таком случае для искомого коэффициента  $\bar{k}_e$  рекомендуется формула

$$\bar{k}_e = \frac{(1-m_s)^2(n_0+m_s)}{n_0^3} \left[ 1 + \left( \frac{m_{01}}{m_s} \bar{D}_1 \right)^2 \frac{n_0+m_{01}}{n_0+m_s} + \left( \frac{m_{02}}{m_s} \bar{D}_2 \right)^2 \frac{n_0+m_{02}}{n_0+m_s} \right], \quad (4)$$

где  $n_0 = 1 - m_s - m_{01} - m_{02}$ ,  $\bar{D}_j = D/d_j$ ,  $j = 1, 2$ .

Определение коэффициента фильтрации  $k$  значительно усложняется, если суффозионные частицы находятся в подвижном состоянии. Поскольку мобильное неструктурное вещество не ассоциировано с жидкостью и движется с меньшей скоростью, то взаимодействие между ними сохраняется, хотя и заметно ослабевает. В связи с этим теперь уже эффективный коэффициент фильтрации (проницаемость  $K_{eff}$ ) увеличивается, но не так сильно, как при предельной деформации грунта или ассоциации жидкости и взвеси. Соответствующие формулы для  $K_{eff}$ ,  $\bar{K}_{eff} = K_{eff}/k_0$  будут

$$K_{eff} = \frac{n^3 D^2}{180 m_s^2 (n + m_s)} \left[ 1 + \frac{1}{\bar{u}} \left( \frac{m}{m_s} \bar{D} \right)^2 \frac{n + m}{n + m_s} \right]^{-1}, \quad (5)$$

$$\bar{k}_{eff} = \frac{\bar{u} (1 - \tilde{m}_0 \bar{m})^3 (\tilde{m}_0 + \tilde{\tilde{m}}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{\tilde{m}}_0 + \tilde{\tilde{m}}_0^3 \bar{D}^2)}{(1 - \tilde{m}_0)^3 [u (\tilde{m}_0 + \tilde{\tilde{m}}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{\tilde{m}}_0 \bar{m}) + \tilde{\tilde{m}}_0^3 \bar{D}^2 \bar{m}^2]}. \quad (6)$$

В формуле (5) присутствуют две переменные величины – концентрация  $m$  и действительная средняя скорость жидкости в порах  $u$  ( $\bar{u} = u/u_k$ ,  $u_k$  – критическая скорость), которые должны находиться из решения деформационного блока общих математических задач механической суффозии и фильтрации. Некоторые из таких решений приведены в работах [10,11].

При фильтрационных деформациях второго типа в соответствии с имеющимися экспериментальными данными [6] коэффициент фильтрации несвязного несуффозионного грунта определяется величиной гидродинамической силы, которая пропорциональна градиенту напора  $I$ . Связь между  $k$  и  $I$  здесь имеет сложный и закономерно нелинейный характер. Чтобы упорядочение структуры грунта началось, градиент  $I$  должен превысить некоторое пороговое (критическое) значение  $I_k$ . Из физических соображений очевидно, что степень таких деформаций по мере интенсификации фильтрационного процесса постепенно растет, но только до тех пор, пока все несферические частицы не расположатся вдоль фильтрационного течения. Этому, по сути, предельному физико-механическому состоянию грунта отвечает максимальное значение  $k_u$ , которое в действительности должно достигаться при больших значениях  $I$ . Другими словами, имеет место асимптотическое стремление  $k$  к  $k_u$ . Ранее, однако, в цикле работ, посвященных теоретическим исследованиям последствий указанных деформаций для установившегося притока жидкости к дренам, например [12,13], эмпирическая зависимость  $k$  от  $I$  аппроксимировалась кусочно-линейной функцией, что потребовало введения

в соответствующие математические задачи предельных значений градиента  $I_u$  и коэффициента  $k_u$  и в связи с этим выделения в области деформаций специальной зоны – предельной деформации. В итоге, несмотря на линейность аппроксимирующей функции  $k(I)$  строгие решения имели сложный, громоздкий вид. Поэтому для последующих теоретических разработок предлагается альтернативный способ приближения опытных данных по  $k$ , который прежде всего позволяет это делать более физически обоснованно вплоть до очень больших значений  $I$ . Кроме того, благодаря использованию для таких целей одной элементарной функции, возможно заметное упрощение процедуры построения решений аналогичных задач. Все отмеченные выше особенности поведения зависимости удастся достоверно отразить, если принять  $k(I)$  в таком виде

$$k(I) = \frac{k_u I + a}{I + \Psi}, \quad (7)$$

где  $a = k_0 K - (k_u - k_0) I_k$ ;  $\Psi$  – эмпирическая константа.

