

Ю.Д. КОПАНИЦЯ, кандидат технічних наук
Київський національний університет будівництва і архітектури

ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ МЕТОДУ ТРЬОХ КОМАНД K123

Приведено інтегральні рівняння універсального методу трьох команд K123 розрахунку гідростатичного тиску.

Ключові слова: сила тиску; епюра; центр ваги; метод K123; інтеграл.

Приведены интегральные уравнения универсального метода трёх команд K123 для расчёта гидростатического давления.

Ключевые слова: сила давления; епюра; центр тяж ести; метод K123; интеграл.

The integral equations of the universal method for calculating K123 of the hydrostatic pressure diagram.

Key words: pressure force; pressure diagram; center of pressure; metod K123; integral.

Універсальний авторський метод трьох команд K123 для розрахунку сили гідростатичного тиску на плоску і криволінійну поверхні довільної форми представлено в попередніх публікаціях автора [1,2,3]. В основу метода трьох команд K123 покладено аксіому, що властивості геометричної фігури (епюри гідростатичного тиску) подібні (ізоморфні) властивостям досліджуємого явища – гідростатичному тиску рідини на поверхню [3].

В загальному випадку для криволінійної поверхні, яку утворено напрямною і твірною другого порядку, ми маємо 4-х вимірну (далі то тексту 4D) епюру гідростатичного тиску і відповідні три ортогональні 3D проєкції епюри [2,3]. Квадрат об'єму епюри гідростатичного тиску на довільну поверхню (квадрат модуля вектора сили тиску) дорівнює сумі квадратів об'ємів всіх ортогональних проєкцій епюри (сума квадратів модулів проєкцій вектора сили). Напрями проєкцій епюри гідростатичного тиску співпадають із існуючими ортогональними проєкціями вектора сили гідростатичного тиску.

Геометричний зміст поставленої задачі – визначення об'ємів 3D проєкцій загальної 4D епюри гідростатичного тиску в обраних ортогональних напрямках. Для метода трьох команд K123 доцільно отримати аналітичне визначення взаємозв'язку 3D об'ємів ортогональних проєкцій епюри через загальне рівняння поверхні. В публікації представлено аналітичне рішення поставленої задачі для довільної криволінійної поверхні, яка утворена напрямною або твірною за рівнянням другого порядку.

В загальному випадку нескінченно малий елемент довільної поверхні із криволінійними напрямною та твірною площею $d\omega$ у Декартові системі координат має три ортогональні проекції з відповідними площами: $dx dy$, $dx dz$, $dy dz$ (рис.1,а). В локальній системі координат $x'y'z'$ розглянутий елемент поверхні має відповідні кути нахилу: кут $\angle\beta$ відносно $y'O'z'$ та кут $\angle\alpha$ відносно $y'O'x'$ (рис.1,б). Локальну систему координат $x'y'z'$ отримано плоско-паралельним переміщенням початку координат відносно основної системи координат xyz .

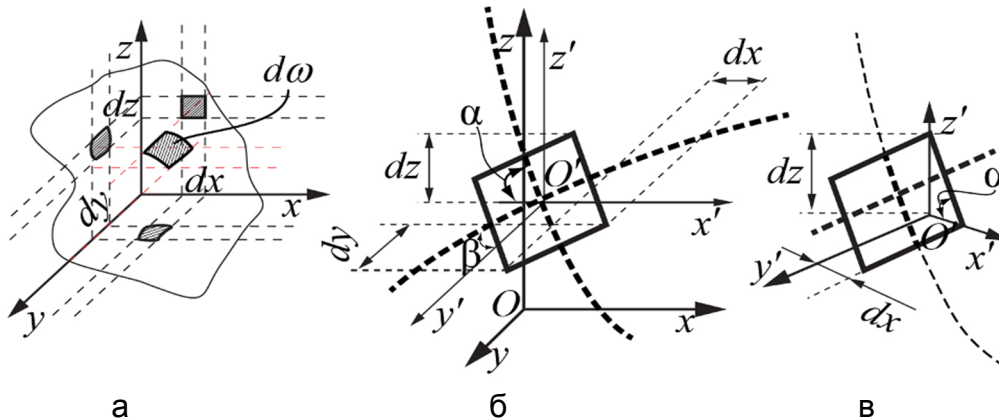


Рис.1. Ортогональні проекції елемента площини криволінійної поверхні в ортогональній системі координат:

а – Декартова система координат xyz ; б – локальна система координат $x'y'z'$; в – елемент криволінійної поверхні із прямолінійною твірною в локальній системі координат $x'y'z'$

Елемент криволінійної поверхні із прямолінійною твірною, яка паралельна осі $y'O'$ і криволінійною напрямною в площині $z'O'x'$, має тільки один кут нахилу $\angle\alpha$ відносно горизонтальної площини $y'O'x'$ (рис.1,в).

