

ЩОДО ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ ПО ДАНИМ ДОСЛІДНИХ РОБІТ

Розглянуто питання точності визначення основних фільтраційних параметрів за даними по відновленню рівнів підземних вод після відкачки для схеми однорідного напірного пласта, необмеженого в плані. Показано, що без врахування часу тривалості відкачки точність визначення коефіцієнта водопровідності з незначною похибкою залежить від вибору часу початку відстеження за підйомом рівнів підземних вод після відкачки та відношення до часу тривалості відкачки. Запропоновано чисельний метод визначення параметрів для даної схеми.

Ключові слова: фільтраційні параметри; відкачка; відновлення рівнів; точність; імітаційне моделювання.

Рассмотрены вопросы точности определения основных фильтрационных параметров по данным о восстановлении уровней подземных вод после откачки для схемы однородного напорного пласта, неограниченного в плане. Показано, что без учета времени продолжительности откачки точность определения коэффициента водопроводимости с небольшой погрешностью зависит от выбора времени начала отслеживания за подъемом уровней подземных вод и отношения ко времени продолжительности откачки. Предложен численный метод определения параметров для данной схемы.

Ключевые слова: фильтрационные параметры; откачка; восстановление уровней; точность; имитационное моделирование.

The questions of the accuracy of the determination of the main flow parameters on the date of the recovery of the levels of the ground waters after pumping test for scheme of the homogeneous head layer of the infinite areal are considered. It is shown that without taking into account of the pumping test duration the accuracy of the determination of the transmissivity coefficient with a slight error depends of the choice of the initial time of the tracing of the recovery levels after pumping test and the relation to duration time of the pumping test. The numerical method of the parameter determination for given scheme is proposed too.

Key words: flow parameters; pumping test; recovery of the levels; accuracy; imitation modeling.

Як відомо, визначення фільтраційних параметрів водоносних горизонтів відноситься до класу так званих обернених задач фільтрації. Існує багато методів визначення цих параметрів, аналіз і узагальнення яких приведено, наприклад, в роботах [3,5].

До основних параметрів відносять коефіцієнт водопровідності, $k \cdot m$, де k і m , відповідно, коефіцієнт фільтрації і потужність водоносного горизонту; коефіцієнт водовіддачі, μ , та коефіцієнт п'єзопровідності, $a = k \cdot m / \mu$.

В сучасній практиці фільтраційних досліджень для визначення вказаних вище параметрів широко використовуються методи, що базуються на проведенні відкачок із свердловин при неусталеному режимі фільтрації. Маючи дані про рівні та дебіти на різні моменти відкачки, з рівнянь, що описують неусталений приток підземних вод до свердловини, можна визначати значення $k \cdot m$, μ і a [2,3].

Визначення параметрів можливе також і за даними по відновленню рівнів в свердловинах після відкачки. Цей метод характеризується більшою точністю їх визначення у порівнянні з методами оцінки параметрів по даним відкачок [2,3].

Слід відзначити, що при обробці даних дослідних робіт (відкачок) необхідно враховувати існуючі гідрогеологічні умови (літологію водоносної товщі, особливості живлення та розвантаження потоку в області фільтрації і на її границях), режим підземних вод, технологію проведення бурових робіт та способи проведення вимірів. Врахування вказаних факторів дозволяє більш достовірно вибрати розрахункову схему і провести відповідну інтерпретацію результатів відкачок [4].

Основні формули для визначення фільтраційних параметрів отримані на основі використання методу суперпозиції, згідно якого в будь-який момент часу t після припинення відкачки величина пониження рівня, S , в необмеженому в плані водоносному горизонті визначається із наступного рівняння [2,3,6]:

$$S = -\frac{Q}{4\pi km} \left[E_i \left(-\frac{r^2}{4a(T+t)} - E_i \left(-\frac{r_2}{4at} \right) \right) \right], \quad (1)$$

де Q – постійний дебіт відкачки, м³/добу; $k \cdot m$ – коефіцієнт водопровідності, м³/добу; T – тривалість відкачки, доба; a – коефіцієнт п'єзопровідності, м³/добу; r – координата точки, де визначається величина пониження S , м;

$E_i \left(-\frac{r^2}{4a(T+t)} \right)$ – гідравлічний опір, обумовлений відкачкою із дійсної

свердловини; $E_i \left(-\frac{r^2}{4at} \right)$ – гідравлічний опір, обумовлений роботою уявної

нагнітаючої свердловини, яка розташована в тій же точці горизонту, що і дійсна, і має той же постійний дебіт.

