

УДК 628.16

В.Л.ПОЛЯКОВ, доктор технических наук
Институт гидромеханики НАН Украины

К РАСЧЕТУ ФИЛЬТРОВАНИЯ СУСПЕНЗИИ ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ КИНЕТИКЕ МАССООБМЕНА

Сформульовано математичну задачу освітлення суспензії при нелінійній кінетиці масообміну, яка відбиває погіршення адгезійних властивостей завантаження водоочисного фільтра з накопиченням осаду. Одержано її строгий розв'язок в інтегральній формі з врахуванням початкового замулення завантаження. На ряді прикладів проаналізовано вплив осаду, який залишився після попередньої промивки, на характеристики фільтрування.

Ключові слова: фільтрування; суспензія; нелінійна кінетика; осад; фільтроцикл; фільтрат.

Сформулирована математическая задача осветления суспензии при нелинейной кинетике массообмена, отражающей ухудшение адгезионных свойств загрузки водоочистного фильтра по мере накопления осадка. Получено ее строгое решение в интегральной форме с учетом начального заиления загрузки. На ряде примеров проанализировано влияние сохранившегося после предшествовавшей промывки осадка на характеристики фильтрования.

Ключевые слова: фильтрование; суспензия; нелинейная кинетика; осадок; фильтроцикл; фильтрат.

A mathematical task was stated of suspension separation in filter medium at non-linear mass-exchange kinetics. Its exact solution was obtained in integral form taking into consideration initial clogging of porous material. Effect of preliminary deposition which was remained after the last backwashing was analyzed on deep-bed filtration characteristics at a number of examples.

Key words: deep-bed filtration; suspension; non-linear kinetics; deposition; filtration cycle; filtrate.

Введение

Нередко осадок активно влияет на отложение взвешенного вещества в поровом пространстве загрузки. С одной стороны он в состоянии заметно увеличить число вакантных мест для частиц суспензии и тем самым интенсифицировать ее осветление, особенно на начальной стадии.

Кратковременное усиление сорбционной способности фильтрующего материала, так называемая «зарядка», регулярно наблюдалась в опытах [1,2]. С другой стороны, формирование осадка означает постепенное заполнение таких мест, существовавших в загрузке изначально, и отрицательно сказывается на разделении суспензии. Итак, отмеченные эффекты имеют прямо противоположные последствия для технологического процесса фильтрования. В математическом же отношении оба они обуславливают нелинейность кинетики массообмена между жидкой и твердой фазами в загрузке. Естественно, что линейная кинетика прежде всего пригодна для математического моделирования фильтрования, если указанные эффекты компенсируют друг друга и тогда осадок фактически становится инертным по отношению к взвешенному веществу. Вместе с тем, если зернистый и тем более волокнистый материал загрузки обладает высокой сорбционной емкостью, а зарядка незначительная или быстро прекращается, то использование линейной кинетики массообмена также оправдано. Подобные условия характерны для работы многих фильтровальных сооружений, чем и объясняется широкое применение в теоретических разработках именно уравнений линейной кинетики. Если же вышеупомянутые эффекты значимы и взаимно не компенсируются, то в первую очередь они отражаются на адгезионном процессе. И тогда очень важен выбор правильного формального представления для ключевого массообменного коэффициента. Являясь постоянным при линейной кинетике, коэффициент α при нелинейной кинетике будет уже функцией от концентрации осадка или осажденных частиц S . Таким образом можно считать, что

$$\alpha = \alpha_0 \cdot f_\alpha(S), \quad (1)$$

где α_0 – приведенный коэффициент скорости прилипания взвешенных частиц; функция $f_\alpha(S)$ характеризует влияние осадка на их осаждение. При необходимости учета обоих вышеупомянутых эффектов эта функция может быть немонотонной и тогда для нее подойдет, например, выражение в виде квадратного трехчлена, три коэффициента в котором подбираются на основе экспериментальных данных [3]. Ниже, однако, в исследованиях фильтрования аналитическими методами будет задействована исключительно линейная функция, а именно [4-8],