Варіант розрахунку сили гідростатичного тиску на криволінійну поверхню із прямолінійною твірною (рис.1,в) методом K123 представлено в роботі автора [2]. В цьому, більш простому варіанті ми маємо один кут нахилу $\angle\alpha$, а другий кут (кут $\angle\beta$ між твірною і другою віссю) постійний для всіх елементів поверхні, або дорівнює нулю (твірна паралельна осі). В публікаціях автора [1,2,3] наведено алгоритм чисельної реалізації універсального метода трьох команд K123 для розрахунку ортогональних проекцій визначеної сили гідростатичного тиску на окремий горизонтальний прошарок поверхні з подальшим визначенням сумарної сили тиску на всю поверхню.

В загальному випадку (рис.1,б) ми маємо змінні кути нахилу елементів поверхні до обох осей [2]. Тепер ми маємо справу із горизонтальними прошарками поверхні, які мають висоту dz і криволінійну твірну. Для отримання інтегральної характеристики сили тиску на весь прошарок dz , ми

вимушені його розбивати на нескінченно малі елементи поверхні шириною dy (рис.1,а). Кожний елемент поверхні має однакові нескінченно малі розміри dy і dz та свої унікальні відповідні кути $\angle\alpha$, $\angle\beta$.

В авторському методі трьох команд K123, який розроблено для чисельного або аналітичного розрахунку на комп'ютері, використовується єдина форма запису рівняння [1,2]. Воно представлено в інтегральній формі. В універсальні рівняння трьох команд включено функціональні залежності всіх параметрів, за якими визначається гідростатичний тиск в точці. Аналітично задано і функція [2], яка описує форму самої поверхні, а межі інтегрування визначають границі розглянутої поверхні.

Особливість авторського метода трьох команд K123 полягає в тому, що ізоморфні властивості рідини відбиваються у відповідних властивостях геометричного образу – формі та положенні в 3D просторі 3D епюри гідростатичного тиску на плоску поверхню і ортогональних 3D проекціях 4D епюри для криволінійної поверхні [2,3]. Обмеженість вимірності нашого простору вимушує нас скористатись штучним прийомом [3]. Ми зменшуємо вимірність досліджуваного об'єкта шляхом мета-розрахунків на 3D проекціях епюри, і далі «збираємо» нашу силу гідростатичного тиску з окремо розрахованих проекцій, використовуючи велику теорему, авторство якої історично приписують Піфагору [4].

Окремо слід зазначити, що особливість авторського метода трьох команд K123 полягає в єдинообразному підході до визначення форми, розмірності і розрахунків у всіх трьох ортогональних напрямках. Такий підхід дозволяє розраховувати характеристики геометричного образу (3D проекції епюри) одного ортогонального напрямку, а далі переходити безпосередньо до всіх відповідних характеристик решти ортогональних проекції епюри через аналітичне рівняння поверхні.

Використовуючи особливість ізоморфні властивості всіх проекцій епюри, яка покладена в основу метода K123, практично і доцільно проводити розрахунок горизонтальної складової епюри гідростатичного тиску на вертикальну проекцію поверхні. Для ортогональної проекції епюри визначаються три геометричні характеристики – об'єм, положення і координати проекції центра ваги епюри на поверхні. У такий спосіб визначаються відповідні три характеристики вектора сили гідростатичного тиску на вертикальну проекцію поверхні – величина вектора за модулем, кут і координати точки прикладання.

Визначальним у виборі проекції є аналітичне рівняння поверхні і особливості аналітичного визначення меж інтегрування. Іншими словами, особливості аналітичного запису рівняння поверхні і визначення меж визначають розрахунок якої проекції записати простіше. Інтегрування в будь-якому випадку відбувається по вертикальній осі і для горизонтальних прошарків поверхні, це задано фізичними властивостями тиску рідини (тиск

рідини – потенційна функція). Для горизонтального нескінченно малого прошарку тиск – є величиною постійною, а напрямок сили тиску визначає ракурс кожної точки нескінченно малого елемента поверхні.

За методом трьох команд K123 вертикальна проекція поверхні розбивається на горизонтальні прошарки висотою dz з елементами шириною dy (на рис. 1.б та рис. 1.в зображено варіанти положення окремого нескінченно малого елемента довільного горизонтального прошарку). Рівняння 3D поверхні та аналітичний вираз об'єму горизонтальної проекції епюри на елементарні площини елементів горизонтальних прошарків дозволяють за єдиними рівняннями метода K123 перераховувати об'єми решти ортогональних проекцій загальної епюри гідростатичного тиску.

Іншими словами, вирішується зворотній алгоритм реалізації метода трьох команд K123 в порівнянні з тим, яке було представлено для варіантів задач з чисельною реалізацією метода в попередніх публікаціях автора [1,2,3]. Шляхом розрахунку однієї (наприклад горизонтальної) проекції сили тиску, через рівняння поверхні визначаються всі ортогональні проекції сили гідростатичного тиску на елементарні площини поверхні за єдиними, універсальними за формою запису, рівняннями метода K123. Всі унікальні особливості форми і положення в просторі криволінійної або плоскої поверхні, зміна рівня вільної поверхні рідини, і таке інше не впливають на *форму запису єдиних універсальних інтегральних рівнянь* метода трьох команд K123.

