

С.І. КРИЛЬ, доктор технічних наук  
І.В. СКОРОХОД, кандидат фізико-математичних наук  
В.В. ФАДЕІЧЕВ, головний інженер-гідротехнік  
Інститут гідромеханіки НАН України

## **ВТРАТА НАПОРУ ПО ДОВЖИНІ ТРУБИ ПРИ ГІДРОТРАНСПОРТІ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ, ЯКІ СКЛАДАЮТЬСЯ ІЗ ЧАСТОК РІЗНОЇ ГУСТИНИ І КРУПНОСТІ**

*Визначено осереднені характеристики багатокomпонентного сипкого матеріалу, який складається із декількох сипких матеріалів, різних за своєю гранулометриєю та густиною часток. Отримано науково обґрунтований вираз для визначення втрат напору по довжині труби при гідротранспорті такого роду сипких матеріалів.*

**Ключові слова:** багатокomпонентний сипкий матеріал; трубопровідний транспорт; втрати напору по довжині труби.

*Определены осредненные характеристики многокомпонентного сыпучего материала, состоящего из нескольких сыпучих материалов, разных по гранулометрии и плотности частиц. Получено научно обоснованное выражение для определения потерь напора по длине трубы при гидротранспорте такого рода сыпучих материалов.*

**Ключевые слова:** многокомпонентный сыпучий материал; трубопроводный транспорт; потери напора по длине трубы.

*Defined averaged characteristics of multicomponent bulk material consisting of several bulk materials of different particle size and particle density. Obtained scientifically based expression for the pressure loss along the pipe during hydrotransport such bulk materials.*

**Keywords:** multi-particulate material, pipeline, pressure drop along the pipe.

Відомі дотепер теоретичні і експериментальні дослідження двофазних потоків в трубах стосовно проблеми трубопровідного гідротранспорту твердих дисперсних матеріалів характерні тим, що тверда фаза суспензії розглядається як полідисперсне і однорідне за густиною часток сипке середовище [1-3]. Однак, у багатьох галузях промисловості, особливо в гірничовидобувній і металургійній, дисперсні матеріали містять частки, різні не лише за крупністю, а й за густиною. Тобто такого роду тверді дисперсні матеріали є багатокomпонентними. Вони складаються із декількох сипких матеріалів, різних за своєю гранулометриєю та густиною часток. Незважаючи на те, що дослідженню основних параметрів

гідротранспортування багатокомпонентних дисперсних матеріалів присвячена низка наукових робіт [4,5], потоки такого роду суспензій в трубах вивчені недостатньо.

Нижче визначено осереднені характеристики багатокомпонентного сипкого матеріалу, побудовано узагальнені гідравлічні рівняння руху суспензій в трубах на випадок, коли тверда фаза складається із часток різної густини і крупності, та отримано на основі цих рівнянь вираз для визначення втрати напору по довжині труби.

Розглянемо суміш  $n$  різних сипких матеріалів, кожен із яких характеризується своїми гранулометричним складом, густиною часток  $\rho_{s,i}$  та частковим вмістом у загальній масі цих матеріалів  $\alpha_i = \frac{m_i}{m}$ , де  $m_i$  і  $m$  – маса  $i$ -того дисперсного матеріалу і суміші, відповідно ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

До характеристик багатокомпонентного дисперсного матеріалу відносяться середні за усіма складовими цього матеріалу густина  $\bar{\rho}_s$ , діаметр  $\bar{d}_s$  та гідравлічна крупність твердих часток  $\bar{w}_s$ . При цьому під терміном «діаметр» твердої частки слід розуміти діаметр кулі, рівновеликої за об'ємом з даною твердою часткою. Величини  $\bar{\rho}_s$ ,  $\bar{d}_s$  та  $\bar{w}_s$  визначаються за відповідними формулами

$$\bar{\rho}_s = \alpha_1 \rho_{s,1} + \alpha_2 \rho_{s,2} + \dots + \alpha_n \rho_{s,n}, \quad (1)$$

$$\bar{d}_s = \alpha_1 \bar{d}_{s,1} + \alpha_2 \bar{d}_{s,2} + \dots + \alpha_n \bar{d}_{s,n}, \quad (2)$$

$$\bar{w}_s = \alpha_1 \bar{w}_{s,1} + \alpha_2 \bar{w}_{s,2} + \dots + \alpha_n \bar{w}_{s,n}, \quad (3)$$

де  $\rho_{s,i}$  – густина часток  $i$ -того матеріалу;  $\bar{d}_{s,i}$ ,  $\bar{w}_{s,i}$  – середні за гранулометричним складом діаметр і гідравлічна крупність твердих часток  $i$ -того матеріалу.

