

ВРАХУВАННЯ БАЛАНСОВО-ЕНЕРГЕТИЧНИХ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ У ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНІЙ МОДЕЛІ СКЛАДНОЗАМКНЕНОЇ ГІДРАВЛІЧНОЇ МЕРЕЖІ СИСТЕМИ ВОДОПОСТАЧАННЯ

Запропоновано аналітичний спосіб врахування фізично та технічно зумовлених зв'язків між параметрами техніко-економічної моделі взаємозв'язаних мереж транспортування й розподілу електричної енергії та води системи електро-, водопостачання. Вперше показано ефективність застосування внутрішньо притаманної підсистеми допоміжних рівнянь моделей виробничого типу для забезпечення виконання умов матеріального та енергетичного балансів мережі. На прикладі гідравлічної мережі системи водопостачання описано методичні особливості врахування енергетичного балансу в техніко-економічній моделі систем із мережною структурою.

Ключові слова: баланс енергії, гідравлічна мережа, техніко-економічна модель, мережні ціни

Ця стаття є продовженням досліджень авторів у напрямі створення економіко-математичної моделі системи електро-, водопостачання та водовідведення, започаткованих у роботі [1], де запропоновано підхід до формування системи умов моделі, що ґрунтується на записі рівнянь матеріального балансу гідравлічної мережі. Зауважимо, що за прийнятих припущень щодо умов відповідності напірно-витратних характеристик джерел енергії – насосів і мережі, баланс потужності (напорів) забезпечується в моделі наближено. Очевидно, що такий підхід можна з достатньою для техніко-економічних оцінок точністю використовувати лише для моделювання розімкнених розподільних мереж з вимушеним потокорозподілом.

Водночас модель виробничого типу містить підсистему рівнянь пропорціонування інтенсивностей технологічних способів, яка може бути використана для врахування додаткових зв'язків між параметрами технічної системи. Такі зв'язки можуть зумовлюватись, наприклад, фізичними законами, технічними обмеженнями, властивими для технологічних процесів системи, що досліджується. Згадана підсистема є додатковою системою лінійних рівнянь відносно інтенсивностей технологічних способів, що дописується до основної, тобто технологічної системи балансових рівнянь, і виражає в лінійній, або лінеаризованій формі внутрішньо властиві залежності модельованої системи. Іноді формулювання такої системи рівнянь потребує введення додаткових параме-

трів, що приводить до розширення множини змінних моделі. Тут і надалі будемо називати згадану вище систему рівнянь, що описує внутрішньо властиві зв'язки об'єкта моделювання, додатковою підсистемою моделі.

Отримаємо додаткову підсистему моделі системи водопостачання та водовідведення, що виражає закон збереження енергії (потужності) у гідравлічній мережі.

Гradientний метод розрахунку усталеного потокорозподілу гідравлічної мережі, запропонований у роботі [2], використовує таку форму рівнянь гідравліки:

$$\sum_{l \in \Omega_{i,ax}} Q_l - \sum_{l \in \Omega_{i,aux}} Q_l = D_i, \quad (1)$$

$$H_i - H_j = K_l \cdot [Q_l]^n, \quad (2)$$

де H_i – гідравлічний напір вузла i , м; D_i – потреба (споживання) вузла i , м³/с; Q_l – потік рідини в ребрі (трубі), м³/с; K_l – гідравлічний опір труби l ; n – безрозмірний показник степеня рівняння втрати напору.

Позначення $[Q_l]^n$ означає, що абсолютна величина потоку $|Q_l|$ підноситься до степеня n , а знак потоку застосовується до всього члена втрат напору в цілому.

Підсистема (1) описує закон балансу потоків рідини (матеріального балансу) у вузлах гідравлічної мережі. У перетвореному до вимог техніко-економічної моделі вигляді ці рівняння використовуються при формуванні основної технологічної матриці моделі. Для виведення рівнянь додаткової підсистеми використаємо рівняння (2). Розглянемо ітераційний процес