Розрахункова схема універсального метода трьох команд K123 базується на класичних методах вищої математики, які було розроблено в XVIII ст. Ньютоном, Лейбницем і удосконалено Ейлером та ін. в основі яких практичні розрахункові прийоми обчислення нескінченно-малих. В якості нескінченно-малої величини ми будемо використовувати величину, яка має певні фізичні розміри [4,5].

Визначення площі ортогональних проекції та координати центра ваги нескінченно малого за висотою i -го горизонтального прошарку шириною y_i представлено на рисунку 2. Проекції прошарку зміщено в центр ваги C'' саме для наочності відображення на малюнку. Інтегральна форма запису рівнянь метода K123 для нескінченно малого за висотою i -го горизонтального прошарку, коли остання прямує до нуля, дозволяє припустити, що тиск на ортогональні проекції прикладене в центрі ваги. Розрахункове положення ортогональних проекції i -го прошарку з сумісним центром ваги C'' представлено на рис.2, i, j .

Для криволінійної поверхні, яку утворено прямою напрямною і криволінійною твірною, епюра гідростатичного тиску має дві проекції. Приклад проекцій епюри на довільний нескінченно малий горизонтальний прошарок поверхні довжиною y_i представлено на рисунку 3,а,б. Довжина i -го прошарку визначається із загального рівняння поверхні або початкових

умов. Для визначеного типу поверхні положення проєкцій епюри гідростатичного тиску на i -й прошарок показано на рисунках 3,а,в й рисунках 4; 5.

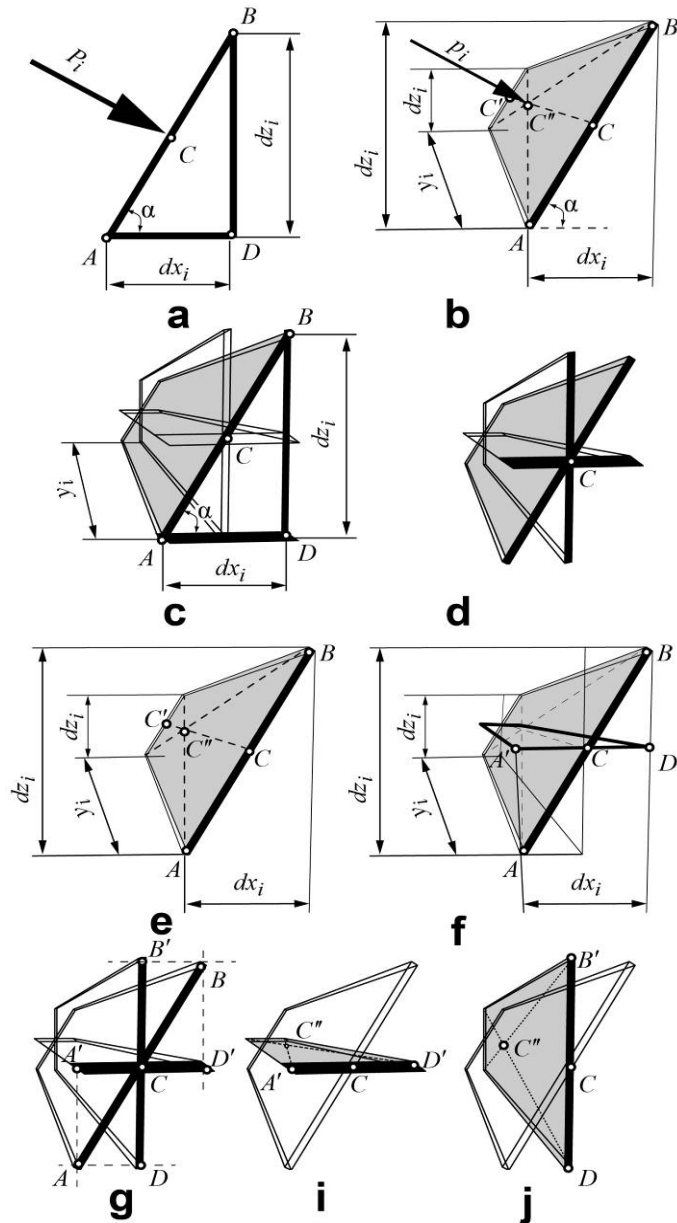


Рис.2. Ортогональні проєкції елемента площини горизонтального прошарку криволінійної поверхні з прямою твірною в ортогональній системі координат:

