

С.В. ТЕЛИМА, кандидат технічних наук  
Є.О. ОЛІЙНИК, науковий співробітник  
Інститут гідромеханіки НАН України

## РОЗРАХУНКИ ВОДОЗАБІРНИХ СВЕРДЛОВИН В БАГАТОШАРОВІЙ ВОДОНОСНІЙ ТОВЩІ

*Розроблено методу розрахунків водозабірних свердловин в багат шаровій водоносній товщі в обмеженій в плані області фільтрації. Отримано чисельно-аналітичні розв'язки даної задачі для граничних умов першого та другого роду та проаналізовано їх вплив на характер зниження напорів підземних вод при водовідборі з основного водоносного горизонту. Запропоновано кількісні оцінки похибок схематизації природних умов з метою спрощення розрахунків шляхом застосування фільтраційних схем для необмеженого в плані водоносного горизонту.*

**Ключові слова:** водозабірна свердловина, багат шарова водоносна товща, чисельно-аналітичний розв'язок, фільтраційні параметри, схематизація природних умов

*Разработана методика расчетов водозаборных скважин в многослойной водоносной толще в ограниченной в плане области фильтрации. Получены численно-аналитические решения данной задачи для граничных условий первого и второго рода и проанализировано их влияние на характер понижения напоров подземных вод при водоотборе из основного водоносного горизонта. Предложены количественные оценки погрешностей схематизации природных условий с целью упрощения расчетов путем использования фильтрационных схем для неограниченного в плане водоносного горизонта*

**Ключевые слова:** водозаборная скважина, многослойная водоносная толща, численно-аналитическое решение, фильтрационные параметры, схематизация природных условий

*The calculation methodic of the water intake wells in multilayer waterbearing bed in bounded in plane flow domain is developed. The numerical-analitic solutions of the given problem for the boundary conditions of the first and second type are reseived and theirs influence on the character of the lowering of the ground water heads at the water intake from the main waterbearing bed is analysed. The quantitative values of the errors of the schematization of the natural conditions with the aim to simplification of the calculations by the using of the flow schemes for unbounded in the plane waterbearing bed are proposed*

**Key words:** water intake well, multilayer waterbearing bed, numerical-analytic solution, flow parameters, natural conditions schematization

Як відомо, однією з серйозних проблем на Україні є дефіцит водних ресурсів і, зокрема, підземних вод. Проте, існуючий стан експлуатації водозабірних свердловин свідчить про те, що методи розрахунку їх продуктивності розроблені для досить спрощених розрахункових схем і потребують удосконалення на основі сучасних уявлень про фільтраційні потоки в багатшарових водоносних товщах.

Розробці методів розрахунку водозабірних та дренажних свердловин присвячені численні роботи, як вітчизняних, так і зарубіжних вчених. Фундаментальними можна вважати наукові праці Олійника О.Я. [4,9], Шестакова В.М. [10], Бочевера Ф.М. [4], Huntush С.М. [11]. Аналітичним розрахункам свердловин із врахуванням вологопереносу в зоні аерації присвячена монографія Казаряна С.М. [2]. Методи розрахунків водозабірних та дренажних свердловин приведені в колективних роботах [3,5]. В роботах [7,8] запропонована методика визначення фільтраційних параметрів в багатшаровій водоносній товщі по даним дослідних робіт в свердловинах, а також аналіз роботи вертикального дренажу на масивах зрошення півдня України.

В даній роботі запропоновано методику розв'язку задачі водопритоку до досконалої свердловини в круговій в плані області фільтрації з граничними умовами першого та другого роду на її границях в трьохшаровій товщі з перетіканням (рис.1). В результаті отримано чисельно-аналітичні розв'язки даної задачі для вказаних граничних умов в широкому діапазоні значень основних геофільтраційних параметрів водовміщуючої товщі.

Розглянемо радіальну фільтрацію до досконалої свердловини в області, обмеженій в плані, в трьохшаровій водоносній товщі з роздільним, слабопроникним прошарком, через який існує взаємозв'язок між верхнім безнапірним, та нижнім напірним горизонтами. Свердловина радіусу  $r_w$  пробурена на нижній водоносній горизонт і працює з постійним дебітом  $Q$  (рис.1).

