

В.Л. ПОЛЯКОВ, доктор технічних наук  
Институт гидромеханики НАН Украины

## О ТЕОРИИ ПЛОСКОРАДИАЛЬНОГО ФИЛЬТРОВАНИЯ И ЕЕ НЕКОТОРЫХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

*Зроблено огляд проведених раніше досліджень аналітичними методами нетрадиційного плоскорадіального фільтрування. Наведено деякі залежності для визначення вмісту суспензії в фільтраті, тривалості фільтроциклу, оптимальних в технологічному відношенні розмірів циліндричного завантаження. Представлено результати розрахунків характерних прикладів.*

**Ключові слова:** плоскорадіальное фільтрування, тривалість фільтроцикла, завантаження, висота, радіус, методики.

*Сделан обзор проведенных ранее исследований аналитическими методами нетрадиционного плоскорадiaalного фильтрования. Приведены некоторые зависимости для определения содержания взвеси в фильтрате, длительности фильтроцикла, оптимальных в технологическом отношении размеров цилиндрической загрузки. Даны результаты расчетов характерных примеров.*

**Ключевые слова:** плоскорадiaalное фильтрование, длительность фильтроцикла, загрузка, высота, радиус, методики.

*Review was performed of own planar radial filtration studies by analytical methods. A few relationships were given to determine suspension content in filtrate, filter run, optimal sizes of cylindrical filter medium. Characteristic examples were calculated.*

**Key words:** planar radial filtration, filter run, filter medium, height, radius, techniques.

При освітленні слабоконцентрованих суспензій з допомогою прямооточного фільтрування застосування хорошосорбуючих матеріалів нецелесообразно ввиду швидкого заилення входного участку завантаження. Тому прискорено зростає її гідравлічне опору і прискорено виснажується енергетичний ресурс водоочисного фільтра. Забезпечити більш рівномірне розподілення осаду в плоскій завантаженні і тим самим уповільнити зростання втрат напору в ній вдасться завдяки, во-перше, використанню матеріалів з помірною адгезійною здатністю, во-друге, пристрою завантажок з шаровою структурою і частинками різної крупності. Однак в обох випадках досягається незначительний позитивний ефект. Суттєво ж продовжити час

непрерывной работы фильтра возможно, если организовать движение суспензии в строго радиальном направлении [1, 2]. Тогда, несмотря на постоянство гидравлической нагрузки, что характерно для основного режима фильтрования, скорость фильтрования  $V$  будет переменной вдоль фильтрационного течения. Давно известно, что массообменные коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$  существенно зависят от  $V$  [3, 4] и при математическом моделировании фильтрования оправданно принимать для них обобщенную степенную форму, так что

$$\alpha = \alpha_V V^l, \quad \beta = \beta_V V^q. \quad (1)$$

Следовательно, изменение  $V$  обусловит соответствующие изменения указанных коэффициентов. Установлено теоретическим и экспериментальным путем, что показатель степени  $l$  может быть и отрицательным, и положительным. С физической точки зрения данный факт означает, что фильтрационный процесс в состоянии соответственно ослаблять или усиливать прилипание частиц суспензии к частицам-коллекторам. Таким образом, подавая исходную воду в зависимости от способа влияния фильтрационного потока на адгезионный процесс снаружи или изнутри, в принципе возможно добиться намного более равномерного отложения взвеси в порах однородной загрузки. Если же ее материал способен интенсивно извлекать взвесь из суспензии, то осветлительный потенциал фильтра удастся реализовывать значительно полнее. О серьезных преимуществах нетрадиционного плоскорадиального фильтрования (ПРФ) перед традиционным прямоточным (ПТФ) свидетельствуют обстоятельные теоретические исследования. Наряду с историей вопроса их результаты обстоятельно изложены в ряде работ, например [5-8]. Ниже дается ретроспективное описание некоторых из них, что позволяет получить общее представление о достоинствах и перспективах ПРФ. Внимание акцентируется на приложениях разработанной теории ПРФ. Дана краткая характеристика двух из них, которые имеют особое значение для практики фильтрования. Первым является методика, предназначенная для вычисления технологических времен – времени защитного действия загрузки  $t_p$ , времени достижения потерями напора предельно допустимой величины  $t_h$ . Длительность фильтроцикла отождествляется с меньшим из них. Второе приложение представляет собой методику инженерного расчета рациональных в технологическом отношении геометрических параметров цилиндрической загрузки. Здесь под ними понимаются такие высота и радиусы слоя загрузки, при которых с учетом принимаемых ограничений гарантируется максимальная длительность фильтроцикла.