а – переріз прошарку AB і ортогональні проєкції: AD , BD ; б – горизонтальний i -й прошарок довжиною y_i ; в – переріз ортогональних проєкцій прошарку на yOx , zOy ; д – ортогональні проєкції в центрі ваги прошарку; е – центр ваги і горизонтальна вісь симетрії прошарку; ф – горизонтальна проєкція в центрі ваги прошарку; г – горизонтальна і вертикальна проєкції в центрі ваги прошарку; і, ж – єдиний центр ваги C'' горизонтальної й вертикальної проєкцій горизонтального прошарку

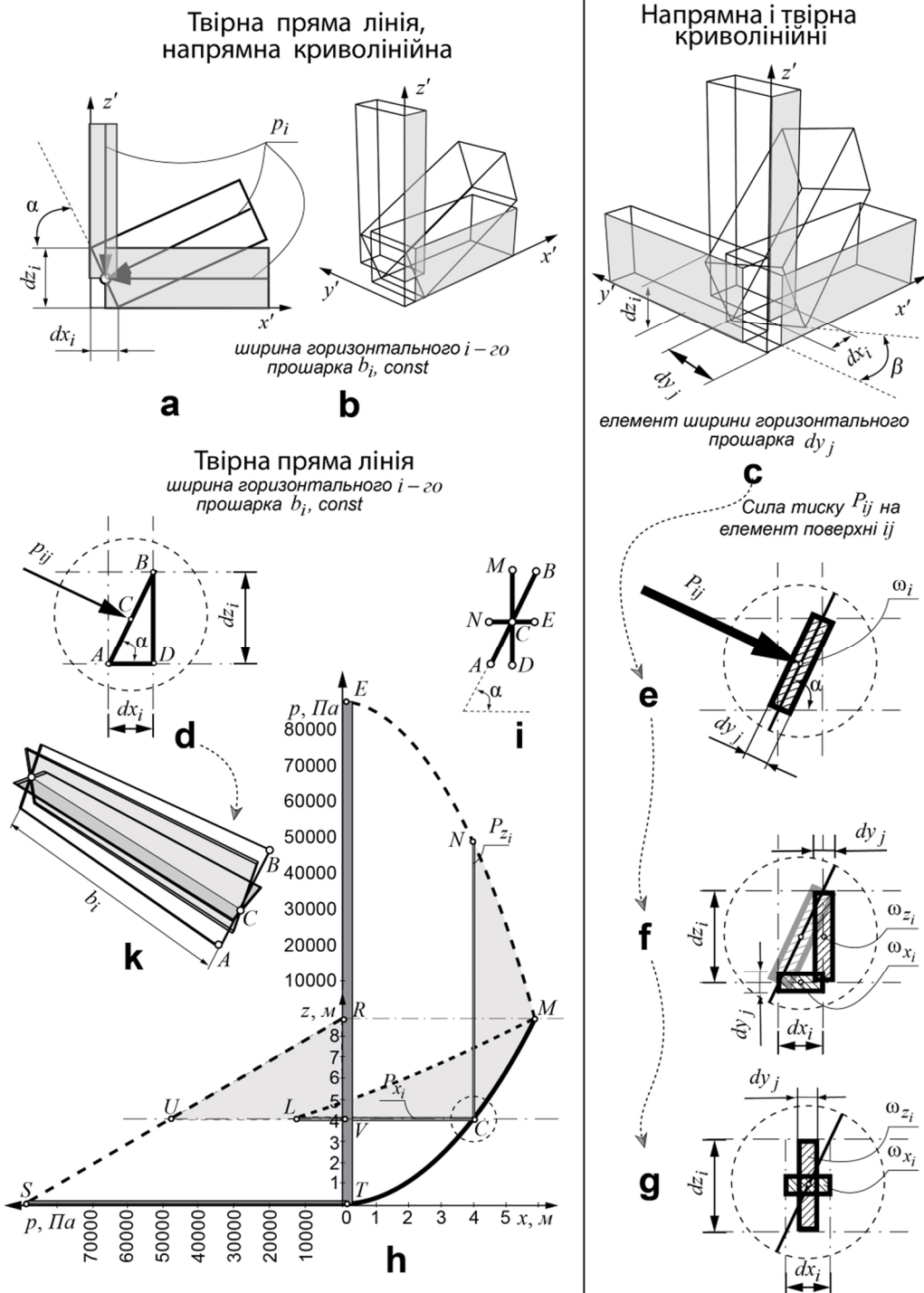


Рис.3. Ортогональні 3D проекції епюри гідростатичного тиску на криволінійні поверхні в ортогональній системі координат: а,б,с – система проекцій епюри гідростатичного тиску на криволінійні поверхні з прямою і криволінійною твірними; d – переріз і проекції плоского горизонтального прошарку; і,к – переріз і проекції плоского горизонтального прошарку із єдиним центром ваги; е,ф,г – переріз і проекції плоского горизонтального прошарку поверхні із криволінійними твірною та напрямною; h – переріз ортогональних проекцій епюри гідростатичного тиску на поверхню із прямою твірною та криволінійною напрямною