Тоді радіальна фільтрація в такій області описується наступним рівнянням [1,2,4]:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{S}{B^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial S}{\partial t}, \quad r \geq r_w; \quad (1)$$

$$S(r,0) = 0, \quad r \geq r_w; \quad (2)$$

$$2\pi r_w K b \frac{\partial S(r_w, t)}{\partial r} = -Q, \quad t > 0; \quad (3)$$

$$S(R, t) = 0. \quad (4)$$

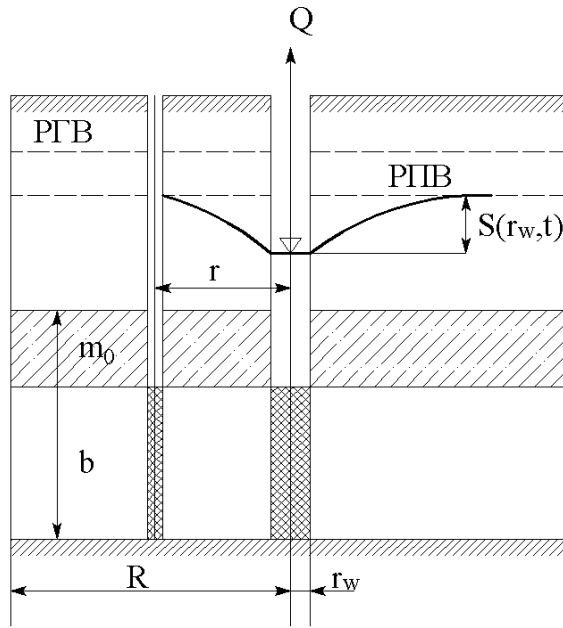


Рис.1. Розрахункова схема фільтрації в трьохшаровій товщі, обмеженій в плані

Якщо на границі області фільтрації в плані задаються умови другого роду (відсутність потоку), то

$$\frac{\partial S(R,t)}{\partial r} = 0, \quad (5)$$

де  $S(r,t)$  – пониження підземних вод на відстані  $r$  від осі центральної свердловини на час  $t$  з початку водовідбору,  $B^2 = Kbm_0/k_0$  – коефіцієнт перетікання через слабопроникний, роздільний прошарок з коефіцієнтом фільтрації  $k_0$  потужністю  $m_0$ ,  $K$  – коефіцієнт фільтрації,  $b$  – його потужність,  $a = T/\mu$  коефіцієнт п'єзопровідності,  $\mu$  – коефіцієнт водовіддачі,  $T = Kb$  – коефіцієнт водопровідності нижнього основного напорного горизонту,  $R$  – відстань в плані до границь області фільтрації. Припускається, що рівень ґрунтових вод (РГВ) залишається постійним при водовідборі з нижнього горизонту.

Для розв'язку даної системи рівнянь застосуємо перетворення Лапласа по відношенню до часу і тоді маємо звичайне диференціальне рівняння:

$$\frac{d^2 \bar{S}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{S}}{dr} - q^2 \bar{S} = 0, \quad r \geq r_w, \quad (6)$$

де

$$q = \left( \frac{p}{r} + \frac{1}{B^2} \right)^{1/2},$$

а

$$\bar{S}(r, p) = \int_0^{\infty} \exp(-pt) S(r, t) dt.$$

Для границі другого роду при відсутності потоку

$$\bar{S}(R, p) = 0, \quad (7)$$

а

$$2\pi r_w T \frac{\partial \bar{S}(r_w, -p)}{\partial r} - \pi r_w^2 p \bar{S}(r_w, p) = -\frac{Q}{p}. \quad (8)$$

Загальна форма розв'язку має наступний вигляд:

$$\bar{S} = c_1 I_0(qr) + c_2 K_0(qr), \quad (9)$$

де  $I_0$  і  $K_0$ , відповідно, функції Бесселя першого і другого типу, а значення  $c_1$  і  $c_2$  даного рівняння визначаються шляхом використання рівнянь (7) і (8) та наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} d[I_0(qr)]/dr &= qI_1(qr), \\ d[K_0(qr)]/dr &= -qK_1(qr). \end{aligned}$$

Звідси вираз відносно  $\bar{S}(r, p)$  буде наступний:

$$\frac{p\bar{S}}{(Q/4\pi T)} = \frac{K_0(\rho\theta) - \Phi I_0(\rho\theta)}{\frac{\theta}{2}[K_1(\theta) + \Phi I_1(\theta)] + \frac{D^2}{4\mu}[K_0(\theta) - \Phi I_0(\theta)]}, \quad (10)$$