розв'язання (2) разом з (1) відносно вузлових напорів H_i і потоків Q_l за методом Ньютона. Небаланс енергії між вузлами i і j має вигляд

$$F(H_i, H_j, Q_l) \equiv H_i - H_j + K_l \cdot [Q_l]^n. \quad (3)$$

Позначивши вектор змінних на ітерації $m(H_i^{(m)}, H_j^{(m)}, Q_l^{(m)})$, а небаланс енергії $F^{(m)}(H_i, H_j, Q_l) \equiv F(H_i^{(m)}, H_j^{(m)}, Q_l^{(m)})$ рівняння для поправок $\Delta H_i^{(m+1)}, \Delta Q_l^{(m+1)}$ ітерації $m+1$ методу Ньютона записуємо у вигляді

$$\begin{aligned} F(H_i^{(m+1)}, H_j^{(m+1)}, Q_l^{(m+1)}) &= \\ &= F(H_i^{(m)}, H_j^{(m)}, Q_l^{(m)}) + \\ &+ \frac{\partial F}{\partial H_i} \Big|^{(m)} \Delta H_i^{(m+1)} + \frac{\partial F}{\partial H_j} \Big|^{(m)} \Delta H_j^{(m+1)} + \\ &+ \frac{\partial F}{\partial Q_l} \Big|^{(m)} \Delta Q_l^{(m+1)} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

де

$$\Delta H_i^{(m+1)} = H_i^{(m+1)} - H_i^{(m)}; \Delta Q_l^{(m+1)} = Q_l^{(m+1)} - Q_l^{(m)}. \quad (5)$$

У традиційній схемі методу Ньютона система (4) розв'язується відносно поправок $\Delta H_i^{(m+1)}, \Delta Q_l^{(m+1)}$. Використавши визначення поправок (5), перепишемо її у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial H_i} \Big|^{(m)} H_i^{(m+1)} + \frac{\partial F}{\partial H_j} \Big|^{(m)} H_j^{(m+1)} + \frac{\partial F}{\partial Q_l} \Big|^{(m)} Q_l^{(m+1)} &= \\ &= \frac{\partial F}{\partial H_i} \Big|^{(m)} H_i^{(m)} + \frac{\partial F}{\partial H_j} \Big|^{(m)} H_j^{(m)} + \\ &+ \frac{\partial F}{\partial Q_l} \Big|^{(m)} Q_l^{(m)} - F(H_i^{(m)}, H_j^{(m)}, Q_l^{(m)}). \end{aligned} \quad (6)$$

Система (6) є системою рівнянь відносно величин вузлових напорів $\Delta H_i^{(m+1)}$ і потоків у трубах $\Delta Q_l^{(m+1)}$ ітерації $m+1$ методу Ньютона. Використовуючи явне визначення небалансу (3), знаходимо коефіцієнти рівняння (6). Якщо обидва вузли i і j є вузлами зі змінним напором, наприклад є з'єднаннями, то

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial H_i} \Big|^{(m)} &= 1, \quad \frac{\partial F}{\partial H_j} \Big|^{(m)} = -1, \\ \frac{\partial F}{\partial Q_l} \Big|^{(m)} &= nK_l [Q_l^{(m)}]^{(n-1)}. \end{aligned} \quad (7)$$

У випадку вузла з фіксованим напором, наприклад для резервуара, приєднаного до труби l , маємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial H_i} \Big|^{(m)} &= 0, \quad \frac{\partial F}{\partial H_j} \Big|^{(m)} = -1, \\ \frac{\partial F}{\partial Q_l} \Big|^{(m)} &= nK_l [Q_l^{(m)}]^{(n-1)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Враховуючи (7) і (8), а також визначення небалансу (3) і (6), можна записати

$$\begin{aligned} H_i^{(1)} - H_j^{(1)} + nK_l [Q_l^{(0)}]^{(n-1)} Q_l^{(1)} &= \\ &= H_i^{(0)} - H_j^{(0)} + nK_l [Q_l^{(0)}]^{(n-1)} Q_l^{(0)} - \\ &- F(H_i^{(0)}, H_j^{(0)}, Q_l^{(0)}) = (n-1) \cdot K_l [Q_l^{(0)}]^n \end{aligned}$$

– для труби із змінними напорами кінцевих вузлів i ,

$$\begin{aligned} -H_j^{(1)} + nK_l [Q_l^{(0)}]^{(n-1)} Q_l^{(1)} &= -H_j^{(0)} + \\ + nK_l [Q_l^{(0)}]^{(n-1)} Q_l^{(0)} - (H_i^{(0)} - H_j^{(0)} + K_l \cdot [Q_l^{(0)}]^n) &= \\ &= -H_i^{(0)} + (n-1)K_l [Q_l^{(0)}]^n \end{aligned}$$