З того моменту часу, коли стає справедливим наближення експоненціальної функції до логарифмічної, рівняння (1) можна записати як [2,3]:

$$S = \frac{Q}{4\pi km} \ln \frac{T+t}{t}. \quad (2)$$

Дане рівняння рекомендується для визначення km на основі побудови прямої в координатах $S \div \lg \frac{T+t}{t}$, або для зручності розрахунків в координатах $S \div \lg \frac{t}{T+t}$.

Теоретично величина водопровідності, знайдена таким чином, повинна бути рівною водопровідності, знайденої по даним пониження рівня при відкачці. Крім того, спостереження за відновленням рівнів можуть дати більш якісні результати, ніж дані відкачки, оскільки процес відновлення не залежить від технічних причин [2].

Проте, на практиці досить часто визначення параметрів по даним відновлення рівнів після відкачки ведеться без врахування часу T , використовуючи відому методику обробки даних відкачок. При цьому параметри km і a визначають із відомого рівняння [2]:

$$S = \frac{Q}{4\pi km} \ln \frac{2,25at}{r^2}, \quad (3)$$

де, час t відраховується від моменту зупинки відкачки. Таким чином, припускається деяка похибка в значеннях параметрів.

Для визначення точності водопровідності, отриманої при інтерпретації даних про відновлення рівнів після відкачки на основі рівняння (3), розглянемо результати порівняння з даними інтерпретації відкачки на основі рівняння (2), яке приймаємо за основне.

Для цього запишемо рівняння (2) та (3), відповідно, у наступній формі:

$$S = C_1 \lg \frac{T+t}{t}; \quad (4)$$

$$S = C_2 \lg \frac{2,25a}{r^2} + C_2 \lg t. \quad (5)$$

Тут C_1 і C_2 – кутові коефіцієнти прямолінійних графіків

$$S \div \lg \frac{T+t}{t}; \quad S \div \lg t;$$

$$C_1 = \frac{0,183Q}{(km)_1}, \quad (6)$$

$$C_2 = \frac{0,183Q}{(km)_2}. \quad (7)$$

Як видно, точність визначення $(km)_2$ відносно $(km)_1$ дорівнює:

$$\frac{(km)_2}{(km)_1} = \frac{C_1}{C_2}. \quad (8)$$

Із графіка $S \div \lg t$ випливає, що

$$C_2 = \frac{S_2 - S_1}{\lg t_2 - \lg t_1}, \quad (9)$$

а із графіка $S \div \lg \frac{T+t}{t}$

$$C_1 = \frac{S_2 - S_1}{\lg \frac{T+t_2}{t_2} - \lg \frac{T+t_1}{t_1}} \quad (10)$$

В рівняннях (9) і (10) значення S_1 і S_2 означають, відповідно, підвищення рівнів, які відраховуються від рівнів, заміряних перед зупинкою відкачки в момент часу t_1 і t_2 з початку відновлення рівнів води.

Підставляючи значення C_2 з (9) і C_1 з (10) в (8), знаходимо, що відносна точність визначення $(km)_2$ в процентах буде:

$$\frac{(km)_2}{(km)_1} = \left| \frac{\lg \frac{t_2}{t_1}}{\lg \frac{(T+t_2)t_1}{(T+t_1)t_2}} \right| \cdot 100\% \quad (11)$$

З метою більшої зручності аналізу (11) перепишемо це рівняння у наступному вигляді:

$$\frac{(km)_2}{(km)_1} = \left| \frac{\lg \Delta}{\lg \frac{\alpha+1}{\beta+1}} \right| \cdot 100\% \quad (12)$$

де $\alpha = \frac{T}{t_2}$; $\beta = \frac{T}{t_1}$; $\Delta = \frac{t_2}{t_1}$.

Результати розрахунків точності по формулі (12) приведені на графіку (рис.1):