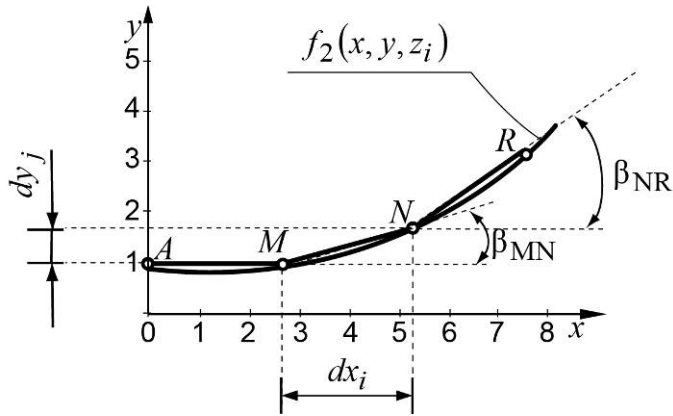


Рис.4. Вертикальна проекція апроксимуючого j -го елемента (нескінченно малої ділянки MN) i -го горизонтального прошарку площини криволінійної поверхні із криволінійною твірною $f_2(x, y, z_i)$ в Декартові системі координат (xy) на площину xOy ; кут нахилу $\angle\beta_{MN}$ відносно осі Ox ; відповідні диференціали dx_i, dy_j

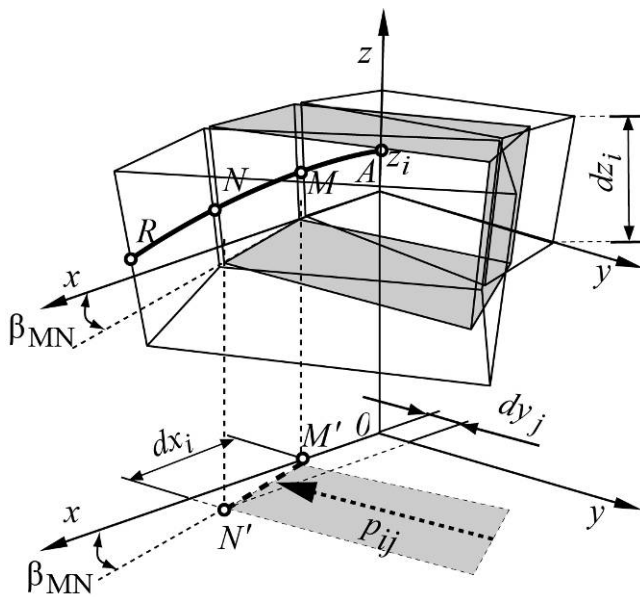


Рис.5. Кут нахилу $\angle\beta_{MN}$ відносно площини xOz та осі Ox нескінченно малого (i, j) елемента епюри сили гідростатичного тиску на окремий нескінченно малий елемент $dx_i dz_i dy_j$ горизонтального прошарку висотою dz_i площини криволінійної поверхні із криволінійною твірною $f_2(x, y, z_i)$ та відповідні диференціали dx_i, dz_i, dy_j в Декартові системі координат (x, y, z)

Криволінійна поверхня, яку утворено криволінійними напрямною і твірною, епюра гідростатичного тиску має три проекції (рис.3,с). Диференціали проекції елемента поверхні $dx dy$, $dx dz$, $dy dz$ представлено на рисунку 3,е,ф,г.

Для аналітичного розрахунку за методом трьох команд K123 наведено задачу із книги Н.К.Горчина і М.Д.Чертоусова «Гідравліка в задачах» [6, задача №38, стор.68]. Тестовий приклад розраховано в системі комп'ютерної математики MAXIMA. Інший алгоритм і чисельна реалізація метода K123 запрограмовано в системі Maple й представлено в попередній роботі автора [2].

Розрахунок тиску виконано на 1 метр ширини греблі – величина постійна за висотою – тому для ілюстрації представлено вертикальний переріз паралельний площині zOx . Моделювання форми вертикальної й горизонтальної 3D проекцій 4D епюри гідравлічного тиску на греблю представлено на рисунку 3,г – контури епюри: $OCMNE$, CML , CMN , RVU .

На рисунку представлена подвійна система координат вертикальної і горизонтальної осей в площині zOx . Розмірність по осі Oy – постійна як за шириною греблі так і для зображення проекцій епюри – одиниці виміру метри. На перерізі профілю греблі розглянута ділянка CM , яка відповідає глибинам від 4,0 до 9,0 метрів. Розмірність по осям Ox , Oz для поверхні й епюр, відповідно, метри і Паскалі.