Пропонується простий графічний метод визначення гідравлічної крупності [6]. Він носить узагальнений характер, оскільки враховує ламінарний, перехідний і турбулентний режими обтікання твердої частки рідиною. Суть цього методу визначення  $\bar{w}_{s,i}$  полягає у наступному.

Для заданих крупності  $\bar{d}_{s,i}$  і густини  $\rho_{s,i}$  часток  $i$ -того матеріалу, а також густини  $\rho_w$  і кінематичної в'язкості рідини  $\nu_w$ , визначають число Архімеда  $A_{r,i}$ :

$$A_{r,i} = \left( \frac{\rho_{s,i}}{\rho_w} - 1 \right) g \frac{\bar{d}_{s,i}^3}{\nu_w^2}. \quad (4)$$

Знаючи число  $A_{r,i}$ , із рис. 1, на якому показана залежність  $\lg Re_i$  від  $\lg \sqrt{B}$ , де  $B = \frac{4}{3} A_{r,i}$ , знаходимо відповідну величину  $\lg Re_i$ , а, отже, і саме число  $Re_i$ . Ураховуючи, що  $Re_i = \frac{\bar{d}_{s,i} \bar{w}_{s,i}}{\nu_w}$ , знайденому числу  $Re_i$  буде відповідати гідравлічна крупність  $\bar{w}_{s,i}$ , яка дорівнює

$$\bar{w}_{s,i} = \frac{\nu_w}{\bar{d}_{s,i}} Re_i. \quad (5)$$

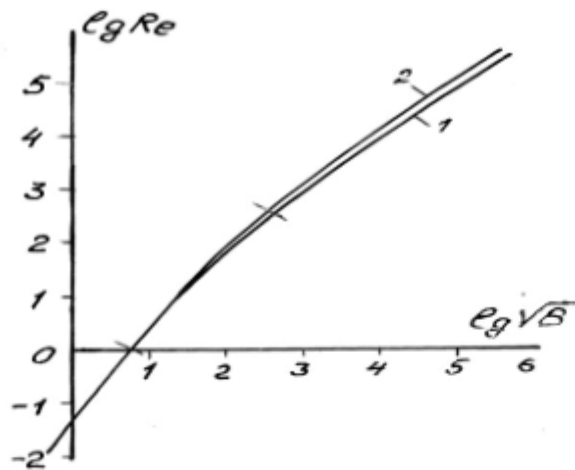


Рис. 1. Залежність  $\lg Re_i$  від  $\lg \sqrt{B}$ : 1 – ґрунтові матеріали; 2 – кулі.

На кривих 1 і 2, які показані на рис. 1, відмічено три характерні ділянки. Ділянка, що відповідає значенням  $\lg \sqrt{B} < 0,73$ , відноситься до ламінарного режиму обтікання твердої частки. У даному випадку величину  $\bar{w}_{s,i}$  можна визначити не тільки вищезазначеним графічним методом, а й за формулою

$$\bar{w}_{s,i} = \frac{A_{r,i} g d_{s,i}^2}{18 \nu_w}.$$

Друга ділянка кривих 1 і 2, що відповідає значенням  $0,73 \leq \lg \sqrt{B} \leq 2,6$ , відноситься до перехідного режиму обтікання, тоді як ділянка при  $\lg \sqrt{B} > 2,6$  – до автомодельності за числом  $Re_i$ .