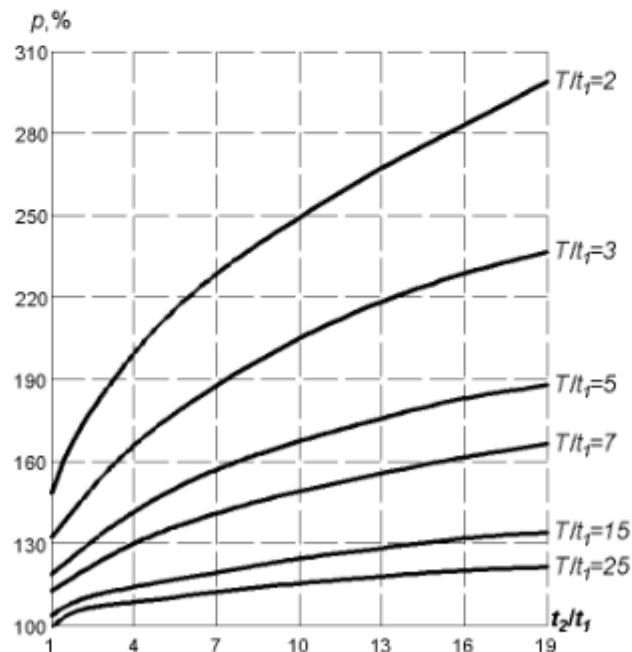


Рис.1.

З формули (12) випливає, що значення $(km)_2$, які визначаються без врахування тривалості відкачки, містять у собі систематичну похибку. Так як у всіх випадках, коли $\Delta > 1$, а $\frac{\alpha + 1}{\beta + 1} < 1$ похибка буде в сторону завищення.

Як видно з рисунку, точність розрахунків водопровідності пласта по даним відновлення рівнів води без врахування тривалості відкачки залежить від вибору моментів часу t_1 і t_2 , при яких виконується обробка даних. При цьому похибка зменшується при зменшенні t_1 і t_2 і при збільшенні відношень T/t_1 і t_2/t_1 . Звідси випливає, що гранична максимальна точність знаходження km залежить від вибору для розрахунків значень t_1 , так як показує аналіз формули (12) вона може бути визначена на основі наступного рівняння:

$$\rho = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \left| \frac{\lg \Delta}{\lg \frac{\alpha + 1}{\beta + 1}} \right| \cdot 100\% = \left(1 + \frac{t_1}{T} \right) \cdot 100\%, \quad (13)$$

де $\rho = \frac{(km)_2}{(km)_1}$.

Таким чином, з похибкою до 10% значення водопровідності можна знайти лише при умові, що $t_2 \leq 0,1T$. При цьому час T до зупинки відкачки відповідає стаціонарному режиму фільтрації. Крім умови, що $t_1 \leq 0,1 \cdot T$, для отримання значень коефіцієнту водо провідності з достатньою точністю необхідно правильно вибрати для обробки даних час t_2 . Якщо $t_1 \leq (0,1 \dots 0,04)T$, то час t_2 повинен відрізнятись від t_1 відповідно в 1,1...4,5 раз.

Якщо ж $t_1 > 0,1 \cdot T$, то точність у розрахунках зменшується. Крім того, як видно з рисунку, при наближенні часу виміру рівня при його відновленні до часу тривалості відкачки, похибка у визначенні $(km)_2$ при зростанні відношення t_2/t_1 збільшується більш інтенсивно. Так, якщо при $T/t_1 = 5$ в діапазоні $t_2/t_1 = 1,1 \dots 20$ коливання похибки складає лише 0,9...22%, то при $T/t_1 = 15$ і $t_2/t_1 = 1,1 \dots 20$, коливання похибки буде 5...35%, при T/t_1 від 7 до 14 приблизно 68,3%, при T/t_1 від 5 до 20,3 приблизно 90,1%, а при T/t_1 від 2 до 57,5 приблизно 307%.

Якщо при обробці даних допускається отримання значення $(km)_2$ з похибкою, більшою за 10%, то у кожному конкретному випадку для вибору відповідних значень t_1 і t_2 при відомому T можна використати графіки на рис.1, або розв'язати підбором рівняння (12).

Уточнення значень t_1 і t_2 дозволяє більш вірогідно використати імітаційне моделювання по відтворенню процесу відновлення рівнів після відкачки з метою розрахунку фільтраційних параметрів.

Перепишемо рівняння (1) у наступному вигляді:

$$S = xE. (y/t_i), \quad (13)$$

$$\text{де } x = \frac{Q}{4\pi km}, \quad y = \frac{r^2}{4a}, \quad E. = \left[E_i \left(-\frac{r^2}{4a(T+t)} - E_i \left(-\frac{r^2}{4at} \right) \right) \right].$$

Для знаходження невідомих параметрів x і y необхідно мінімізувати функцію виду:

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n \left[xF \left(\frac{y}{t_i} \right) - S_i \right]^2, \quad (14)$$