де

$$\Phi = \frac{K_0(\sigma\theta)}{I_0(\sigma\theta)}; \quad \theta = \left[ \frac{pr_w^2}{a} + \sigma^2 \right]^{1/2}; \quad D = r_w \left( \frac{p}{a} \right)^{1/2}; \quad \sigma = \frac{r_w}{B}; \quad \rho = \frac{r}{r_w}; \quad \delta = \frac{R}{r_w}.$$

Розв'язок відносно пониження  $S(r, t)$  отримуємо шляхом оберненого перетворення Лапласа до (10). Для спрощення оберненого перетворення використовуємо наступне співвідношення:

$$f(t) \approx [pf(p)]_{p=0,5/t}. \quad (11)$$

Це перетворення досить часто використовується при розрахунках водозабірних свердловин, але для малих значень часу. Застосувавши співвідношення (11) до (10), отримуємо рівняння для визначення величини пониження для схеми з перетіканням і граничними умовами другого роду:

$$\frac{S}{(Q/4\pi T)} = \frac{K_0(\rho\theta) - \Phi I_0(\rho\theta)}{\frac{\theta}{2}[K_1(\theta) + \Phi I_1(\theta)] + \frac{\omega^2}{4\mu}[K_0(\theta) - \Phi I_0(\theta)]}, \quad (12)$$

$$\text{де } \Phi = \frac{K_0(\sigma\theta)}{I_0(\sigma\theta)}; \quad \theta = \left[ \frac{0,5}{\tau} + \sigma^2 \right]^{1/2}; \quad \omega = \left( \frac{0,5}{\tau} \right)^{1/2}; \quad \tau = \frac{at}{r_w^2}.$$

У випадку граничних умов першого роду маємо, що:

$$\frac{\partial \bar{S}(R, p)}{\partial r} = 0 \quad (13)$$

i

$$\frac{p\bar{S}}{(Q/4\pi T)} = \frac{K_0(\rho\theta) + \psi I_0(\rho\theta)}{\frac{\theta}{2}[K_1(\theta) - \psi I_1(\theta)] + \frac{D^2}{4\mu}[K_0(\theta) + \psi I_0(\theta)]}. \quad (14)$$

Після оберненого перетворення і використання (11), отримуємо рівняння відносно  $S$  для граничних умов першого роду:

$$\frac{S}{(Q/4\pi\dot{O})} = \frac{K_0(\rho\theta) + \psi I_0(\rho\theta)}{\frac{\theta}{2}[K_1(\theta) - \psi I_1(\theta)] + \frac{\omega^2}{4\mu}[K_0(\theta) + \psi I_0(\theta)]}, \quad (15)$$

де  $\psi = \frac{K_1(\sigma\theta)}{I_1(\sigma\theta)}$ .

При необмеженій в плані області фільтрації, коли  $R \rightarrow \infty$ ,  $\sigma \rightarrow \infty$ ,  $\Phi$  і  $\psi$  прямують до нуля, а  $K_0(\infty) = K_1(\infty) = 0$  і  $I_0(\infty) = I_1(\infty) = \infty$ , величина пониження визначається згідно наступної формули:

$$\frac{S}{(Q/4\pi T)} = \frac{4\mu K_0(\rho\theta)}{2\mu\theta K_1(\theta) + \omega^2 K_0(\theta)}. \quad (16)$$

Для широкого діапазону значень  $\delta$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$  і  $\tau$  були проведені обчислення величини пониження в основному водоносному горизонті,  $S(r, t)$ , для граничних умов першого та другого роду. На рис.2 приведено графіки безрозмірних понижень для випадку відсутності перетікання зверху ( $\sigma = 0$ ).

Як видно з рисунку, для граничних умов другого роду криві досягають визначеної точки і потім настає стаціонарний режим фільтрації. У випадку граничних умов першого роду величина зниження швидко збільшується у часі.

На рис.3-5 приведені графіки понижень для різних величин перетікання через роздільний прошарок. В залежності від перетікання пониження досягають стаціонарного положення на різний час, на що впливають також і фільтраційні властивості основного горизонту та відстань до границь області фільтрації.

Сумарний вплив перетікання та границь області фільтрації для умов стаціонарної фільтрації показано на графіках рис.6. Чим менше величина перетікання, тим більше час досягнення стаціонарного положення напорів підземних вод.