В [7] побудовано осереднені загальні диференціальні рівняння механіки для турбулентного потоку суспензії полідисперсних твердих матеріалів. Аналогічним чином можна отримати рівняння для усталеного одновимірного руху суспензій в трубах на випадок, коли суспензія містить тверді частки різної густини і крупності. У даному разі отримані рівняння, записані окремо для рідинної фази та  $i$ -го твердого матеріалу, мають вигляд:

рівняння нерозривності фаз

$$\rho_w (1 - C) u_w F = \text{const}, \quad (6)$$

$$\rho_{s,i} C \langle C_i \rangle \langle u_{s,i} \rangle F = \text{const}; \quad (7)$$

рівняння руху фаз

$$-(1 - C) \frac{dp}{dx} = \rho_w (1 - C) g \sin \varphi + (1 - C) \frac{4\tau_0}{D} - R_s, \quad (8)$$

$$-C \langle C_i \rangle \frac{dp}{dx} = \rho_{s,i} C \langle C_i \rangle g \sin \varphi + C \langle C_i \rangle \frac{4\tau_0}{D} + \langle C_i \rangle R_s. \quad (9)$$

При написанні рівнянь (6) – (9) використані наступні позначення:  $C$  – середня об'ємна концентрація багатокомпонентного твердого матеріалу, яка дорівнює відношенню сумарного об'єму твердої фази  $V_s$  до об'єму суспензії на даній ділянці труби  $V$ ;  $\langle C_i \rangle$  – доля (за об'ємом)  $i$ -го твердого матеріалу у

сумарному об'ємі твердої фази,  $\langle C_i \rangle = \frac{V_{s,i}}{V_s}$ ;  $u_w$ ,  $\langle u_{s,i} \rangle$  – істинна швидкість рідинної фази та часток твердого  $i$ -го матеріалу;  $D$  – діаметр труби;  $F$  – площа живого перерізу потоку;  $P$  – тиск;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $\varphi$  – кут нахилу осі труби до горизонту;  $\tau_0$  – інтенсивність сили тертя суспензії до внутрішньої поверхні труби;  $R_s$  – питома, віднесена до одиниці об'єму суспензії, сила міжфазової взаємодії, обумовлена обтіканням твердих часток рідиною; вісь  $Ox$  співпадає з віссю труби і спрямована уздовж потоку.

Отже, отримано  $2n$  рівнянь для твердої фази, та два рівняння для рідинної. З метою пониження кількості рівнянь твердої фази до 2, зробимо наступні елементарні перетворення.

Представимо параметр  $\alpha_i$  у вигляді

$$\alpha_i = \frac{\rho_{s,i} V_{s,i}}{\sum_{i=1}^n \rho_{s,i} V_{s,i}}$$

або, ураховуючи, що  $V_{s,i} = \langle C_i \rangle V_s$ ,

$$\alpha_i = \frac{\rho_{s,i} \langle C_i \rangle}{\sum_{i=1}^n \rho_{s,i} \langle C_i \rangle}. \quad (10)$$

Однак, зважаючи на те, що

$$\sum_{i=1}^n \rho_{s,i} \langle C_i \rangle = \bar{\rho}_s,$$

із (10) отримуємо

$$\rho_{s,i} \langle C_i \rangle = \alpha_i \bar{\rho}_s. \quad (11)$$

На підставі рівності (11) перетворимо рівняння (7) і (9) до наступного вигляду відповідно

$$\bar{\rho}_s C \alpha_i \langle u_{s,i} \rangle F = const, \quad (12)$$

$$-C \langle C_i \rangle \frac{dP}{dx} = \bar{\rho}_s C \alpha_i g \sin \varphi + C \langle C_i \rangle \frac{4\tau_0}{D} + \langle C_i \rangle R_s. \quad (13)$$

Склавши (по  $i$ ) кожне із рівнянь (12) і (13) і ураховуючи, що

$$\langle C_1 \rangle + \langle C_2 \rangle + \dots + \langle C_n \rangle = 1,$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1,$$

матимемо відповідно

$$\bar{\rho}_s C \bar{u}_s F = const, \quad (14)$$

$$-C \frac{dP}{dx} = \bar{\rho}_s C g \sin \varphi + C \frac{4\tau_0}{D} + R_s, \quad (15)$$

де  $\bar{u}_s$  – середньомасова істинна швидкість твердої фази суспензії

$$\bar{u}_s = \alpha_1 \langle u_{s,1} \rangle + \alpha_2 \langle u_{s,2} \rangle + \dots + \alpha_n \langle u_{s,n} \rangle. \quad (16)$$

Таким чином,  $n$  рівнянь типу (12) зведено до одного рівняння (14), а  $n$  рівнянь типу (13) – до рівняння (15). При цьому рівняння (14) і (15) описують одновимірний осереднений рух багатокомпонентного сипкого матеріалу як деякого однокомпонентного сипкого матеріалу, характеристиками якого є  $\bar{d}_s$ ,  $\bar{\rho}_s$  і  $\bar{w}_s$ , які визначаються за відповідними формулами (1), (2) і (3).