Для перерізу проекцій епюр розмірності: для Ox – метри, для Oz – Паскалі. У такий спосіб ми використовуємо три виміри по осям Ox , Oz та Oy для визначення через рівняння поверхні греблі в m^2 : площі ортогональних проекцій й площі самої поверхні греблі. Площа горизонтального прошарку греблі представлена на рисунку 2, b,c,d,e,f. Відповідні площі вертикальної проекції рисунок 2,j та горизонтальної – рисунок 2,i.

Паралельно по осям Ox , Oz представлено розмірність в одиницях виміру «Паскалі» для відображення відповідної величини гідростатичного тиску на ортогональні проекції поверхні греблі (рис. 3,г). На суміснім графіку зображено і переріз греблі, і перерізи вертикальної й горизонтальної 3D проекцій епюри гідростатичного тиску. Об'єми епюр вимірюються в одиницях виміру сили тиску – «площа проекції поверхні – $[m^2]$ » помножена на «тиск – $[Pa]$ » дорівнює «Ньютона $[N]$ ». У такий спосіб – саме проекції епюри дозволяють зменшити розмірність виміру і скористатись наочною геометричною абстракцією для візуалізації розподілу гідростатичного тиску в звичному 3D просторі з дотриманням відповідних розмірностей фізичних явищ (одиниця виміру сили – $[N]$) [3].

Горизонтальні прошарки греблі обираються нескінченно малими за висотою dz (рис.2,а) і тому ми припускаємо, що вони мають із проекціями спільний центр ваги в точці C'' (рис.2,г). Відповідно, вертикальну проекцію прошарку (рис.2,а) плоско паралельно ортогональній площині “зміщено” до спільного центра ваги в точці C'' . Враховуючи нескінченно малу величину “фізичних розмірів” прошарків, які за межею крокують до «нуля» (точки C'' в вертикальному перерізі) – штучний метаприйм використано тільки для наочності ілюстрації метода розрахунку[5].

Окремо слід підкреслити, що в використанні поняття «нескінченно мала величина» математики і фізики мають іноді різні підходи. Саме такий подвійний підхід до розуміння наявності фізичного розміру, хоча і дуже малого, а в той самий час його величина прямує по межі до нуля, і використано в ілюстрації реалізації метода трьох команд K123 (рис.2).

Словосполучення “фізичні розміри” використано, щоб підкреслити саме наявність певної фізичної величини площі поверхні і величини відповідної площі її ортогональних проекцій, не зважаючи на їх нескінченно малий розмір. Різниці їх значень нам важливі для визначення і розрахунку відповідних модулів величини вектора сили тиску й його ортогональних проекцій. Нам важливо, що вони за величиною розрізняються. В той же час, в попередньому абзаці, ми посилаємось на математичне визначення «межі» і припускаємо, що центри ваги і прошарку, і його відповідних проекцій прямують до єдиної і спільної точки C'' (рис.2,а,г) [5]. Останнє нам також важливе для визначення координат центра тиску проекцій і величини рівнодіючої сили гідростатичного тиску.

На рисунку 3,г переріз вертикальної проекції епюри гідростатичного тиску на ділянку греблі CM обмежено криволінійним контуром CMN , на всю греблю OCM – контур $OCMNE$. Контури розраховано за відомими формулами визначення манометричного тиску і заданим рівнянням параболи для профілю греблі. Для горизонтальної проекції вектора сили тиску відповідні контури греблі й перерізу епюри тиску: CM й CML . Переміщаючи горизонтальну проекцію сили по осі її дії, разом з відповідними горизонтальними прошарками, позиціонуємо їх вздовж вертикальної осі. Отримано загально прийняте зображення епюри для горизонтальної складової рівнодіючої сили гідростатичного тиску. В даному випадку отримано переріз призми – контур RVU (рис.3,г).

Збільшений фрагмент зображення горизонтального прошарку та його проекцій в точці C й перехід до об'ємного зображення із сумісним центром ваги представлено на рисунках 3,д та 3,к. В системі MAXIMA розраховано величини об'ємів і розмірності проекцій епюри в межах точки C для ділянки від 4 м до 4,2 м за висотою греблі. Відповідні перерізи горизонтальної і вертикальної проекцій представлено в обраному масштабі – стовпчики CL й CN .

Для наочності ілюстрації щодо перерозподілу об'єму епюри гідростатичного тиску на нескінченно малий елемент поверхні між об'ємами відповідних проєкцій збільшене зображення згенеровано в системі 3D комп'ютерної графіки – програма MAYA (рис.3,a,b,c). Відповідно до прийнятого в комп'ютерному моделюванні використання світової й локальної системи координат, елементарний об'єкт довільної поверхні (рис. 1,a) має один кут $\angle\alpha$ повороту (рис. 1,б), або два кути (рис. 1,в) $\angle\alpha$ і $\angle\beta$ відносно двох ортогональних площин обраної системи координат. Елементарний об'єкт при полігональному моделюванні – полігон – плоский прямокутник.