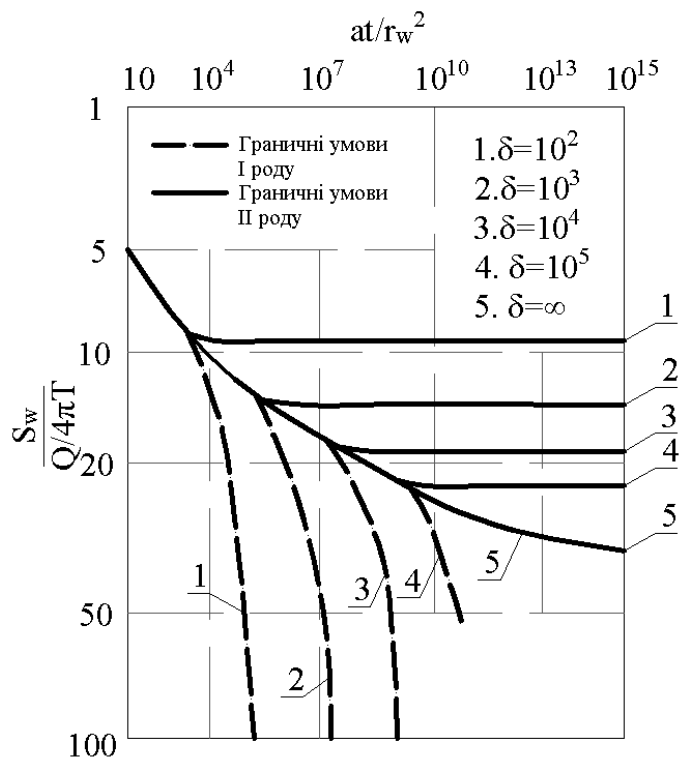


Рис.2. Графіки безрозмірних понижень в основному горизонті  $\sigma = 0$ .

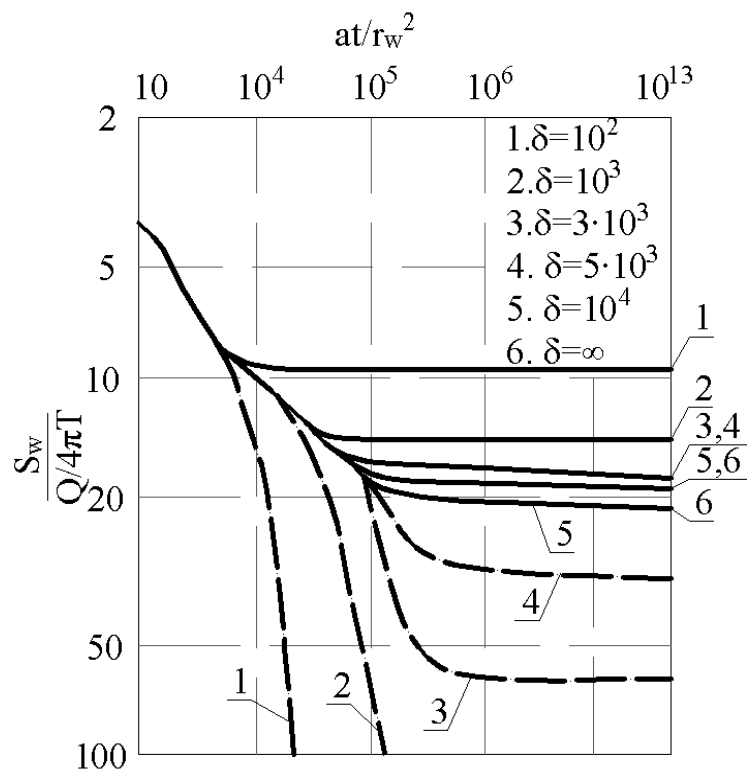


Рис.3. Графіки зниження в основному водоносному горизонті при  $\sigma = 0$ .