Рівняння (6), (8) і (14), (15) є базовими рівняннями для розв'язування практичних задач трубопровідного гідротранспорту одно- чи багатокомпонентних сипких матеріалів.

Розглянемо питання про питому втрату напору на тертя при трубопровідному гідротранспорті сипких матеріалів.

Введемо позначення

$$Q_w = (1 - C)u_w F, \quad (17)$$

$$Q_s = C\bar{u}_s F, \quad (18)$$

де  $Q_w$  і  $Q_s$  – об'ємна витрата рідинної і твердої фаз суспензії. Оскільки  $\rho_w$  і  $\bar{\rho}_s$  постійні величини, рівняння нерозривності (6) і (14) перепишемо, прийнявши до уваги (17) і (18), у наступному вигляді відповідно

$$\left. \begin{aligned} Q_w &= \text{const} \\ Q_s &= \text{const} \end{aligned} \right\} \text{ уздовж потоку} \quad (19)$$

$$(20)$$

Тепер перетворимо рівняння (8) і (15) до рівняння енергії для одновимірного потоку реальної (в'язкої) суспензії. Для цього величину  $\sin\varphi$  в (8) і (15) замінимо на  $\frac{dz}{dx}$ , де  $z$  – вертикальна відмітка відносно вибраної площини порівняння. Потім помножимо ці рівняння для рідинної і твердої фаз на  $u_w F$  і  $\bar{u}_s F$ , відповідно, і складемо їх. В результаті подальших елементарних перетворень отримуємо гідравлічне рівняння енергії для усталеного рівномірного руху суспензії в трубі, тобто рівняння Бернуллі для потоку реальної (в'язкої) суспензії. У даному разі це рівняння, написане для початкового і кінцевого перерізів труби з урахуванням того, що тиск у другому із цих перерізів дорівнює атмосферному тиску  $P_{\text{атм}}$  має вигляд

$$P_m = \rho_P g(z_2 - z_1) + \frac{4L}{D} \tau + \frac{FL}{Q} R_s(u_w - \bar{u}_s). \quad (21)$$

Тут  $P_m = P_1 - P_{\text{атм}}$  – питома, віднесена до одиниці об'єму суспензії, потенціальна енергія манометричного тиску у початковому перерізі труби;  $\rho_P$  – витратна густина суспензії

$$\rho_P = \rho_w(1 - C_P) + \bar{\rho}_s C_P, \quad (22)$$

де  $C_P$  – витратна об'ємна концентрація твердої фази

$$C_P = \frac{Q_s}{Q}; \quad (23)$$

$Q$  – об'ємна витрата суспензії

$$Q = Q_s + Q_w. \quad (24)$$

Згідно з (21), питома потенціальна енергія тиску  $P_m$  витрачається на підймання суспензії, густина якої дорівнює  $\rho_P$ , на висоту  $z_2 - z_1$  і на подолання гідравлічних опорів сил тертя і міжфазової взаємодії по усій довжині труби  $L$ .

Слід зазначити, що концентрації  $C_p$  і  $C$  пов'язані між собою через співвідношення істинних швидкостей фаз. Так, вираз (23) перетворюється з урахуванням (17), (18) і (24) до вигляду

$$\frac{C_p}{C} = \frac{1}{C + (1-C) \frac{u_w}{\bar{u}_s}} \quad (25)$$

Звідси випливає, що  $C_p = C$  лише у випадку твердих часток нейтральної плавучості, істинна швидкість яких дорівнює істинній швидкості рідинної фази. В усіх інших випадках, в яких істинні швидкості фаз різні, концентрація  $C_p \neq C$ . На теперішній час співвідношення  $\frac{C_p}{C}$  найбільш повно вивчено для горизонтальних і вертикальних труб.

Для горизонтальних труб рівняння (21) набуває вигляду

$$P_m = \frac{4L}{D} \tau_0 + \frac{FL}{Q} R_s (u_w - \bar{u}_s). \quad (26)$$

Поділимо усі члени цього рівняння на питому вагу рідинної фази  $\rho_w g$  і позначимо величину  $\frac{P_m}{\rho_w g}$  через  $h$ . В результаті отримаємо

$$h = \frac{4L}{\rho_w g D} \tau_0 + \frac{FL}{Q \rho_w g} R_s (u_w - \bar{u}_s), \quad (27)$$

де  $h$  – втрата напору, вираженого в метрах стовпа рідинної фази, по довжині труби.