– для труби з резервуаром. Після простих перетворень отримуємо остаточну додаткову систему моделі виробничого типу відносно перших наближень методу Ньютона:

$$\begin{aligned} H_i^{(1)} - H_j^{(1)} + nK_l [Q_l^{(0)}]^{(n-1)} Q_l^{(1)} &= \\ &= (n-1) \cdot K_l [Q_l^{(0)}]^n \end{aligned} \quad (9)$$

– для труби зі змінними напорами кінцевих вузлів i ,

$$H_j^{(1)} - nK_l [Q_l^{(0)}]^{(n-1)} Q_l^{(1)} = H_i^{(0)} - (n-1)K_l [Q_l^{(0)}]^n \quad (10)$$

– для труби з резервуаром. Рівняння (9) та (10) разом із рівняннями основної технологічної системи рівнянь

$$Q_{i, \text{вироб}} + \sum_{r \in \Omega_{i, \text{вх}}} Q_{ir, \text{вх}} - Q_{i, \Sigma} = 0, \quad i = 1, N_{\text{вузлів}}; \quad (11)$$

$$g_i Q_{i, \Sigma} - \sum_{r \in \Omega_{i, \text{вих}}} Q_{ir, \text{вих}} = Q_{i, \text{спожив}}, \quad i = 1, N_{\text{вузлів}}; \quad (12)$$

$$-Q_{ir, \text{вих}} \Big|_{r \in \Omega_{i, \text{вх}}} + g_r Q_{kr, \text{вих}} \Big|_{r \in \Omega_{k, \text{вих}}} = 0, \quad r = 1, N_{\text{ребер}}, \quad (13)$$

де $\Omega_{i, \text{вх}}$ – множина ребер із вхідними потоками для вузла i ; $\Omega_{i, \text{вих}}$ – множина ребер з вихідними потоками для вузла i , утворюють повну систему балансових рівнянь моделі виробничого типу, яка враховує баланс енергії гідравлічної мережі та дозволяє отримати розв'язок для складнозамкнених гідравлічних мереж.

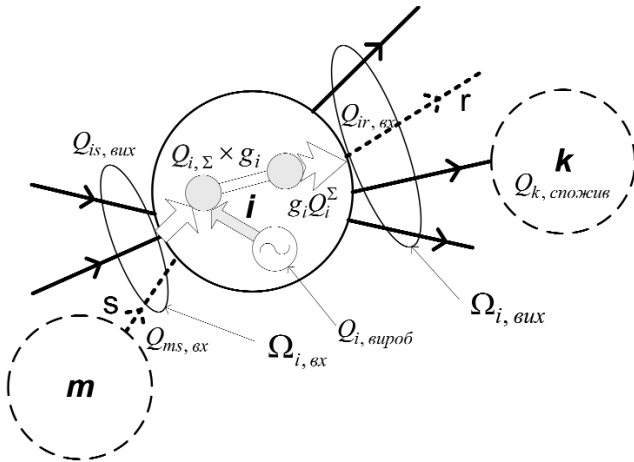


Рис. 1. Схема утворення продуктів техніко-економічної моделі вузла

Геометричну інтерпретацію рівнянь основної технологічної підсистеми наведено на рис. 1 [1].

Структуру матриці системи рівнянь моделі виробничого типу із урахуванням додаткової підсистеми, що забезпечує баланс енергії гідравлічної мережі, подано у вигляді таблиці (див. табл. 1).

Розрахунок обсягів та вузлових цін системи електро-, водопостачання у моделі виробничого типу насосної станції системи водовідведення

Підсистема додаткових рівнянь моделі пов'язує напори вузлів з потоками в трубах співвідношеннями втрат напору. В матриці моделі ці рівняння представлено блоками V і VI. Для визначення позицій і значень ненульових елементів блоків V і VI матриці моделі використано параметри розмірів блоків I–IV системи рівнянь (9) та (10). За еквівалентною гідравлічною схемою, наведеною у роботі [1], виконано гідравлічний розрахунок режиму потокорозподілу, визначено витрати електричної енергії насосних агрегатів НС. Подальшим

кроком є розрахунок технологічних коефіцієнтів економіко-математичної моделі виробничого типу, який здійснено згідно із записом системи рівнянь матеріального (1)–(3) й енергетичного (9) та (10) балансів.