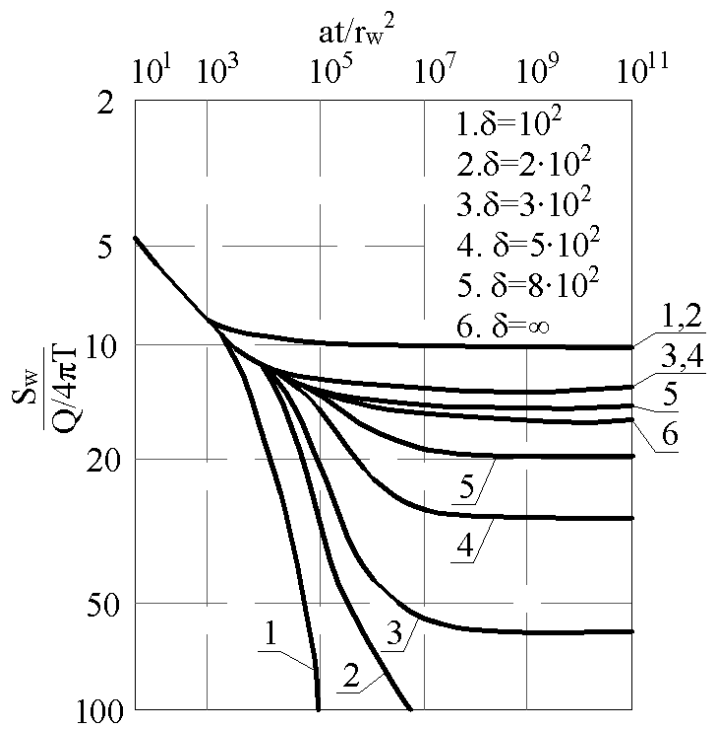


Рис.4. Графіки зниження в основному водоносному горизонті при  $\sigma = 10^{-3}$

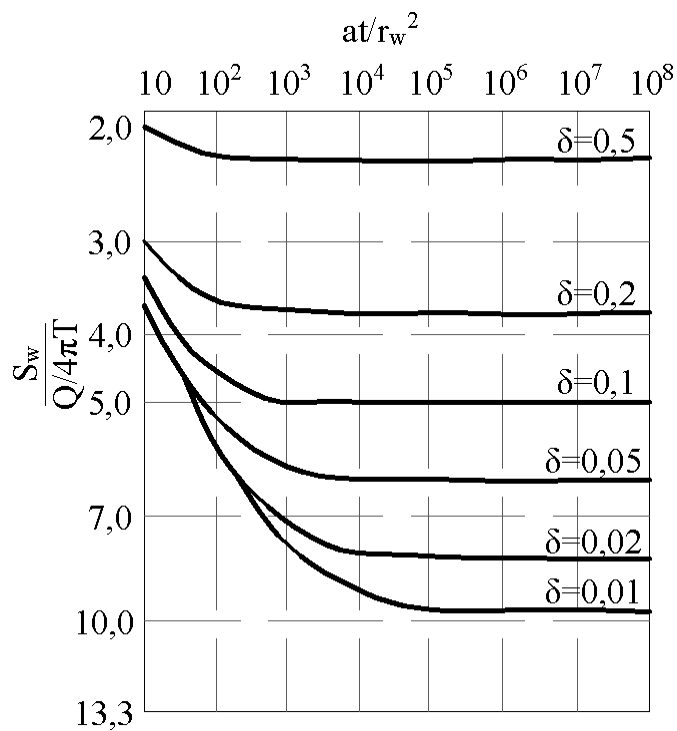


Рис.5. Безрозмірні графіки понижень в основному горизонті при  $\sigma \geq 10^{-2}$