де n – число спостережень за відновленням рівнів після відкачки; S_i – значення рівня в спостереженій свердловині на час t_i із врахуванням часу тривалості відкачки T . Мінімум (14) досягається, якщо x і y будуть розв'язком наступної системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial x} = 0; \end{cases} \quad (15)$$

тобто, системи:

$$\begin{aligned} F_1(x, y) &= \sum_{i=1}^n S_i E. \left(\frac{y}{t_i} \right) - x \sum_{i=1}^n E.^2 \left(\frac{y}{t_i} \right) = 0; \\ F_2(x, y) &= \sum_{i=1}^n S_i e^{-y/t_i} - x \sum_{i=1}^n E. \left(\frac{y}{t_i} \right) e^{-y/t_i}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для розв'язку системи (16) використовується метод Ньютона [1]: для цього виражаємо x і y як $x = x_0 + \Delta x$, $y = y_0 + \Delta y$, замінюючи функції в лівій частині системи (16) їх виразами через ряд Тейлора в околі точки (x_0, y_0) , в яких відкидаються всі члени, які містять Δx і Δy в ступені вище першої. При цьому отримуємо систему рівнянь, лінійних відносно Δx і Δy :

$$\begin{aligned} \Delta x \frac{\partial F_1}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} + \Delta y \frac{\partial F_1}{\partial y} \Big|_{\substack{y=y_0 \\ x=x_0}} &= -F_1(x_0, y_0); \\ \Delta x \frac{\partial F_2}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} + \Delta y \frac{\partial F_2}{\partial y} \Big|_{\substack{y=y_0 \\ x=x_0}} &= -F_2(x_0, y_0), \end{aligned} \quad (17)$$

де

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial x} &= -\sum_{i=1}^n S_i^2 \left(\frac{y}{t_i} \right), & \frac{\partial F_2}{\partial x} &= -\sum_{i=1}^n E. \left(\frac{y}{t_i} \right) e^{-y/t_i}, \\ \frac{\partial F_1}{\partial y} &= \frac{1}{y} \left[2x \sum_{i=1}^n S_i \left(\frac{y}{t_i} \right) e^{-y/t_i} - \sum_{i=1}^n S_i e^{-y/t_i} \right] - \frac{x}{y} \sum_{i=1}^n E. \left(\frac{y}{t_i} \right) e^{-y/t_i}, \\ \frac{\partial F_2}{\partial y} &= x \sum_{i=1}^n E. \left(\frac{y}{t_i} \right) e^{-y/t_i} + \frac{x}{y} \sum_{i=1}^n e^{-2y/t_i} - \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{t_i} e^{-y/t_i}. \end{aligned}$$

Розв'язуючи систему (17) відносно Δx і Δy , отримуємо уточнені значення для x і y згідно наступних рівнянь:

$$x_1 = x_0 + \Delta x_1, \quad y_1 = y_0 + \Delta y_1. \quad (18)$$

Дані наближення уточнюються шляхом перебору і сходяться до розв'язку x і y [1].

Виконуючи обробку дослідних даних по всім спостереженим свердловинам для різних значень $r(r_1, r_2, \dots, r_m)$ можна отримати у загальному випадку m пар різних значень x і y і відповідно km і a . У припущенні однорідності водоносного горизонту і наявності декількох спостережених свердловин для прогнозних розрахунків вибираються середні по усім свердловинам значення фільтраційних параметрів.

Запропонована методика використовувалась при ідентифікації фільтраційних параметрів по даним дослідних робіт на гідромеліоративних об'єктах Запорізької і Херсонської областей та на ділянках водозаборів Львівської групи при оцінці ресурсів підземних вод Волино-Подільського артезіанського басейну.

Список літератури

1. Бахвалов Н.С. Численные методы.– М. Наука, 1973. – 631 с.
2. Боровский Б.В., Самсонов Б.Г., Язвин Л.С. Методика определения параметров водоносных горизонтов по данным откачек.– М., Недра, 1973. – 304 с.
3. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Теория и методы интерпретации опытно-фильтрационных работ.– М., Недра, 1978. – 325 с.
4. Тельма С.В. Инженерная методика определения фильтрационных параметров в многослойных грунтах. // Асимптотические методы в динамике систем. – Иркутск, 1985. – С.217-230.
5. Yeh W.W-G. Review of Parameter Identification in groundwater Hydrology. – The inverse problem. Water Resour. Res. – Vol.22, no.2, 1986. – P.95-108.
6. Hantush M.S. Hydraulics of wells // Advances in Hydroscience, 1964, v.1. – P.201-291.