З метою забезпечення відповідності розрахунків обсягів і цін на продукти техніко-економічної моделі виробничого типу системи електро-, водопостачання наявному технологічному та інформаційному стану відповідних підприємств житлово-комунального господарства та електричних мереж використано підхід до визначення технологічних коефіцієнтів моделі, що ґрунтується на розв'язанні задачі ідентифікації параметрів системи за наявними даними вимірювань у контрольованих точках мереж із залученням інформації попередніх розрахунків режимів потокорозподілу. Методи подібного типу широко застосовуються у мережних задачах енергетики. Застосування цих методів у техніко-економічних розрахунках мережних систем пов'язано з: відсутністю або недостатністю інформації про структуру та параметри елементів схеми заміщення мережі; невідповідністю цих параметрів своїм паспортним значенням внаслідок старіння і зношеності устаткування, особливо трубопроводних мереж у системах водопостачання та водовідведення. Тому для виконання модельних розрахунків застосовано одну з можливих модифікацій методу апроксимації параметрів елементів гідравлічної мережі.

Математичну модель потокорозподілу гідравлічної мережі, що використана в описуваній моделі виробничого типу системи електро-, водопостачання, запишемо на основі (1) і (2) у вигляді

$$\sum_{l \in \Omega_i} Q_l = D_i, \quad (14)$$

Таблиця 1

I. Техспособи вузлів	II. Техспособи ребер	III. Зона додаткових параметрів (напори вузлів гідравлічної мережі)
Блок I вироблення сумарного вихідного потоку вузла	Блок II розподіл вихідного потоку вузла та його споживання ребрами	
Блок IV споживання вузлом вихідних потоків ребер	Блок III вироблення вихідних потоків ребер	
Підсистема додаткових рівнянь моделі: зв'язування потоків і напорів співвідношеннями втрат напору	Блок V втрат напору як функцій потоків у ребрах	Блок VI різниць напорів вузлів

$$H_i - H_j = K_l \cdot [Q_l]^n. \quad (15)$$

Задача апроксимації параметрів елементів гідравлічної мережі відносно рівнянь усталеного потокорозподілу (14) та (15) формулюється так. Необхідно знайти гідравлічні опори (сталі Дарсі-Вейсбаха) K_l , потоки в лініях (трубах) Q_l та напори у неконтрольованих вузлах мережі H_j , що надають мінімум функції небалансу:

$$\Phi(K_l, H_i, Q_l) = \sum_r \left(\sum_{l \in \Omega_i} Q_l^r - D_i^r \right)^2 + \left(\sum_{l \in \Omega_i} K_l \cdot [Q_l^r]^2 - (H_j^r - H_i^r) \right)^2, \quad (16)$$

де індекс r належить множині відомих, попередньо розрахованих чи виміряних режимів мережі.

Задачу безумовної оптимізації (16) було розв'язано для моделі станції системи водовід-

Таблиця 2

Лінія	Вузол		Напір		Потік, м ³ /год	Втрата напору, фактична, м	Стала K_l , формули Дарсі-Вейсбаха	Втрата енергії потоку / потужність споживання насоса, кВт
	початок	кінець	початок, м	кінець, м				
11	5	4	26	20	100	6	0,0006	1,635
12	10	11	24,24	24,23	5200	0,01	$3,698 \cdot 10^{-10}$	0,1417
13	11	4	24,23	20	4600	4,23	$1,999 \cdot 10^{-7}$	53,02305
10	12	4	21,49	20	100	1,49	0,000149	0,406025
7	6	14	26	26	4600	0	0	0
17	6	9	26	26	4750	0	0	0
18	22	2	32,31	32,31	0	0	0	0
20	21	7	94,67	26	5150	68,67	$2,589 \cdot 10^{-6}$	963,69761
22	20	13	26,46	26,46	0	0	0	0
23	17	15	94,67	26	5200	68,67	$2,54 \cdot 10^{-6}$	973,0539
24	18	16	94,67	26	0	68,67	0	0
26	19	26	94,67	26	0	68,67	0	0
28	27	12	21,49	21,49	4600	0	0	0
30	6	28	26	26	5200	0	0	0
21	29	5	26	26	100	0	0	0
1	1	17	0	94,67	0	94,67	0	0
2	3	18	0	94,67	0	94,67	0	0
3	8	19	0	94,67	0	94,67	0	0
4	23	20	0	26,46	5150	26,46	$9,976 \cdot 10^{-7}$	495,1107
5	24	21	0	94,67	0	94,67	0	0
6	25	22	0	32,31	4750	32,31	$1,432 \cdot 10^{-6}$	557,61675
46	2	6	32,31	26	4750	6,31	$2,797 \cdot 10^{-7}$	81,675063
45	7	6	26	26	0	0	0	0
44	13	6	26,46	26	5150	0,46	$1,734 \cdot 10^{-8}$	6,455525
41	15	6	26	26	0	0	0	0
42	16	6	26	26	0	0	0	0
43	26	6	26	26	0	0	0	0
33	9	27	26	21,49	4600	4,51	$2,131 \cdot 10^{-7}$	56,53285
32	28	10	26	24,24	5200	1,76	$6,509 \cdot 10^{-8}$	24,9392
31	14	29	26	26	100	0	0	0