Аналогічно, як і для потоків однорідних рідин в трубах [8], можемо написати

$$\tau_0 = \frac{\lambda}{4} \rho_p \frac{u^2}{2}, \quad (28)$$

де  $\lambda$  і  $u$  – гідравлічний коефіцієнт тертя для потоку суспензії і середня швидкість цього потоку відповідно.

З урахуванням (28) перший член правої частини рівняння (27) набуває вигляду

$$\frac{4L}{\rho_w g D} \tau_0 = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho_p}{\rho_w} \frac{u^2}{2}. \quad (29)$$

Переходимо до розгляду другого члена правої частини рівняння (27).

Величина  $R_s(u_w - \bar{u}_s)$  виражає питому, віднесenu до одиниці об'єму і одиниці часу, енергію, яка витрачається осередненим рухом суспензії на подолання гідродинамічного опору завислих твердих часток в процесі обтікання їх рідиною. В [3] встановлено, що вся кількість цієї енергії переходить від осередненого руху суспензії до пульсаційного, де згодом гаситься силами в'язкості, тобто переходить в теплоту. В основі механізму переходу зазначеної енергії від осередненого руху до пульсаційного є неперервний каскадний процес утворення і розпаду вихорів різних порядків в слідах за твердими частками. При цьому вихори більш високого порядку, розпадаючись, породжують вихори більш низького порядку і передають їм свою енергію. Таким чином, енергія осередненого руху послідовно

передається пульсаційним рухам всіх масштабів аж до рухів мінімального масштабу, в яких має місце дисипація кінетичної енергії.

Отже, на підставі вищезазначеного, питома енергія осередненого відносного руху фаз дорівнює питомій енергії пульсаційного відносного руху, тобто

$$R_s(u_w - \bar{u}_s) = \sum_{i=1}^3 \overline{R'_{s,i}(u'_{w,i} - u'_{s,i})}, \quad (30)$$

де штрихом позначено пульсаційні складові сили міжфазової взаємодії і швидкостей фаз, а верхньою рискою – середньостатистичне значення величин.

Якщо припустити, що енергія відносного пульсаційного руху фаз у поздовжньому і поперечному напрямках мала порівняно з енергією у вертикальному напрямку, то, замінивши в (30) проекцію на вісь  $\bar{i} = 3$  проекцією на вісь  $Z$ , будемо мати наближено

$$R_s(u_w - \bar{u}_s) = \overline{R'_{s,z}(u'_{w,z} - u'_{s,z})}. \quad (31)$$

Права частина цього рівняння виражає не що інше, як питому енергію вертикальних пульсацій, яка витрачається проти сили гравітації для підтримки твердих часток, густина яких більша за густину рідини, у завислому стані. За аналогією з гравітаційною теорією руху завислих твердих часток [9], можемо написати

$$\overline{R'_{s,z}(u'_{w,z} - u'_{s,z})} = (\Delta_s - 1)\rho_w g w_s^* C, \quad (32)$$

де  $\Delta_s = \frac{\bar{\rho}_s}{\rho_w}$ ;  $w_s^*$  – гідравлічна крупність при груповому падінні твердих часток в нерухомій безмежній рідині. Величину  $w_s^*$  визначимо за формулою [10]

$$w_s^* = w_s \frac{(1-C)^2}{1+C}, \quad (33)$$

з урахуванням якої рівняння (32) набуває вигляду

$$\overline{R'_{s,z}(u'_{w,z} - u'_{s,z})} = (\Delta_s - 1)C \frac{(1-C)^2}{1+C} w_s \rho_w g. \quad (34)$$

Підставивши (34) в (31), матимемо

$$R_s(u_w - \bar{u}_s) = (\Delta_s - 1)C \frac{(1-C)^2}{1+C} w_s \rho_w g. \quad (35)$$

Якщо прийняти до уваги вираз (35), то другий член правої частини рівняння (26) можемо написати у вигляді

$$\frac{FL}{Q} R_s(u_w - \bar{u}_s) = L(\Delta_s - 1)C \frac{(1-C)^2}{1+C} \rho_w g \frac{w_s}{u}, \quad (36)$$

де  $u = \frac{Q}{F}$  – середня швидкість руху суспензії.