Основополагающее значение в теории ПРФ имеет математическая модель, состоящая из двух взаимосвязанных блоков, Осветлительный блок включает уравнения массопереноса и массообмена между твердой и жидкой фазами загрузки:

$$V(r) \frac{\partial C}{\partial r} \mp \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \alpha_V V^l(r) C - \beta_V V^q(r) S, \quad (3)$$

граничное и начальное условия:

$$r = r_{0,e}, \quad C = C_0; \quad t = 0, \quad S = 0. \quad (4)$$

Фильтрационный блок содержит уравнение движения (обобщенный закон Дарси) и закон изменения гидравлического сопротивления заиляемой загрузки:

$$V(r) = \pm k(S) \frac{\partial h}{\partial r}, \quad (5)$$

$$k(S) = k_0 \left[ 1 - \left( \gamma \frac{S}{n_0} \right)^{m_1} \right]^{m_2}; \quad (6)$$

граничное условие

$$r = r_{e,0}, \quad h = H_d. \quad (7)$$

Здесь  $C$ ,  $S$  – объемные концентрации взвешенных и осажденных частиц суспензии;  $\alpha_V$ ,  $\beta_V$  – приведенные коэффициенты скоростей прилипания и отрыва данных частиц;  $r_0$ ,  $r_e$  – радиусы внешней и внутренней цилиндрических поверхностей;  $C_0$ ,  $H_d$  – фиксированная объемная концентрация взвеси на входе в загрузку и напор на выходе из нее;  $k$ ,  $k_0$  – коэффициенты фильтрации заиленной и чистой загрузки;  $h$  – пьезометрический напор;  $\gamma$  – доля по объему осажденных частиц суспензии в осадке;  $n_0$  – пористость чистой загрузки;  $\alpha_V$ ,  $l$ ,  $\beta_V$ ,  $q$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  – эмпирические константы; верхние знаки в (2), (5), первые индексы в (4), (7) относятся к случаю подачи исходной воды извне.

Итак, фактически сформулированы две основополагающие для теории плоскорадиального фильтрования математические задачи. С помощью аналитических методов были получены их частные строгие и общие приближенные решения. Первые пригодны для любых значений показателя  $l$  и единственного значения  $q$  (0). Вторые же могут использоваться также и при произвольных значениях  $q$ . Из указанных решений вытекают зависимости, позволяющие просто прогнозировать пространственно-временные изменения всех характеристик фильтрования. Прежде всего среди них следует выделить зависимости относительно объемных концентраций взвешенных  $C$  и осажденных частиц суспензии, а также напора. Для большей общности они давались в безразмерной форме. Их важными следствиями являлись формулы для расчета выходной концентрации взвешенного вещества  $C_e$  и потерь напора в загрузке. Ниже множество результатов теоретических исследований ПРФ иллюстрируется

отдельными формулами и уравнениями, благодаря которым удается оперативно отслеживать качество фильтрата и оценивать защитные свойства загрузки. В случае подачи исходной воды извне ключевое значение приобретает следующая приближенная формула [5, 6]

$$\bar{C}_e(\bar{t}) = \frac{C_e(t)}{C_0} = 2 \exp \left[ -2\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}_e}^1 \frac{\xi^{1+q-l} d\xi}{2\xi^q + \bar{\beta}_V \bar{t}} \right] - \exp \frac{\bar{\alpha}_V (\bar{r}_e^{2l} - 1)}{2l}, \quad (8)$$

где  $\bar{\alpha}_V = r_0 V_o^{l-1} \alpha_V$ ,  $\bar{\beta}_V = n_0 r_0 V_o^{q-1} \beta_V$ ,  $\bar{t} = V_o t / (n_0 r_0)$ ,  $\bar{r}_e = r_e / r_0$ ;  $V_o$  – постоянная гидравлическая нагрузка. Подобная строгая формула была [5, 6]

$$\bar{C}_e(\bar{t}) = e^{-U_0} \left[ e^{-\bar{\beta}_V \bar{t}} I_0 \left( 2\sqrt{\bar{\beta}_V U_0 \bar{t}} \right) + \bar{\beta}_V \int_0^{\bar{t}} e^{-\bar{\beta}_V \lambda} I_0 \left( 2\sqrt{\bar{\beta}_V U_0 \lambda} \right) d\lambda \right], \quad (9)$$

где  $U_0 = \bar{\alpha}_V (1 - \bar{r}_e^{2l}) / (2 - l)$ ,  $I_0$  обозначает функцию Бесселя мнимого аргумента первого рода нулевого порядка.