$$f_\alpha = S_m - S, \quad (2)$$

где S_m – концентрация предельного насыщения осадком фильтрующего материала (грязеемкость). Как раз такая формализация адгезионного процесса используется при теоретическом анализе осветления суспензий на протяжении нескольких десятилетий, а ее правомочность получила убедительное экспериментальное подтверждение. Согласно (2), образовавшийся осадок лишь осложняет последующее удаление взвешенного вещества и вследствие прогрессирующего сокращения вакантных мест для частиц суспензии темп его накопления будет неуклонно и плавно снижаться.

Постановка и решение математической задачи

При постановке соответствующей математической задачи фильтрования суспензии через однородный слой загрузки полагается, что, во-первых, имеет место нелинейная кинетика массообмена, причем для коэффициента скорости прилипания α справедливо представление в виде (1), (2); во-вторых, к началу очередного цикла работы фильтра в загрузке после предшествовавшей промывки сохранилось некоторое количество осадка. После псевдооживления загрузки с интенсивным перемешиванием ее зерен он распределяется по высоте более-менее равномерно. Поэтому исходная концентрация осажденных частиц S^0 считается постоянной, хотя это допущение непринципиально. Тогда осветлительный блок общей модели фильтрования принимает следующий вид

$$V \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \alpha_0 (S_m - S)C - \beta S; \quad (4)$$

$$t = 0, \quad C = 0; \quad S = S^0; \quad (5)$$

$$z = 0, \quad C = C_0, \quad (6)$$

где C, S – текущие объемные концентрации взвешенных и осажденных частиц суспензии; V – постоянная скорость фильтрования; β – коэффициент скорости отрыва прилипших частиц суспензии; C_0 – объемная концентрация взвеси в исходной воде.

Ход решения задачи (3)-(6) приводится с сокращениями и акцент делается на особенностях, связанных с первичным заилением загрузки. Как обычно, вводятся безразмерные переменные и параметры: $\bar{C} = C/C_0, \bar{S} = S/S_m, \bar{z} = z/L, \bar{t} = Vt/(n_0L), \bar{\alpha}_0 = n_0LC_0\alpha_0/V, \bar{\beta} = n_0L\beta/V, \psi = S_m/(n_0C_0), \bar{S}^0 = S^0/S_m, n_0$ – пористость чистой загрузки, L – ее высота.

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{z}} + \psi \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{t}} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{t}} = \bar{\alpha}_0 (1 - \bar{S})\bar{C} - \bar{\beta}\bar{S}; \quad (8)$$

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{C} = 0; \quad \bar{S} = \bar{S}^0; \quad (9)$$

$$\bar{z} = 0, \quad \bar{C} = 1. \quad (10)$$

Прежде всего, выполняется следующая замена зависимых и независимой переменных

$$Z = \psi \bar{z}, \quad \bar{C} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{t}}, \quad \bar{S} = -\frac{\partial \Phi}{\partial Z}. \quad (11)$$

Таким образом, автоматически удовлетворяется уравнение (7) и удается перейти к решению единственного уравнения, а именно, трансформированного кинетического уравнения. Затем делается еще замена уже введенной функции

$$U = \exp(\bar{\alpha}_0 \Phi + \bar{\alpha}_0 Z + \bar{\beta} \bar{t}). \quad (12)$$

После громоздких преобразований, которые здесь опускаются, получено следующее уравнение относительно функции $U(Z, \bar{t})$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Z \partial \bar{t}} = \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} U. \quad (13)$$

Граничное и начальное условия следуют из пары уравнений:

$$\frac{\partial \ln U}{\partial Z} = \bar{\alpha}_0 (1 - \bar{S}), \quad (14)$$

$$\frac{\partial \ln U}{\partial \bar{t}} = \bar{\alpha}_0 \bar{C} + \bar{\beta}. \quad (15)$$