В результаті підстановки виразів (29) і (36) в рівняння (26) та подальших елементарних перетворень отримуємо формулу для визначення гідравлічного нахилу при усталеному русі суспензій в горизонтальних трубах  $\bar{i}$ :

$$\bar{i} = \bar{\lambda} \frac{\rho_P}{\rho_w} \bar{i}_w + (\Delta_s - 1)C \frac{(1-C)^2}{1+C} \rho_w g \frac{w_s}{u}, \quad (37)$$

$$\bar{i}_w = \lambda_w \frac{u^2}{2gD}, \quad (38)$$

де  $i_w, \lambda_w$  – гідравлічний нахил і гідравлічний коефіцієнт тертя у відповідному потоці однорідної рідини, тобто у потоці чистої (без твердих часток) води, яка рухається зі швидкістю, рівною швидкості руху суспензії в трубі діаметром  $D$ ;  $\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_w$  – співвідношення гідравлічних коефіцієнтів тертя  $\lambda$  і  $\lambda_w$ .

При роботі гідротранспортних горизонтальних трубопроводів економічним вважається критичний режим гідротранспортування, тобто режим, який передує початку замулювання нижньої стінки труби, і в даному разі гідравлічний нахил приймає мінімальне значення.

Розглядаючи критичний режим гідротранспортування, перепишемо рівняння (37) і (38) у відповідному вигляді:

$$i_{кр} = \bar{\lambda}_{кр} \frac{\rho_{p,кр}}{\rho_w} i_{w,кр} + (\Delta_s - 1) C \frac{(1-C)^2 w_s}{1+C u_{кр}}, \quad (39)$$

$$i_{w,кр} = \lambda_{w,кр} \frac{u_{кр}^2}{2gD}, \quad (40)$$

де  $u_{кр}$  – критична швидкість гідротранспортування;  $i_{w,кр}, \lambda_{w,кр}$  – гідравлічний нахил і гідравлічний коефіцієнт тертя у відповідному потоці однорідної рідини при середній швидкості, рівній  $u_{кр}$ . Величина  $\frac{\rho_{p,кр}}{\rho_w}$  визначається за формулою [3]

$$\frac{\rho_{p,кр}}{\rho_w} = 1 + (\Delta_s - 1) C_{p,кр}; \quad (41)$$

$$C_{p,кр} = C [1 - f_p \cdot f_d (1 - \frac{C}{C_m})^{2,16}]; \quad (42)$$

$$f_p = 0,45 [1 + \text{sign } \varphi \text{ th}(0,967 | \varphi |^{0,6})]; \quad (43)$$

$$\varphi = \lg Re_s - 0,88; \quad (44)$$

$$f_d = 0,18 \frac{D_0}{D} + 0,82, \quad (45)$$

де  $D_0 = 0,1$  м – приведений діаметр труби;  $\text{sign } \varphi$  – знак величини  $\varphi$ ;  $C_m$  – гранична об'ємна концентрація сипкого матеріалу.

Рівняння (39) містить дві поки що невідомі величини:  $u_{кр}$  і  $\bar{\lambda}_{кр}$ . Величину  $u_{кр}$  можна визначити за методикою розрахунку, розробленою в [3]. Що стосується величини  $\bar{\lambda}_{кр}$ , то визначимо її на основі експериментальних даних щодо  $i_{кр}$ , отриманих при гідротранспортуванні різного роду сипких однокомпонентних матеріалів в горизонтальних трубах різних діаметрів. Характеристики сипких матеріалів і діаметри труб, які використані для визначення величини  $\bar{\lambda}_{кр}$ , представлені в таблиці 1.

Для заданих умов гідротранспортування величина  $\bar{\lambda}_{кр}$  обчислювалася за формулою, яка витікає із (39):

$$\bar{\lambda}_{кр} = [i_{кр} - (\Delta_s - 1) C \frac{(1-C)^2 w_s}{1+C u_{кр}}] \frac{\rho_w}{\rho_{p,кр}} \cdot \frac{1}{i_{w,кр}}. \quad (46)$$