Исходя из вышеупомянутых решений и двух критериев, были выведены уравнения относительно технологических времен  $t_p$ ,  $t_h$ . Так, в случае подачи исходной воды изнутри безразмерное время  $\bar{t}_p$  предложено находить подбором из приближенного уравнения [7]

$$2 \exp \left( -2\bar{\alpha}_V \bar{r}_e^{l-1} \int_{\bar{r}_e}^1 \frac{\xi^{1+q-l} d\xi}{2\xi^q + \bar{\beta}_V \bar{r}_e^q \bar{t}_p} \right) = \bar{C}_* + \exp \frac{\bar{\alpha}_V \bar{r}_e (1 - \bar{r}_e^{l-2})}{2 - l}, \quad (10)$$

где  $\bar{C}_* = C_* / C_0$ ,  $C_*$  – предельно допустимая нормативами концентрация взвеси в фильтрате. В некоторых частных случаях удалось уравнение (10) разрешить относительно  $\bar{t}_p$ . Кстати, теоретическим путем установлено, что подача осветляемой воды снаружи предпочтительнее, если фильтрационный процесс усиливает адгезионный ( $l > 0$ ) и, наоборот, лучше подавать такую воду изнутри при  $l < 0$ .

Кроме того, для теоретического обоснования оптимальных в технологическом отношении размеров цилиндрической загрузки разработана специальная методика. Более подходящей для базовых уравнений здесь оказалась размерная форма ввиду варьирования в широких пределах геометрических параметров. Их окончательный вид получен с учетом двух допущений, а именно, объем фильтрующего материала и производительность фильтра  $Q$  считались фиксированными. Тогда приближенное уравнение относительно времени  $t_p$  как функции от двух независимо менявшихся параметров (высоты загрузки  $L_r$ , радиуса  $r_e$ ) стало таким [8]

$$2 \exp \left[ -2\alpha_V Q^{l-1} (2\pi L_r)^{q-l+1} \int_{r_e}^{r_0(r_e, L_r)} \frac{r^{q-l+1} dr}{2(2\pi L_r r)^q + \beta_V t} \right] = \bar{C}_* + \exp \left[ -\alpha_V \left( \frac{Q}{2\pi L_r} \right)^{l-1} \frac{r_0^{2-l}(r_e, L_r) - r_e^{2-l}}{2-l} \right], \quad (11)$$

Опираясь на строгие и приближенные зависимости и уравнения, был проведен обстоятельный анализ осветлительного действия плоскорadiaльных фильтров в разнообразных условиях. Предварительно, используя в качестве эталонов точные формализмы, показана высокая точность их приближенных аналогов. Основное же внимание в количественном анализе было уделено длительности фильтроцикла как важнейшему показателю технологической эффективности водоочистных фильтров. На рис.1 и 2 приведены характерные результаты множественных вычислений максимальной длительности  $t_{fm}$  при  $l=0.333$ ,  $q=0$  в зависимости от соответствующих ей значений высоты  $L_r$  (рис.1) и радиуса  $r_e$  (рис.1, 2). Очевидно, что при высокой адгезионной способности фильтрующего материала  $t_{fm}$  демонстрирует слабую чувствительность по отношению к  $L_r$ . Вместе с тем уменьшение  $L_r$  вынуждает для сохранения максимального значения  $t_{fm}$  резко увеличивать радиусы загрузки (рис.2).

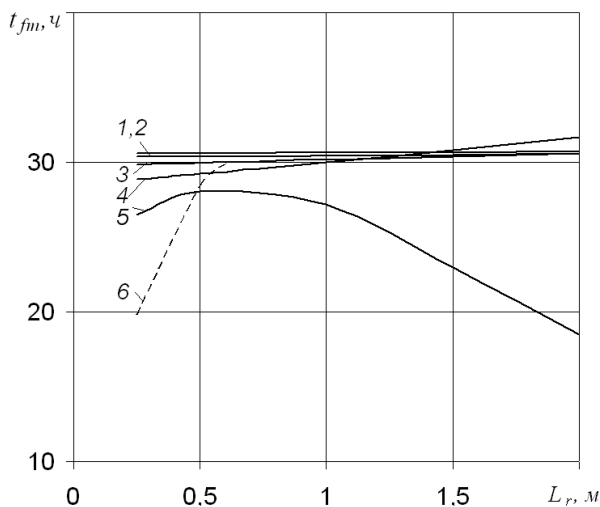


Рис.1. Зависимость  $t_{fm}(L_r)$ :