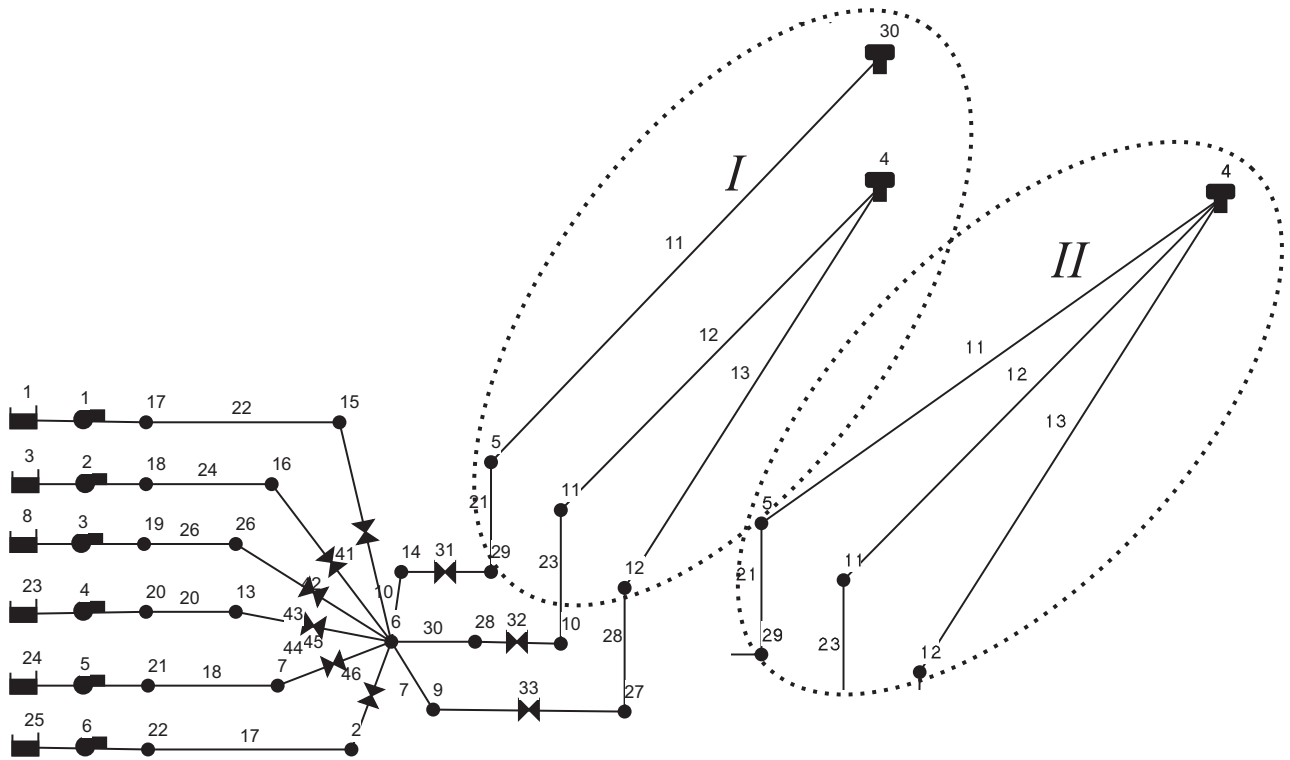


Рис. 2. Штатний (I) та аварійний (II) режими роботи напірних колекторів системи водовідведення

ведення на основі наявних даних про потоки ліній та напори вузлів відносно гідравлічних опорів K_l . Результати розрахунків наведено у табл. 2.