Таблиця 1

№ п/п	Сипкий матеріал	$d_s$ мм	$w_s$ см/с	$\Delta_s$	$C_m$	$D$ мм	Літературне джерело
1	пісок	0,290	3,1	2,65	0,6	50,4	[11]
2	пісок	0,263	2,7	2,65	0,6	202	[12]
3	пісок	0,330	4,0	2,65	0,6	800	[1]
4	концентрат залізної руди	0,058	0,48	4,45	0,31	103	[12]
5	відходи збагачування (хвосты)	0,338	5,15	3,36	0,55	202	[12]

При цьому критична швидкість  $u_{кр}$  визначається розрахунковим шляхом за методикою, розробленою в [3], а відповідні значення параметрів  $i_{кр}$  і  $i_{w,кр}$  запозичено із експериментальних даних. В результаті установлена лінійна залежність величини  $\bar{\lambda}_{кр}$  від числа Фруда  $Fr_{кр} = \frac{u_{кр}^2}{gD}$  (рис. 2).

Ця залежність апроксимується за формулою

$$\bar{\lambda}_{кр} = 1 + 0,09Fr_{кр}. \quad (47)$$

Відносне відхилення розрахункових значень  $\bar{\lambda}_{кр}$ , отриманих за формулою (46) від експериментальних складає в середньому біля 1%.

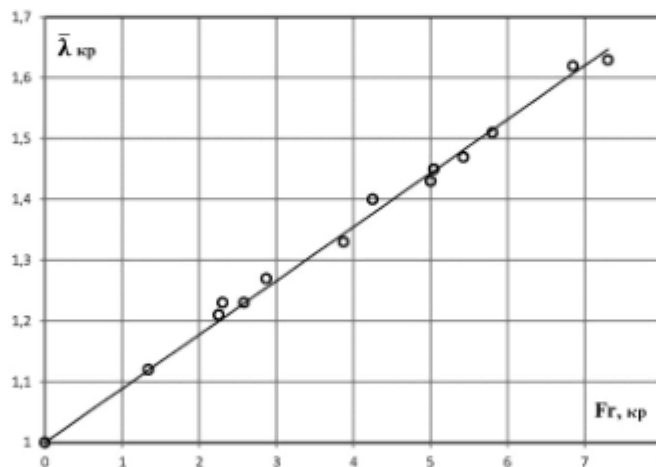


Рис. 2. Залежність величини  $\bar{\lambda}_{кр}$  від  $Fr_{кр}$ .

В результаті розрахунків величини  $\bar{\lambda}_{кр}$  установлено також, що величина гідравлічного нахилу, пов'язаного з ковзанням рідинної і твердої фаз суспензії, складає, в залежності від  $C$ , від 1 до 4% по відношенню до  $i_{кр}$ .

Отже, розрахункові формули (39) – (45) і (47) в сукупності з методикою розрахунку критичної швидкості, наведеною в [3], дозволяють визначити гідравлічний нахил для горизонтальної труби в разі критичного режиму гідротранспортування.

На рис. 3 зіставлені розрахункові значення  $i_{кр}$  з експериментальними значеннями, отриманими для сипких матеріалів, характеристики яких наведені в табл. 1. Видно, що усі точки групуються в околі бісектриси координатного кута. Середнє відхилення розрахункових значень  $i_{кр}$  від дослідних не перевищує 1%, що обумовлено високою точністю розрахунку величини  $\bar{\lambda}_{кр}$ .

Слід зазначити, що величина  $\bar{\lambda}_{кр}$  визначена на основі експериментальних даних по вимірюванню гідравлічного нахилу  $i_{кр}$  при гідротранспортуванні однокомпонентних сипких матеріалів, характеристики яких наведені в табл. 1. Однак, отримані результати щодо  $\bar{\lambda}_{кр}$  стосуються не тільки одно-, а й багатокомпонентних сипких матеріалів, оскільки, як уже зазначено вище, багатокомпонентні сипкі матеріали можна розглядати як однокомпонентні з відповідними усередненими характеристиками.