- 1** –  $\alpha_V=70$ , **2** –  $\alpha_V=60$ ,
- 3,6** –  $\alpha_V=50$ ,
- 4** –  $\alpha_V=40$ , **5** –  $\alpha_V=30$ ;
- 6** – при  $r_{e*}=2.5$  м

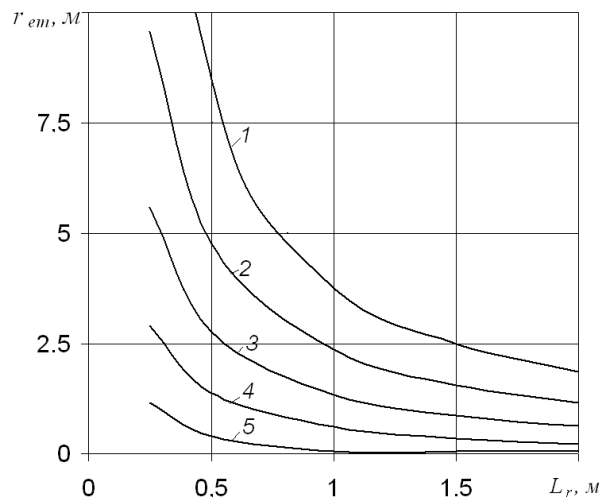


Рис.2. Зависимость  $r_{em}(L_r)$ :

- 1** –  $\alpha_V=70$ , **2** –  $\alpha_V=60$ ,
- 3** –  $\alpha_V=50$ ,
- 4** –  $\alpha_V=40$ , **5** –  $\alpha_V=30$

Аналогичная методика была разработана для проточного фильтрования, что позволило корректно сопоставить действие плоской и цилиндрической загрузок. В итоге выяснилось, что при применении активно

сорбирующего взвесь материала вследствие более равномерного распределения осадка в цилиндрической загрузке возможно значительное продление работы фильтра до очередной промывки. Эффект при этом выражался в увеличении длительности фильтроцикла на многие десятки и даже сотни процентов [8].

В целом можно констатировать, что разработка теории плоскорадиального фильтрования, пока только при постоянной гидравлической нагрузке, позволяет осуществлять надежный прогноз разделения суспензии в плоскорадиальном фильтре. Ее важнейшими приложениями явились методики теоретического обоснования длительности фильтроцикла и размеров цилиндрической загрузки, при которых достигается максимальная отдача от ПРФ.

### Список литературы

1. *Войтов Е.П.* Доочистка биологически очищенных городских сточных вод на радиальных фильтрах. Автореферат дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук (05.23.04). – Новосибирск, 1974. – 27 с.
2. *Дзюбо В.В., Алферова Л.И.* Фильтрование природных вод в режиме неравномерных скоростей // Вестник ТГАСУ. – 2007. – № 2. – С.180-190.
3. *Сенявин М.М., Веницианов Е.В., Аюкаев Р.И.* О математических моделях и инженерных методах расчета процесса очистки природных вод фильтрованием // Водн. ресурсы. – 1977. - № 2. – С.157-170.
4. *Rajagopalan R., Tien C.* Trajectory analysis of deep-bed filtration with the sphere-in-cell porous media model // AJChE. – 1976. – 22. – P.523-533.
5. *Поляков В.Л.* Теоретическое обоснование плоскорадиального фильтрования суспензии // Прикладна гідромеханіка. – 2014. – 16 № 3. – С. 52-62.
6. *Поляков В.Л.* Теоретический анализ плоскорадиального фильтрования // Вода и экология, проблемы и решения. – 2015. – 2(62). – С.14-24.
7. *Поляков В.Л.* Расчет плоскорадиального фильтрования при подаче суспензии изнутри // Водоочистка, водоподготовка, водоснабжение. – 2015. – № 5 (89). – С.16-21.
8. *Поляков В.Л.* О рациональном выборе формы и размеров загрузки водоочистного фильтра// Водоочистка, водоподготовка, водоснабжение. – 2015. – № 0 (93). – С.8-16.

Надійшло до редакції 17.11.2015