У рівнянні втрати напору (14) використано формулу Дарсі–Вейсбаха, для якої $n = 2$, а стали K_l визначали за результатами попередньо виконаного розрахунку поточкорозподілу.

Матриця моделі, структуру якої наведено в табл. 1, є матрицею системи рівнянь (1)–(3) та (9), (10). Коефіцієнти цих рівнянь розміщуються в блоках V і VI матриці. При цьому коефіцієнтами при напорах є одиниці з відповідними знаками, що враховують напрямки потоків ліній Q_l та можуть змінюватись в ітераційному процесі. Елементами блоку V є коефіцієнти вигляду $2K_l \cdot [Q_l^{(0)}]$. Права частина рівняння балансу потужностей ліній та приєднаних до неї вузлів обчислюється за формулою $2K_l \cdot [Q_l^{(0)}]$. Методика розрахунку адрес ненульових технологічних коефіцієнтів у цій статті не наводиться.

Таким чином, системи рівнянь матеріального (потоки електричної енергії та води) і енергетичного (напори) балансів, коефіцієнти яких отримано способом, описаним вище, разом утворюють множину функціональних обмежень моделі виробничого типу системи елек-

тро-, водопостачання. Метою розробки моделі є визначення взаємоузгоджених збалансованих обсягів мережних продуктів – потоків води та електричної енергії із застосуванням механізму витратних коефіцієнтів для порівняння різних експлуатаційних режимів. У цьому контексті описана вище процедура оптимізації моделі використовується у даній задачі як засіб отримання збалансованих розв'язків. Іншими словами, фактичним призначенням оптимізаційної процедури є пошук розв'язків системи рівнянь балансу води та електричної енергії у взаємозв'язаних мережних системах. Застосування оптимізаційних методів для розв'язування систем рівнянь є широко відомим підходом, що використовується, зокрема, у слабо зумовлених задачах.

Цільовою функцією моделі, із урахуванням зазначеного вище, вибрано суму абсолютних величин потоків у лініях мережі водопостачання:

$$G(\vec{Q}, \vec{P}) = \sum_{i=1}^{N_{L,w}} |Q_i|, \quad (17)$$

де \vec{Q} і \vec{P} – відповідно вектори потоків води і активної електричної потужності у гідравлічній та електричній розподільній мережах.

Теоретично можна показати, що мінімум функції (17) за умов (9)–(13) у просторі пото-

ків гідравлічної підсистеми збігається з розв'язком точних рівнянь гідравліки (1), (2). Розв'язки цієї задачі отримані для штатного – з двома стоками до камери гасіння, й аварійного – з одним стоком, режимів функціонування каналізаційної станції. Схеми гідравлічних мереж для цих режимів зображено на рис. 2. Потокорозподіл електричної підсистеми визначали з умови дотримання балансу електричної енергії.

На другому етапі моделювання отримано частку ціни на водопостачання й водовідведення, що визначається вартістю електричної енергії від розподільної мережі. У цінових розрахунках розглядали єдиний ресурс системи електро-, водопостачання – електричну енергію центру живлення насосної станції. Тому така ціна фактично є внеском від вартості електричної енергії у дійсній ціні на водовідведення, що має визначатися на основі врахування усіх ресурсів системи. Розв'язки для обсягів і цін на електричну енергію в електричній розподільній мережі наведено у табл. 3, а величини потоків води та ціни на водовідведення у вказаних режимах подано у табл. 4.