Варіант з одним кутом $\angle\alpha$ відповідає криволінійній поверхні із прямою та лінією старшого порядку для набору твірна та напрямна. Варіант із криволінійною твірною, яка паралельна площині zOx представлено на рисунках: рис. 1,в та 2,a,b з кутом $\angle\alpha$. Аналогічний варіант із криволінійною твірною, яка паралельна площині yOx представлено на рисунку 4,a,b з кутом $\angle\beta$.

Для варіанта довільної поверхні, яку утворено нелінійними твірною і напрямною ми маємо кути $\angle\alpha$ й $\angle\beta$ відносно двох ортогональних площин. В загальному випадку ми маємо перерозподіл загального об'єму епюри гідростатичного тиску між трьома ортогональними проєкціями. Приклад об'ємів епюри і її відповідних проєкцій згенеровано і представлено на рисунку 2,c, а відповідні проєкції елементарного полігону поверхні на ортогональні площини умовно, в розгорнутому вигляді, зображено на рисунках 2,e,f,g із відповідними розмірами в диференціалах dx dy dz .

Для представленого приклада задачі ми маємо спрощений варіант із прямою твірною, яка паралельна осі Oy і відповідний кут $\angle\alpha$ до площини yOx (рис.2,a,b,c). Загальний вигляд перерізу греблі представлено на рисунку 3,h. На рисунку 3,c представлено збільшену виноску елемента поверхні в точці C із позначеними диференціалами dx dy dz та кутом $\angle\alpha$ для горизонтального прошарку. Перехід до єдиного центра ваги, розглянутого для приклада горизонтального прошарку в точці C , представлено на рисунку 3,i.

Потенційні властивості гідростатичного тиску і єдиний центр ваги (центр тиску) для нескінченно малого горизонтального прошарку довільної криволінійної поверхні дозволяє нам єдинообразно розраховувати величину будь-якої ортогональної проєкції сили тиску через аналітичне рівняння поверхні. Рівняння дозволяє для будь-якої точки поверхні отримати кут ($\angle\alpha$ або $\angle\beta$ – який визначається через відношення відповідних диференціалів dx dy dz) і можливість визначення через відношення диференціалів пропорційного зменшення площі проєкції в порівнянні із загальної площею «примітива - полігона» в кожній точці поверхні. Сума квадратів об'ємів

проекцій епюри гідростатичного тиску дорівнює квадрату об'єм 3D або 4D загальної епюри тиску.

Можливість запису в інтегральній формі трьох команд метода K123 та визначення відповідного відношення диференціалів із аналітичного запису рівняння поверхні дозволяє єдинообразно рахувати всі три характеристики геометричного образу – будь-якої ортогональної проекції епюри гідростатичного тиску (об'єм, координати центра ваги і ракурс-кут проекції центра ваги на поверхню, або напрямок дії сили тиску). Ми визначаємо всі параметри через дослідження геометричного образу – характеристики проекції вектора сили тиску (величину, напрямок і точку дії) [1,2,3].

Розрахунок задачі в системі комп'ютерної алгебри MAXIMA

Вихідні дані:

```
ro:1000.0; gi:9.81; H1:4.0; H:9.0; b:1.0; F(h):=sqrt(4.0*h); diff(F(h),h);
DIFh1(h)=1.0/(sqrt(h));
```

Розрахунок проекцій сили тиску та кута:

```
Px:integrate(ro*gi*(H-h)*b,h,H1,H);
Pz:integrate((ro*gi*(H-h)*b)*DIFh1(h),h,H1,H);
atan(Pz/Px)*(180/3.1415);
```

Визначення моментів, сили і координат точки дії:

```
mPx:integrate(ro*gi*((H-h)^2.0)*b,h,H1,H);
mPz:integrate((ro*gi*((H-h)*F(h))*b)*DIFh1(h),h,H1,H);
hDz:mPx/Px; x:H-hDx; hDx:mPz/Pz; P:sqrt(Px^2+Pz^2);
```

Єдина інтегральна форма запису метода K123. Простота і єдиний універсальний алгоритм трьох команд K123 для розрахунку гідростатичного тиску на поверхню довільної форми, заданої аналітично, дозволяє скоротити і спростити інженерні розрахунки.

Аналіз метода K123. Заміна тільки однієї команди $F(h):=sqrt(4.0*h);$ дозволяє задати іншу поверхню і автоматично отримати результат. Ми маємо можливість через відповідне рівняння поверхні і диференціал $diff(F(h),h);$ отримати значення проекції сили гідростатичного тиску в будь-якому заданому напрямку. Визначення меж інтегрування **H1:4.0; H:9.0;** і аналітичне завдання змінної по висоті ширини горизонтального прошарку **b:1.0;** дозволяє моделювати складну форму поверхні і отворів.