Приведенные выше формулы для расчета коэффициента фильтрации суффозионного грунта иллюстрируются целым рядом примеров с исходными данными, отвечающими типичным и экстремальным условиям. Прежде всего полагалось, что неструктурные частицы имеют примерно один размер (диаметр  $d$ ) и все они в конце концов выносятся. Таким образом коэффициент фильтрации грунта вследствие механической суффозии увеличится в  $\bar{k}_e$  раз. Величина  $\bar{k}_e$  определялась по формуле (2) при непрерывном изменении концентрации  $m_0$  в значительных пределах (от 0 до 0.1), дискретно менявшемся соотношении между диаметрами  $D$  и  $d$ . Полученное таким образом семейство кривых  $\bar{k}_e(m_0)$  показано на рис.1. Из него очевидно, что фильтрационная способность несвязных грунтов существенно зависит и от содержания суффозионных частиц, и от их размеров, причем особенно сильно эти факторы сказываются при большом объеме особо мелких частиц в грунте до деформаций.

Ухудшение проницаемости грунта при накоплении в нем суффозионных частиц оценивалось по формуле (3) при заданных  $m_s$  (0.56),  $m_0$  (0.02),  $\bar{D}$  (3,5,7,10), так что  $\tilde{m}_0 = 0.05$ ,  $\tilde{\tilde{m}}_0 = 0.033$ . Допускалось увеличение их концентрации на порядок – максимальное значение  $m_p$  составило 0.2 и соответственно  $\tilde{m}_p = 0.5$ ,  $\tilde{\tilde{m}}_p = 0.033$ . Результаты расчетов коэффициента  $\bar{k}_p$  представлены на рис.2. и свидетельствуют о реальном снижении коэффициента фильтрации грунта при внутренней суффозии (в пределах образовавшегося слабопроницаемого прослоя) в 2 раза и более. Более обоснованное заключение о возможных последствиях аккумуляции неструктурных частиц для фильтрационных свойств и режима грунта возможно только после проведения специальных опытов.

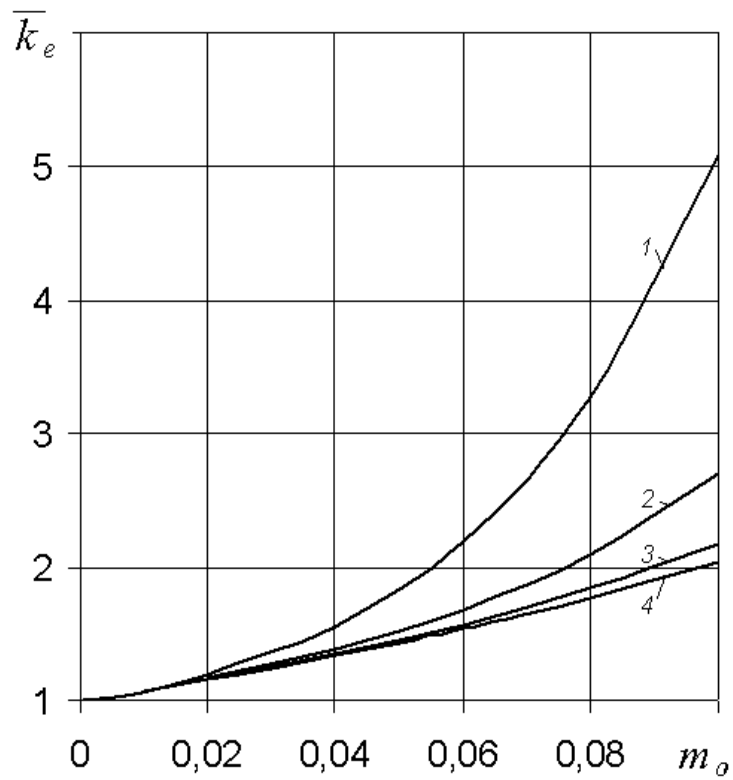


Рис.1. Графики зависимости  $\bar{k}_e(m_0)$ :

1 -  $\bar{D} = 10$ , 2 -  $\bar{D} = 5$ , 3 -  $\bar{D} = 3.333$ , 4 -  $\bar{D} = 2$