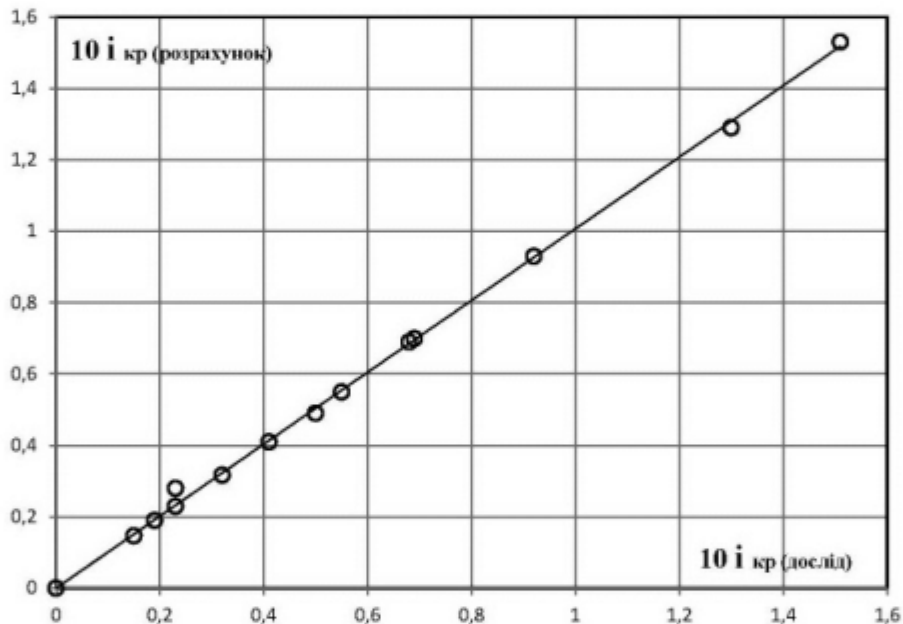


Рис. 3. Зіставлення розрахункових і дослідних значень гідравлічного нахилу  $i_{кр}$ .

При проектуванні і створенні промислових гідротранспортних установок замість критичної швидкості  $u_{кр}$  приймають зазвичай дещо більшу швидкість  $u = 1,1u_{кр}$  з метою забезпечення стабільності гідротранспортування. У даному разі можна рекомендувати наступну формулу для визначення гідравлічного нахилу  $i$ :

$$i = i_w + (i_{кр} - i_{w,кр}), \quad (48)$$

де  $i_w$  – гідравлічний нахил при русі води зі швидкістю  $u = 1,1u_{кр}$ .

### Список літератури

1. *Силин Н.А., Коберник С.Г.* Режимы работы крупных землесосных снарядов и трубопроводов. – К.: АН УССР, 1962. – 215 с.
2. *Смолдырев А.Е.* Гидро- и пневмотранспорт. – М.: Недра, 1975. – 383 с.
3. *Криль С.И.* Напорные взвесенесущие потоки. – К., Наук. думка, 1990. – 160 с.
4. *Криль С.И., Семенов Е.И.* Методика расчета параметров трубопроводного гидротранспорта разноплотностных полидисперсных материалов // Прикладна гідромеханіка. – 210. – т.12(84), №1 – С.48-54.
5. *Баранов Ю.Д., Блюсс Б.А., Семенов Е.В., Шурыгин В.Д.* Обоснование параметров и режимов работы систем гидротранспорта горных предприятий. – Днепропетровск: Инс-т геотехнической механики им.Н.С.Полякова НАНУ, 2006. – 416 с.
6. *Криль С.И., Скороход И.В., Фадеев В.В.* О графическом методе определения гидравлической крупности твердых частиц // Проблемы водопостачання, водовідведення та гідраліки. – Вип.18. – 2012. – С.129-135.
7. *Криль С.И.* Уравнения механики полидисперсных взвесенесущих потоков//Гидравлика и гидротехника, межведомственный научно-техн. сборник. К.: Техніка, – 1978. – Вып. 27. – С.62-66.
8. *Константинов Ю.М.* Гидравлика. – К., Вища школа, 1981. – 357 с.
9. *Великанов М.А.* К вопросу о гравитационной теории движения взвешенных наносов // Изв. АН СССР. ОТН. – 1951. – №11. – С.1731-1743.
10. *Криль С.И., Берман В.П.* К вопросу о влиянии концентрации твердых частиц суспензии на скорость их седиментации // Прикладна гідромеханіка – 6(78), №3 – 2004. – С.41-47.
11. *Криль С.И.* Основы теории и метод расчета напорных взвесенесущих потоков: Диссерт. докт. техн.наук – Л., 1985. – 453 с.
12. *Коберник С.Г., Войтенко В.И.* Напорный гидротранспорт хвостов горнообогатительных комбинатов – К.: Наук. думка, 1967 – 140 с.

Стаття надійшла до редакції 04.06.2014