Інтегральні рівняння метода трьох команд K123

В загальному випадку на форму запису цих стандартних команд впливають закони зміни:

- густини рідини для і-го шару $f(\rho_i);$
- поперечної ширини і-го шару $f(b_i);$
- наявність манометричного (вакуумметричного) тиску над вільною поверхнею рідини (або співвідношення загальної висоти площі поверхні і висоти змоченої площі поверхні), функція положення точок вільної поверхні

рідини в умовах відносної рівноваги (додатковий аргумент – r – змінний радіус відносно осі обертання) $f_1(h_i, r_i)$;

– співвідношення між загальною висотою стовпчика води над i -м шаром поверхні і координатою довільно обраної точки, відносно якої розраховується статичний момент $f_2(h_i)$;

– координати положення нижньої та верхньої кромки i -го шару поверхні – межі інтегрування, які позначаємо, відповідно, h_1 і h_2 , або $f_3(h_i, r_i)$, $f_4(h_i, r_i)$ – в умовах відносної рівноваги рідини і наявності форми параболоїда обертання для вільної поверхні рідини;

– $f_5'(h)_x$ – похідна рівняння поверхні по аргументу (для приклада dh/dx , для визначення кута нахилу відносно площини yOx) для вертикальної проекції епюри

Метод трьох команд К123 (для вертикальної проекції епюри)

Формула розрахунку проекції сили тиску:

$$P_z = \int_{f_3(h_1, r_i)}^{f_4(h_2, r_i)} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i, r_i) f_5'(h)_x dh \quad (K1)$$

Формула статичного моменту проекції сили тиску відносно осі Oz :

$$m(P_z) = \int_{f_3(h_1, r_i)}^{f_4(h_2, r_i)} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i, r_i) f_5'(h)_x dh \quad (K2)$$

Координати точки дії проекції сили тиску по осі Ox :

$$h_{D_x} = \frac{m(P_z)}{P_z} \quad (K3)$$

Розрахункові формули приклада задачі (вертикальна проекція сили гідростатичного тиску)

Ф о р м у л и: профілю греблі (задано) $f(h) = \sqrt{4h}$; похідна $f_5'(h)_x = 1/\sqrt{h}$; вертикальна проекція сили тиску

$P_z = \int_{H1}^H \rho g (H-h) b f_5'(h)_x dh$; момент відносно відповідної осі Oz -

$m(P_z) = \int_{H1}^H \rho g (H-h) b f(h) f_5'(h)_x dh$; координати дії вертикальної проекції

сили гідростатичного тиску по осі Ox - $h_{D_x} = m(P_z)/P_z$.

Висновки

Єдина інтегральна форма запису розрахункових рівнянь метода трьох команд K123 для визначення будь-якої ортогональної проекції сили гідростатичного тиску на поверхню довільної форми дозволяє за універсальним алгоритмом проводити інженерні розрахунки в системах комп'ютерної алгебри як аналітично так і чисельно на персональному мікропроцесорному пристрої.

Розроблено теоретичні основи [1,2,3] і універсальний інженерний алгоритм розрахунку для визначення гідростатичного тиску на поверхню довільної форми. Алгоритм розраховано на використання сучасних, потужних і мобільних можливостей систем комп'ютерної алгебри: Mathematica, Maple, MAXIMA, MathCad, MathLab.

Система MAXIMA – вільне і безкоштовне програмне забезпечення під ліцензією GPL [7] має широкую підтримку в світі. Існують версії програми для всіх основних операційних систем [8]. Наявність універсальної WEB-форми в Internet [9], портування програми на Android й мобільна портабл-програма для всіх версій Windows знімає всі технічні й правові обмеження на можливості персонального використання системи MAXIMA для реалізації інженерного розрахунку і моделювання методом трьох команд K123 на практиці.

Список літератури

1. *Копаниця Ю.Д.* Комп'ютерний розрахунок сили тиску. Універсальний алгоритм трьох команд – K123. // Наук.-техн. зб. "Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки". – К.: КНУБА, Вип.18. 2012. – С.148–163.
2. *Копаниця Ю.Д.* Розрахунок гідростатичного тиску на криволінійну поверхню. Універсальний алгоритм трьох команд – K123. // Наук.-техн. зб. "Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки". – К.: КНУБА, Вип.20. 2012. – С.105–119.
3. *Копаниця Ю.Д.* Аналіз виміру епюри гідростатичного тиску на криволінійну поверхню. Універсальний метод розрахунку K123. // Наук.-техн. зб. "Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки". – К.: КНУБА, Вип.21. 2013. – С.165–180.
4. *Арнольд В.И.*-Наука математика и искусство математиков. – М: МГУ, 2008. – 59 с.
5. *Арнольд В.И.*, Что такое математика. 2-е изд. – М: МЦНМО, 2008. – 104 с.
6. *Горчин Н.К.* Гидравлика в задачах / Н.К. Горчин, М.Д. Чертоусов. – Л.: "Кубуч", 1927. – 430 с.
7. http://ru.wikipedia.org/wiki/GNU_General_Public_License
8. <http://maxima.sourceforge.net/>
9. <http://maxima-online.org/>