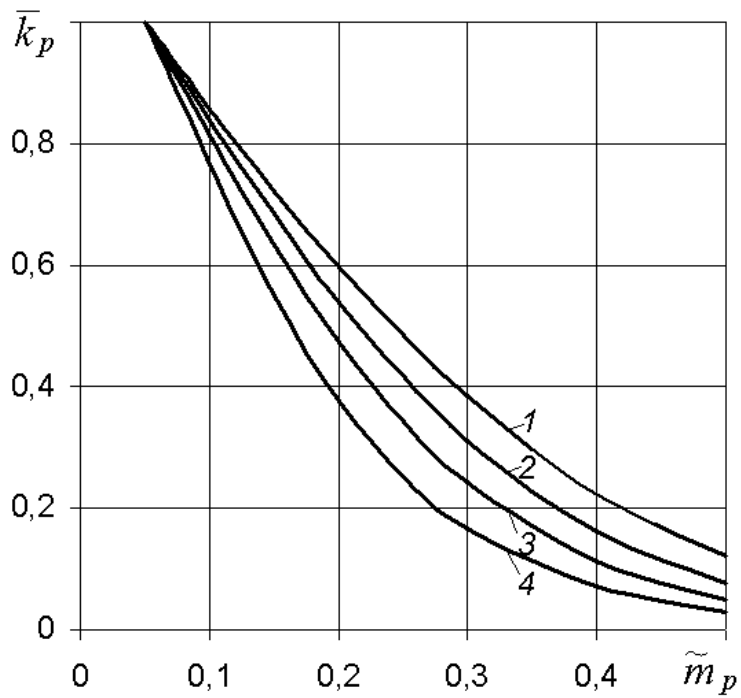


Рис. 2. Графики зависимости  $\bar{k}_p(\tilde{m}_p)$ :

1 -  $\bar{D} = 3$ , 2 -  $\bar{D} = 5$ , 3 -  $\bar{D} = 7$ , 4 -  $\bar{D} = 10$

Наконец анализировалось значение механического состава суффозионной компоненты грунта для его фильтрационной способности. В этой серии примеров коэффициент  $\bar{k}_e$  вычислялся по формуле (4) при фиксированных  $n_0$  (0.36),  $m_s$  (0.56), так что суммарное исходное содержание неструктурных частиц, несмотря на изменения соотношения между содержанием частиц обеих фракций, оставалось постоянным ( $m_0 = m_{01} + m_{02} = 0.08$ ). Вторую фракцию составляли более крупные из них ( $\bar{D}_2 = 3$ ), а первую – мелкие ( $\bar{D}_1 = 5, 7, 10$ ). Расчетные кривые  $\bar{k}_e(m_{01})$  даны на рис.3. Заметное отклонение значений  $\bar{k}_e$ , полученных при  $m_0 > m_{01} > 0$  и  $\bar{D}_1 > \bar{D}_2$ , от эталонного 1.827 (при  $m_{01} = 0$  или  $\bar{D}_1 = \bar{D}_2$ .) имеет место только, если  $\bar{D}_1$  существенно превосходит  $\bar{D}_2$ , а концентрация меньших из указанных частиц большая (свыше 0.04-0.06).