В уравнениях (14), (15) последовательно полагаются $\bar{t} = 0$ и $Z = 0$, а затем они интегрируются. Тогда искомые условия преобразуются к виду

$$U(Z, 0) = U(0, 0) e^{\bar{\alpha}_0 Z}, \quad (16)$$

$$U(0, \bar{t}) = U(0, 0) e^{(\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta}) \bar{t}}, \quad (17)$$

где $\tilde{\alpha}_0 = \bar{\alpha}_0 (1 - \bar{S}^0)$. Поскольку уравнение (13) является линейным, к нему применяется интегральное преобразование Лапласа по переменной \bar{t} . Тогда задача (13), (16), (17) сводится к задаче относительно функции-изображения $U_L(Z, p)$, а именно

$$\frac{dU_L}{dZ} - \frac{\bar{\alpha}_0 \bar{\beta}}{p} U_L = \frac{\tilde{\alpha}_0 U(0, 0)}{p} e^{\bar{\alpha}_0 Z}, \quad (18)$$

$$Z = 0, \quad U_L = \frac{U(0, 0)}{p - \bar{\alpha}_0 - \bar{\beta}}. \quad (19)$$

Решение задачи (18), (19) выражается зависимостью

$$U_L(Z, p) = U(0, 0) e^{\frac{\bar{\alpha}_0 \bar{\beta} Z}{p}} \left(\frac{1}{p - \bar{\alpha}_0 - \bar{\beta}} + \bar{\alpha}_0 \int_0^Z e^{\bar{\alpha}_0 \xi} \frac{e^{-\frac{\bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \xi}{p}}}{p} d\xi \right). \quad (20)$$

В результате обращения интегральной функции (20) получено

$$\frac{U(\bar{z}, \bar{t})}{U(0, 0)} = I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z} \bar{t}} \right) + (\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta}) G_1(\bar{z}, \bar{t}) + \psi \tilde{\alpha}_0 G_2(\bar{z}, \bar{t}). \quad (21)$$

Здесь

$$G_1(\bar{z}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} e^{(\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta})\eta} I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z}(\bar{t} - \eta)} \right) d\eta,$$

$$G_2(\bar{z}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{z}} e^{\psi \bar{\alpha}_0 \xi} I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{t}(\bar{z} - \xi)} \right) d\xi.$$

Искомые концентрации \bar{C}, \bar{S} связаны с функцией $U(\bar{z}, \bar{t})$ и ее двумя производными следующим образом

$$\bar{C}(\bar{z}, \bar{t}) = -\frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}_0} + \frac{U_1(\bar{z}, \bar{t})}{\bar{\alpha}_0 U(\bar{z}, \bar{t})}, \quad (22)$$

$$\bar{S}(\bar{z}, \bar{t}) = 1 - \frac{U_2(\bar{z}, \bar{t})}{\psi \bar{\alpha}_0 U(\bar{z}, \bar{t})}. \quad (23)$$

Здесь

$$U_1(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{\partial U_1}{\partial \bar{t}} = U(0,0) \left[(\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta}) I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z} \bar{t}} \right) + (\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta})^2 G_1(\bar{z}, \bar{t}) + \psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} G_2(\bar{z}, \bar{t}) \right] \quad (24)$$

$$U_2(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{\partial U_1}{\partial \bar{z}} = U(0,0) \left[\psi \bar{\alpha}_0 I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z} \bar{t}} \right) + \psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} G_1(\bar{z}, \bar{t}) + (\psi \bar{\alpha}_0)^2 G_2(\bar{z}, \bar{t}) \right] \quad (25)$$