Як видно з табл. 3 і 4, ціни у вузлах та лініях системи водовідведення, що розглядається, є різними і не збігаються з ціною центру живлен-

Таблиця 3

	Потік, кВт	Ціна, коп	Потік, кВт	Ціна, коп
Вузол	Аварійний режим		Штатний режим	
0, центр живлення	2472,17	76,77	1239,80	76,77
1	2398,50	79,13	1202,86	79,13
2	2327,02	81,56	1167,01	81,56
3	2257,68	84,06	1132,23	84,06
4	2190,40	86,64	1098,49	86,64
5	1101,27	89,30	580,55	89,30
6	1068,45	92,05	563,25	92,05
Лінія				
1	2447,45	78,33	1227,40	78,33
2	2374,51	80,74	1190,83	80,74
3	2303,75	83,22	1155,34	83,22
4	2235,10	85,78	1120,91	85,78
5	1123,74	88,41	592,40	88,41
6	1090,25	91,13	574,74	91,13

ня або водозабору. Відмінності поелементних цін визначаються витратами та втратами, що мають місце під час перетворення продуктів у відповідних елементах мереж, а отже, є показ-

Таблиця 4

	Потік, м ³ /год	Ціна, коп		Потік, м ³ /год	Ціна, коп
Штатний режим			Аварійний режим		
Вузол			Вузол		
23	5150	0,00	23	5050	0,00
25	4750	0,00	25	4750	0,00
20	5150	8,33	20	5050	17,92
22	4750	10,81	22	4750	20,50
13	5150	8,33	13	5050	17,92
2	4750	10,81	2	4750	20,50
6	9900	9,52	6	9800	19,17
14	100	9,52	14	0	0
9	4600	9,52	9	4600	19,17
29	100	9,52	29	0	
28	5200	9,52	28	5200	19,17
27	4600	9,52	27	4600	19,17
10	5200	9,52	10	5200	19,17
5	100	9,52	5	0	
11	5200	9,52	11	5200	19,17
12	4600	9,52	12	4600	19,17
4	9800	9,52	4	9800	19,17
Лінія			Лінія		
20	5150	8,33	20	5050	17,92
17	4750	10,81	17	4750	20,50
44	5150	8,33	44	5050	17,92
46	4750	10,81	46	4750	20,50
10	100	9,52			
30	5200	9,52	30	5200	19,17
7	4600	9,52	7	4600	19,17
31	100	9,52			
32	5200	9,52	32	5200	19,17
33	4600	9,52	33	4600	19,17
21	100	9,52			
23	5200	9,52	23	5200	19,17
28	4600	9,52	28	4600	19,17
13	4600	9,52	13	4600	19,17
12	5200	9,52	12	5200	19,17
11	100	9,52	11	0	0,00

ником їх технологічної та економічної ефективності. З цієї точки зору отримані множини цін можна розглядати як векторні показники ефективності функціонування взаємозв'язаних мереж, що надають інформацію щодо об'єктів першочергової вибіркової реконструкції або модернізації в умовах обмежених інвестицій у розвиток мережних систем транспортування й розподілу енергетичних продуктів.

ВИСНОВКИ

Розроблено економіко-математичну модель оцінки енергетичної та економічної ефективності взаємоузгодженого функціонування взаємозв'язаних мережних систем електро- та водопостачання, яка реалізує подання структури взаємодіючих мереж у конструктивних елементах багатопродуктових моделей виробничого типу. З концепції багатопродуктовості у контексті мережних систем отримано систему вузлових цін на електро- та водопостачання.

Доведено, що врахування матеріального та енергетичного балансів поточкорозподілу у багатопродуктовій моделі дозволяє оцінити вплив технологічних, режимних та економіч-

них факторів взаємодії мережних систем на обсяги технологічних витрат та вузлові ціни на постачання води та електричної енергії.

Продемонстровано можливість визначення впливу енергетичних характеристик вузлів – напорів на вузлові ціни та оцінки енергетичної й економічної ефективності штатних та аварійних режимів підприємства водовідведення м. Києва.

1. *Костюк В.О., Каплін М.І., Загурський В.Г., Сидоренко В.П.* Структурна будова та розрахункові основи економіко-математичної моделі двомережної системи транспортування й розподілу енергетичних продуктів підприємства водопостачання і водовідведення // Проблеми загальної енергетики. – 2010. – Вип. 1 (21). – С. 54–58.
2. *Todini E., Pilati S.* A gradient method for the analysis of pipe networks / International conference on computer applications for water supply and distribution. 8–10 September 1987, UK, Leicester Polytechnic. – 1987. – P. 18–24.
3. *Меренков А.П., Хасилев В.Я.* Теория гидравлических цепей. – М.: Наука, 1985. – 277 с.

Надійшла до редколегії 12.04.2011