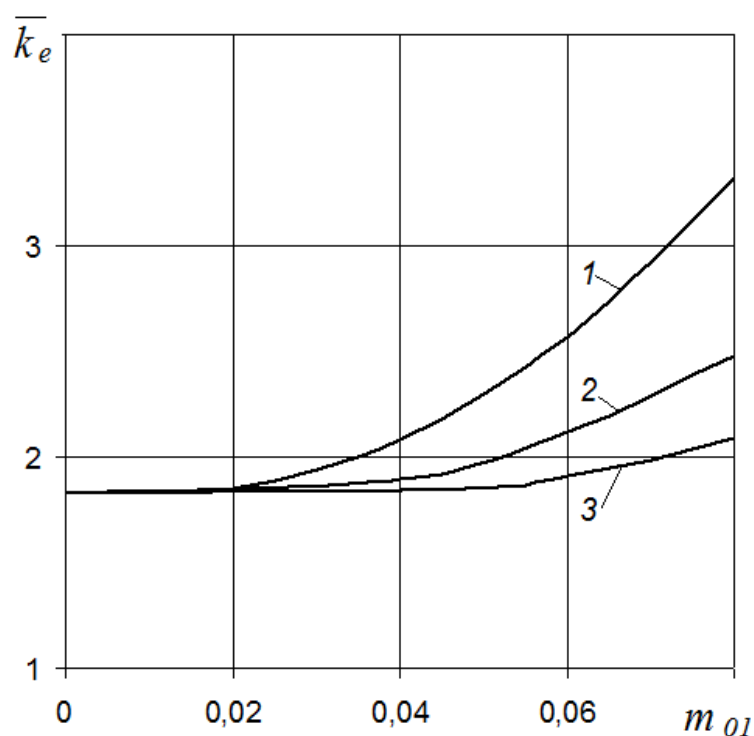


Рис.3. Графики зависимости  $\bar{k}_e(m_{01})$ :  
**1** –  $\bar{D}_1 = 10$ , **2** –  $\bar{D}_1 = 7$ , **3** –  $\bar{D}_1 = 5$

### ВЫВОДЫ

Фильтрационные деформации могут способствовать серьезному изменению водно-физических свойств несвязных грунтов и прежде всего их проницаемости. Надежной основой для расчетов коэффициента фильтрации суффозионных грунтов, их водного режима, параметров дренажа служат формулы, полученные исходя из формулы Козени-Кармана. Они позволяют аккуратно определять повышение коэффициента фильтрации грунта после

частичного или полного удаления неструктурных частиц (внешняя суффозия) и, наоборот, его снижение вследствие накопления указанных частиц (внутренняя суффозия). Проницаемость грунта существенно зависит от размеров его структурных и неструктурных частиц. При значительной разнородности механического состава суффозионной компоненты ее целесообразно разделить на несколько фракций, а для расчетов коэффициента фильтрации таких грунтов после окончания деформаций предлагается специальная формула. Выполненные на многочисленных примерах оценки коэффициента фильтрации деформированных суффозионных грунтов указывают на реальность его значительных изменений и, как следствие, необходимость их учета в расчетах характеристик фильтрационного режима и дренажа, наконец, на оправданность в большинстве случаев упрощенной характеристики вышеупомянутой компоненты.

### Список литературы

1. *Милихикер А.Г.* Определение водопроницаемости рыхлых несвязных осадочных пород по данным гранулометрического состава. Докл. III Межд. Симп. «Фильтрация воды в пористых средах. – К.: Наук. Думка. – 1978. – С. 69-74.
2. *Полубаринова-Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод. – М.: Наука, 1977. – 664 с.
3. *Yukovic M., Soro A.* Determination of hydraulic conductivity of porous media from grain-size composition. – Littleton, Colorado: Water Resources Publication, 1992. – 69 p.
4. *Истомина В.С.* Фильтрационная устойчивость грунтов. – М.: Госстройиздат, 1957. – 295 с.
5. *Кондратьев В.Н.* Фильтрация и механическая суффозия в несвязных грунтах. – Симферополь: Крымиздат, 1958. – 76 с.
6. *Дмитриев А.Ф., Хлапук Н.Н., Дмитриев Д.А.* Деформационные процессы в несвязных грунтах в придренированной зоне и их влияние на работу осушительно-увлажнительных систем. – Ровно: Издательство РГТУ, 2002. – 145 с.
7. *Дмитриев Д.А.* К вопросу эффективности и надежности работы осушительно-увлажнительных дренажных систем // Гидравлика и гидротехника. – 1999. – Вып.60. – С.81-86.
8. *Шейдеггер А. Э.* Физика течения жидкостей через пористые среды. – М.: Гостоптехиздат, 1960. – 250 с.
9. *Поляков В.Л.* К расчету коэффициента фильтрации суффозионных грунтов // Доп. НАН України. – 2011. – № 10. – С.54-60.
10. *Поляков В.Л.* Механическая суффозия в дренируемом грунте // Прикладна гідромеханіка. – 2002. – 4(76), №4. – С.60-73.



11. *Поляков В.Л., Сидор В.Б.* Математичне моделювання зовнішньої суфозії в несв'язних грунтах, обумовленої дією стоку (дрени) // Труди XI Всеукраїнської наукової конференції „Сучасні проблеми математики та інформатики” / Видавництво ЛНУ ім. І.Франко. – Львів. – 2004. – С.122.

12. *Желизко В. В.* Установившаяся плоская напорная фильтрация в несвязных несупфозионных грунтах с локально упорядоченной структурой // Науковий вісник будівництва. – Харків: ХДТУБА. – 2009. – Вип.54. – С.305-315.

13. *Поляков В.Л.* Фильтрационные деформации несвязных несупфозионных грунтов при установившейся одномерной безнапорной фильтрации // Доп.НАН України. – 2009. – № 4. – С.51-57.