Подстановка (24), (25) в формулы (22), (23) дает такие окончательные выражения для концентраций взвешенных и осажденных частиц

$$\bar{C}(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z} \bar{t}} \right) + (\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta})^2 G_1(\bar{z}, \bar{t}) + \psi \bar{\beta} \bar{S}^0 G_2(\bar{z}, \bar{t})}{I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z} \bar{t}} \right) + (\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta})^2 G_1(\bar{z}, \bar{t}) + \psi \tilde{\alpha}_0 G_2(\bar{z}, \bar{t})}, \quad (26)$$

$$\bar{S}(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{\bar{S}^0 I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z} \bar{t}} \right) + \bar{\alpha}_0 G_1(\bar{z}, \bar{t}) + \psi \tilde{\alpha}_0 \bar{S}^0 G_2(\bar{z}, \bar{t})}{I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z} \bar{t}} \right) + (\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta}) G_1(\bar{z}, \bar{t}) + \psi \tilde{\alpha}_0 G_2(\bar{z}, \bar{t})}. \quad (27)$$

Когда отрыв осадка ничтожно слабый или удается ввести эффективный коэффициент скорости прилипания, который характеризует обе стороны массообмена между твердой и жидкой фазами загрузки, то оправдано полагать $\beta = 0$ и тогда функции концентраций представляются в виде комбинаций экспоненциальных функций

$$\bar{C}(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{1}{\tilde{\alpha}_0 \psi} \frac{\tilde{\alpha}_0 \psi e^{\tilde{\alpha}_0 \bar{t}} + \psi \bar{\beta} \bar{S}^0 (e^{\tilde{\alpha}_0 \psi \bar{z}} - 1)}{e^{\tilde{\alpha}_0 \bar{t}} + e^{\tilde{\alpha}_0 \psi \bar{z}} - 1},$$

$$\bar{S}(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{e^{\tilde{\alpha}_0 \bar{t}} + \bar{S}^0 e^{\tilde{\alpha}_0 \psi \bar{z}} - 1}{e^{\tilde{\alpha}_0 \bar{t}} + e^{\tilde{\alpha}_0 \psi \bar{z}} - 1}.$$

Если начальный осадок в загрузке отсутствовал, то из (26), (27) вытекают известные более простые зависимости, а именно,

$$\bar{C}(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z} \bar{t}} \right) + (\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta}) G_1(\bar{z}, \bar{t})}{I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z} \bar{t}} \right) + (\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta}) G_1(\bar{z}, \bar{t}) + \psi \bar{\alpha}_0 G_2(\bar{z}, \bar{t})}, \quad (28)$$

$$\bar{S}(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{\bar{\alpha}_0 G_1(\bar{z}, \bar{t})}{I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{z} \bar{t}} \right) + (\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta}) G_1(\bar{z}, \bar{t}) + \psi \bar{\alpha}_0 G_2(\bar{z}, \bar{t})}, \quad (29)$$

причем при вычислении интеграла $G_2(\bar{z}, \bar{t})$ следует полагать $\tilde{\alpha}_0 = \bar{\alpha}_0$.

Важнейшее значение для анализа работы фильтра имеет частный случай зависимости (26), который позволяет надежно прогнозировать

изменение качества фильтра и устанавливать критический момент времени, когда содержание взвешенного вещества в нем достигает предельно допустимой величины. Имеется в виду выходная концентрация \bar{C}_e , а формула для ее расчета принимает следующий вид

$$\bar{C}_e(\bar{t}) = \frac{I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{t}} \right) + (\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta}) G_1(1, \bar{t}) + \psi \bar{\beta} \bar{S}_0 G_2(1, \bar{t})}{I_0 \left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_0 \bar{\beta} \bar{t}} \right) + (\bar{\alpha}_0 + \bar{\beta}) G_1(1, \bar{t}) + \varphi \psi \bar{\alpha}_0 G_2(1, \bar{t})}. \quad (30)$$