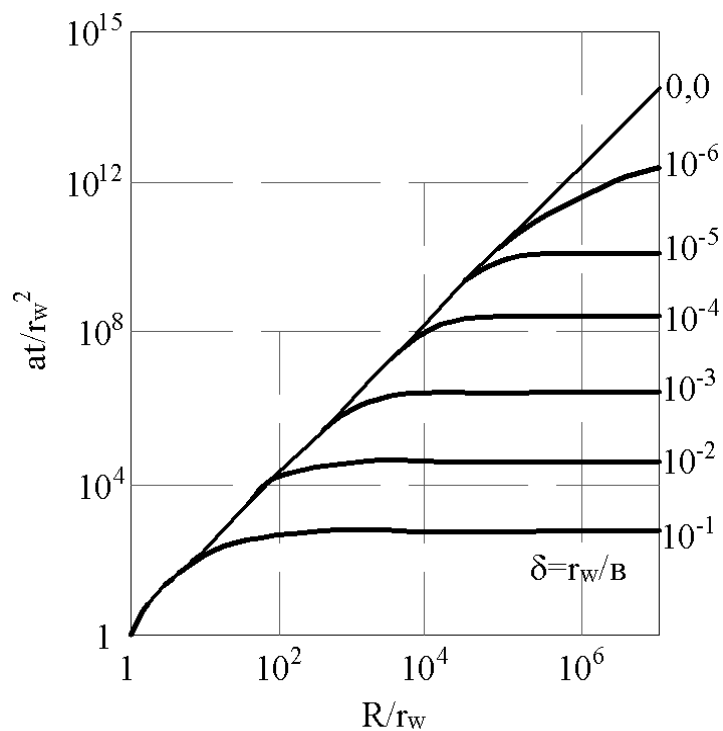


Рис.6. Графіки тривалості відкачки до досягнення стаціонарного положення рівнів підземних вод

Для широкого діапазону значень параметрів, що характеризують водоносну товщу, побудовані універсальні графіки знижень РПВ у часі та для різних відстаней до границь області фільтрації. Вказані графіки можна використовувати для визначення геофільтраційних параметрів основного горизонту та роздільного шару по методу еталонних кривих шляхом побудови відповідних графіків понижень РПВ по даним в спостережних свердловинах, як це показано в роботі [3]. Границі області фільтрації починають впливати на величину понижень при великих значеннях часу відкачки. При відсутності перетікання величина пониження для стаціонарного режиму фільтрації формується в залежності від відстані до границі області фільтрації із заданим живленням. Час досягнення стаціонарного режиму фільтрації можна визначати по графікам, приведеним на рис.6.

Проведені дослідження свідчать про те, що на характер понижень великий вплив мають границі водоносного горизонту в плані. Тому одним із підходів при схематизації природних умов є спрощення природної обстановки до найбільш простої схеми необмеженого пласта з відповідним обґрунтуванням. При цьому похибка схематизації за рахунок неврахування планових границь не повинна перевищувати 5...10% [5,6].

Для оцінки похибок схематизації при переході від обмежених в плані водоносних горизонтів до необмежених розглянемо формули для розрахунків понижень по цим схемам :



$$\xi = \frac{(S_0 - S_1)}{S_1}, \quad (17)$$

де  $S_0$  – пониження напору в свердловині, яка працює в обмеженому водоносному горизонті, а  $S_1$  – пониження напору в свердловині в необмеженому пласті,  $\xi$  – величина похибки.

Значення  $S_0$  і  $S_1$  задаються в залежності від вибраної для аналізу схеми, у даному випадку для схеми пласта-круга. Так, величина понижень для схем необмеженого і обмеженого в плані водоносного горизонту визначається відповідно, як:

$$S_1 = \left( \frac{Q}{4\pi T} \right) \frac{\ln(2,25at)}{r_w^2}, \quad (18)$$

$$S_0 = \left( \frac{Q}{4\pi T} \right) \left( \frac{4at}{R^2} + \frac{2\ln R}{r_w} - 1,5 \right). \quad (19)$$

Тоді похибка схематизації згідно (17) для пласта-круга буде мати наступний вигляд :

$$\xi = \frac{(4F - 2,31 - \ln F)}{(\ln f + 0,81)}, \quad (20)$$

де  $F$  і  $f$  – відповідно великий і малий параметри Фур'є.

З метою ефективного використання співвідношення (20) побудовано графіки похибок в білогарифмічних координатах ( $\ln f$  від  $\ln F$ ) для вибраних значень параметрів  $\xi = 0,05; 0,1$  і  $0,2$  (рис.7).

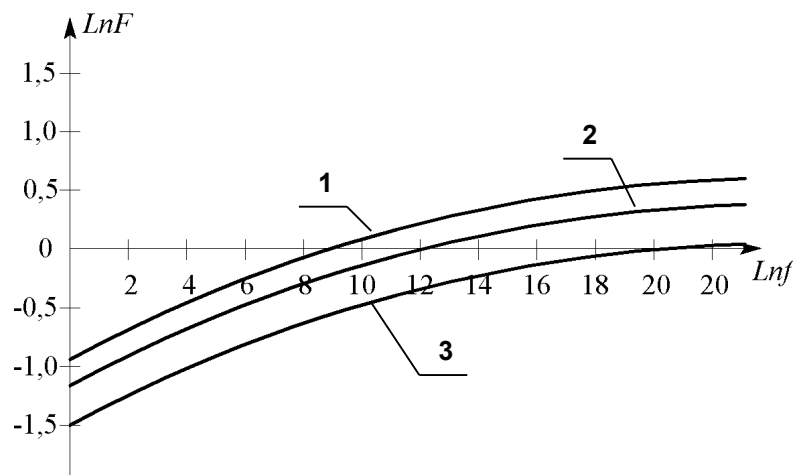


Рис.7. Графіки для оцінки похибок схематизації для обмеженої в плані кругової області фільтрації.