Полученное выше точное решение нелинейной задачи разделения суспензии и, в частности, выражение для относительной концентрации осажденных частиц позволяет с помощью стандартных пакетов программ математического анализа (*Mathcad*, *Matlab*) просто рассчитывать изменение потерь напора в слое загрузки Δh . При известной эмпирической зависимости коэффициента фильтрации заиленного пористого материала k от содержания осадка в виде

$$k = k_0 \left[1 - \left(\gamma \frac{S}{n_0} \right)^{m_1} \right]^{m_2}$$

безразмерная величина указанных потерь также строго определяется по формуле

$$\Delta \bar{h}(\bar{t}) = \frac{\Delta h(t)}{\Delta h_0} = \int_0^1 \frac{d\xi}{\left[1 - \bar{\gamma}^{m_1} \bar{S}^{m_1}(\xi, \bar{t}) \right]^{m_2}}. \quad (31)$$

Здесь k_0 , n_0 – коэффициент фильтрации и пористость чистой загрузки; γ – соотношение между концентрациями осадка и осажденных частиц суспензии; m_1 , m_2 – эмпирические коэффициенты; Δh_0 – потери напора в чистой загрузке; $\bar{\gamma} = \gamma C_0$. При заданных предельно допустимых значениях выходной концентрации взвеси C_* и потерь напора Δh_* , отвечающие им времена защитного действия загрузки t_p и роста потерь до нормативного уровня t_h следует находить путем решения (легко сделать простым подбором) уравнений [9]

$$\bar{C}_e(\bar{t}_p) = \bar{C}_*, \quad \Delta \bar{h}(\bar{t}_h) = \Delta \bar{h}_*,$$

используя при этом (30) и (31). Длительность фильтроцикла отождествляется с меньшим из \bar{t}_p , \bar{t}_h .

Обсуждение результатов расчетов

Выведенные выше зависимости используются для расчетов относительных функций-концентраций $\bar{C}_e(\bar{t})$ и $\bar{S}(\bar{z}; \bar{t})$, которые выполнены с целью оценки значимости исходного заиления загрузки для осветления суспензии. Подобная информация может помочь в выборе лучшего способа

промывки фильтра. Данные о модельных параметрах прежде всего включали такие их фиксированные значения: $\bar{\alpha}_0 = 1.6 \cdot 10^{-3}$, $\bar{\beta} = 5 \cdot 10^{-3}$, $\psi = 5000$. Степень заилиenia промытой загрузки варьировалась, так что $\bar{S}^0 = 0, 0.02, 0.05$. Вычисленное по формуле (30) семейство кривых зависимости $\bar{C}_e(\bar{t})$ изображено на рис.1. Если загрузка перед фильтрованием была чистой, то после прохождения через нее фронта загрязнения концентрация взвешенного вещества на выходе равна только $5.7 \cdot 10^{-4}$. При этом из воды будет удаляться 90% загрязнения и более, вплоть до момента времени, равного в относительных единицах 522. Существенно ухудшается разделение суспензии уже при $\bar{S}^0 = 0.02$. В таком случае вследствие интенсивного отрыва оставшегося после промывки осадка концентрация взвеси в фильтрате сразу составит 0.069, а достигнет уровня 0.1 через относительное время 318.