1-3 – значення  $\xi$ : 1 – 0,2; 2 – 0,1; 3 – 0,05

Розглянемо приклади використання графіків на рис.7.

Приклад 1: проведено відкачку із свердловини протягом 100 діб в обмеженій в плані області фільтрації при відсутності перетікання. Визначити

похибку схематизації при розрахунках величини пониження по схемі необмеженого в плані водоносного горизонту при наступних вхідних даних:  $R = 450$  м,  $T = 500$  м<sup>2</sup>/добу,  $\mu = 0,2$ ;  $r_w = 0,2$  м. Визначаємо  $a = 2500$  м<sup>2</sup>/добу,  $f = 6,25 \cdot 10^6$ ,  $\ln f = 15,65$ ;  $F = 1,23$ ;  $\ln F = 0,21$ . Із приведеного графіка отримуємо наближено величину  $\xi = 0,12$ .

Приклад 2: Визначити мінімальну відстань до границі водоносного горизонту в плані, при якій похибка схематизації не перевищить 10%. Вхідні дані аналогічні як в прикладі 1. По графіку  $\xi = 0,1$  при  $\ln f = 15,65$ , знаходимо наближено  $\ln F = 0,1$ ;  $F = 1,1$  і  $R = 477$  м.

Запропоновані оцінки схематизації дозволяють визначати величину похибок при розрахунках водозабірних свердловин при заміні реальних обмежених водоносних горизонтів по схемі необмежених в плані, що, по суті, є розв'язком прямої задачі і, навпаки, при заданих похибках схематизації визначати мінімальну відстань до границі горизонту (обернена задача).

Слід відмітити, що при врахуванні перетікання в процесі водовідбору із основного горизонту оцінки схематизації значно ускладнюються, оскільки величина перетікання суттєво змінює формування та розповсюдження воронки депресії. Крім того, на формування пониження суттєво впливають граничні умови на границях області. Тому в основу оцінки похибок схематизації для розглянутих вище схем необхідно брати отримані залежності виду (12), (15) та (16), а попередні оцінки схематизації на основі схеми необмеженого в плані водоносного горизонту дозволяють наближено вирішувати задачі проектування та прогнозування водопритоку до свердловин нових та існуючих водозаборів підземних вод.

### Список літератури

1. *Дренажные системы в зоне орошения.* – К.: Урожай, 1987. – 192 с.
2. *Казарян С.М.* Водный обмен на фоне вертикального дренажа. – Ереван: «Айастан», 1988. – 268 с.
3. *Методические рекомендации по расчетам защиты территорий от подтопления.* – К.: Минводхоз УССР, 1987. – 392 с.
4. *Олейник А.Я.* Фильтрационные расчеты вертикального дренажа. – К.: Наукова думка, 1978. – 202 с.
5. *Прогнозы подтопления и расчет дренажных систем на застраиваемых и застроенных территориях.* – М.: Стройиздат, 1991. – 272 с.
6. *Проектирование водозаборов подземных вод.* – М.: Стройиздат, 1976. – 292 с.
7. *Телыма С.В.* Инженерная методика определения фильтрационных параметров в многослойных грунтах. / Асимптотические методы в динамике систем. – Иркутск, 1986. – С.217–230.

8. *Телима С.В.* До обґрунтування водо- і масообміну на зрошувальних землях півдня України. // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – К.: КНУБА, 2010. – Вип.14. – С. 176–182.

9. *Тугай А.М., Олійник О.Я., Тугай Я.А.* Продуктивність водозабірних свердловин в умовах кольматажу. – Харків: ХНАМГ, 2004. – 240 с.

10. *Шестаков В.М.* Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа. – М.: МГУ, 1965. – 233 с.

11. *Hantush M.C.* Hydraulics of wells // *Advances in Hydroscience*. Academic Press, New York. – Vol.1. – P. 281–432.