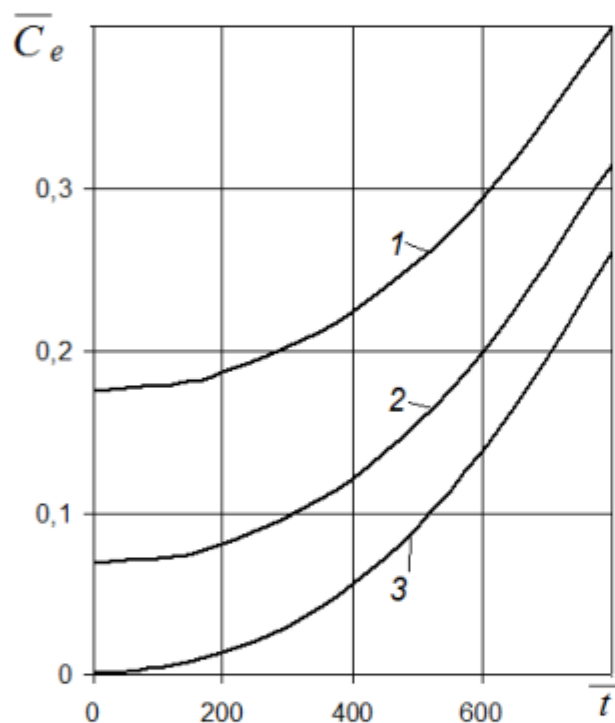


Рис.1. Рост относительной объемной концентрации взвешенного вещества в фильтрате со временем
1 – $\bar{S}^0 = 0.005$, **2** – $\bar{S}^0 = 0.02$, **3** – $\bar{S}^0 = 0$

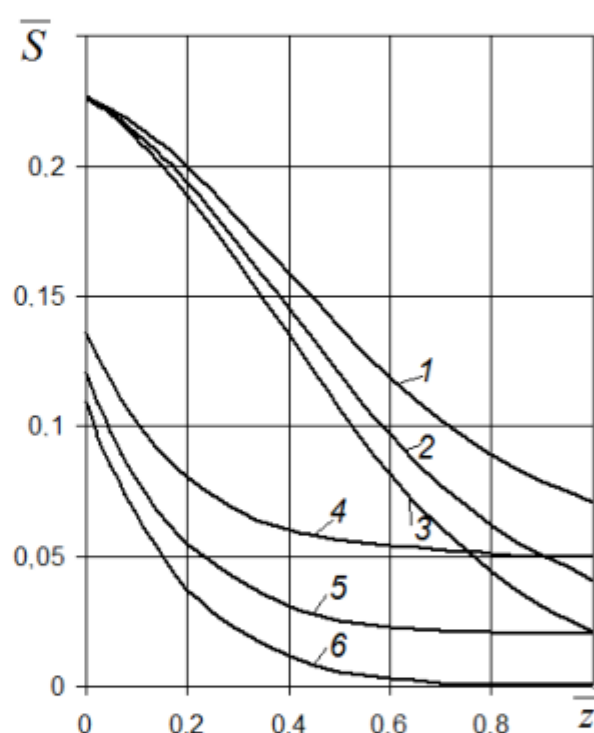


Рис.2. Профили относительной объемной концентрации осажденных частиц: **1-3** – $\bar{t} = 600$, **4-6** – $\bar{t} = 100$;
1,4 – $\bar{S}^0 = 0.05$, **2-5** – $\bar{S}^0 = 0.02$,
3-6 – $\bar{S}^0 = 0$

Вообще при достаточно сильном предварительном загрязнении загрузки качество фильтрата на начальной стадии фильтрования, определяемое содержанием осадка и скоростью фильтрования, может оказаться слишком низким. Из базовой модели несложно найти первичное количество взвеси в осветленной воде, которое фактически не зависит от

уровня загрязненности поступающей на фильтр воды, может быть обозначено $\bar{C}_e(0)$ и составляет

$$\bar{C}_e(0) = \frac{\bar{\beta} \bar{S}^0}{\bar{\alpha}_0 (1 - \bar{S}^0)}. \quad (32)$$

Очевидно, что проводить фильтрование бесполезно, если справедливо неравенство

$$\bar{S}^0 \geq \frac{\bar{\alpha}_0 \bar{C}_*}{\bar{\alpha}_0 \bar{C}_* + \bar{\beta}},$$

где \bar{C}_* – относительная предельно допустимая объемная концентрация взвешенного вещества в фильтрате. При принятых значениях $\bar{\alpha}_0$, $\bar{\beta}$ и $\bar{C}_* = 0.1$ фильтрование утрачивает смысл уже при $\bar{S}^0 \geq 0.029$. Если же $\bar{S}^0 = 0.05$, то $\bar{C}_e(0)$ согласно (32) равно 0.176.

При анализе кольматажа загрузки практический интерес представляют изменения концентрации осажденных частиц (осадка) не только со временем, но и по высоте. Действительно, именно вертикальное распределение осадка определяет общие потери напора в фильтре, которые могут стать главным лимитирующим фильтрование фактором. Рассчитанные по формуле (27) на два момента времени профили концентрации $\bar{S}(\bar{z})$ отвечают началу ($\bar{t} = 100$) и завершению ($\bar{t} = 600$) осветления воды в течение одного фильтроцикла (рис.2). Примечательно, что исходные запасы осадка, несмотря на его интенсивный отрыв фильтрационным потоком со временем, не только не сокращаются, но нарастают, причем даже в выходном сечении загрузки. Объясняется данный факт постоянным присутствием весьма большого количества взвешенных частиц во всей загрузке, вследствие и их поступления на фильтр с необработанной водой, и указанного явления отрыва, которое обеспечивает мобилизацию значимого количества осажденных частиц с начала работы фильтра. Как раз адгезия поступающей из разных источников взвеси к материалу и компенсирует с избытком убыль осадка за счет его мобилизации.

Выводы

Нередко образовавшийся осадок оказывает существенное влияние на адгезионный процесс в течение всей работы фильтра. Так, заполнение вакантных мест, а фактически сокращение общей поверхности контакта между зернами загрузки и суспензией ведет к серьезному ухудшению сорбционных свойств фильтрующего материала. Отвечающая таким условиям фильтрования массообменная кинетика является нелинейной и не может быть подменена линейной, так как это приводит к значительным ошибкам в расчетах и качества фильтрата, и гидравлического сопротивления. Наличие остаточного осадка после неполной промывки

фильтра в состоянии заметно снизить адгезионную способность загрузки и в конечном итоге сократить длительность фильтроцикла.

Список литературы

1. Бугай Н.Г., Кривоног А.И., Кривоног В.Г. Безреагентная очистка воды фильтрами из волокнисто-пористого полиэтилена // Прикладна гідромеханіка. – 2004. – Т.6.(78), № 2. – С.27-43.
2. Calvin R.M. Ripening of silica sand used for filtration // Water Res. – 1992. – 26., № 5. – P.683-688.
3. Поляков В.Л. О выборе коэффициента скорости удаления взвеси из суспензии при фильтровании // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки: науково-техн.зб. – Вип.8. – К.: КНУБА, 2007. – С.120-131.
4. Алексеев В.С., Коммунар Г.М., Шержуков Б.С. Массоперенос в водонасыщенных горных породах. Серия А: Гидрогеология, инженерная геология. – Т.11 – Москва: ВИНТИ, 1989. – 143 с.
5. Поляков В.Л. Фильтрование суспензий через многослойную загрузку при нелинейной кинетике массообмена. 1. Теория // Химия и технология воды. – 2011, 33, № 1. – С.3-14.
6. Тугай А.М., Олійник О.Я., Тугай Я.А. Продуктивність водозабірних свердловин в умовах кольматажу. – Харків: ХНАМГ, 2004. – 240 с.
7. Labanda J., Sabat J., Llorens J. Modeling of the dynamic adsorption of an anionic dye through ion-exchange membrane adsorber// J. Membr. Sci. – 2009. – 340. – P.234–240.
8. Saiers J.T., Hornberger G.V. First- and second-order kinetics approaches for modeling the transport of colloidal particles in porous media // Water Resour. Res. – 1994. – 30, № 9. – P.2499-2506.
9. Поляков В.Л. Теоретический анализ длительности фильтроцикла // Химия и технология воды. – 2009. – 31, № 6. – С.605-618.

Стаття надійшла до редакції 22.05.2014