

*А.М. Домінік, В.М. Байтала, М.М. Семерак, д-р техн. наук, професор,  
В.В. Чернецький (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)*

### ВОГНЕСТІЙКІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНОЇ КОЛОНИ В УМОВАХ ПОЖЕЖІ

В роботі досліджено нестационарне температурне поле в циліндричній колоні в умовах зміни температури зовнішнього середовища за законом вуглеводневої кривої. Теплообмін між конструкцією і середовищем здійснювався за граничними умовами третього роду. Запропоновано методику спрощеного математичного процесу запису вуглеводневої кривої, яка дає змогу одержати аналітичний запис температурного поля в замкнутому виді. Визначено напружено-деформований стан колони, зумовлений нестационарним температурним полем. Проведено числові дослідження цього стану при різних значеннях коефіцієнта теплообміну між колоною і зовнішнім середовищем. Одержані результати зображені графічно. Проведено аналіз одержаних результатів.

**Ключові слова:** вогнестійкість, вуглеводневий температурний режим, температурне поле, переміщення, температурні напруження.

При експериментальних дослідженнях температурних полів в інженерних конструкціях або в окремих елементах, їх поміщають в печі, які нагріваються за заданим температурним режимом. Такий метод є високо енергозатратним і потребує багато часу для його проведення. Аналітичні дослідження дають можливість за короткий час провести розрахунки і аналіз температурного поля, температурних напружень і переміщень в конструкціях різних геометричних розмірів з врахуванням теплофізичних і механічних властивостей матеріалів (бетон, цегла, метал і ін.).

Температурні напруження, які виникають в конструкціях, можна досліджувати незалежно від механічних напружень оскільки в результаті лінійності рівнянь термопружності, повні величини напружень одержують шляхом сумування механічних і температурних напружень [1].

В роботі досліджено температурне поле і напружено-деформований стан циліндричної колони радіусом  $R$ , яка нагрівається в печі, температура в якій змінюється в часі за вуглеводневим температурним режимом [2]

$$t = 1080 \cdot [1 - 0,325 \cdot \exp(-0,167 \cdot \tau) - 0,675 \cdot \exp(-2,5 \cdot \tau)] + 20, \quad (1)$$

де  $t$  – температура в печі,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $\tau$  – тривалість теплового впливу протягом вогневого випробування, хв.

Між колоною і внутрішнім середовищем печі здійснюється конвективний теплообмін (граничні умови третього роду). Для знаходження закону зміни температурного поля за радіусом і часом розв'язано диференціальне рівняння нестационарної теплопровідності [3].

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right), \quad (2)$$

де  $\tau$  – час, с.,  $t_0$  – початкова температура  $^{\circ}\text{C}$ ;  $a = \frac{\lambda}{c_v \cdot \rho}$  – коефіцієнт температуропровідності,

$\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ ;  $c_v$  – теплоємність при сталому об'ємі,  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ ;  $\rho$  – густина,  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності,  $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ .

Вираз (2) є диференціальним рівнянням нестационарної теплопровідності другого порядку. Для знаходження розв'язку рівняння (2) необхідно задати одну початкову і дві граничні умови.

$$t(r,0) = t_0 = \text{const}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial t(0,\tau)}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

$$-\frac{\partial t(R, \tau)}{\partial x} + \alpha \left[ t_{\max} - (t_{\max} - t_0) e^{-k\tau} - t(R, \tau) \right] = 0, \quad (5)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт теплообміну,  $\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ ;  $t_{\max}$  – максимальна температура в середовищі за розглядуваний період часу,  $^{\circ}С$ .

Застосовуючи перетворення Лапласа до рівняння (2) і умов (3)-(5) одержуємо шуканий розв'язок

$$t(r, \tau) = (t_{\max} - t_0) \left[ 1 - \frac{J_0(\sqrt{Pd} \frac{r}{R})}{J_0(\sqrt{Pd}) - \frac{1}{Bi} \sqrt{Pd} \cdot J_1(\sqrt{Pd})} e^{-\sqrt{Pd} \cdot Fo} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{1 - \frac{\mu_n^2}{Pd}} \cdot J_0(\mu_n \frac{r}{R}) \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot Fo) \right] + t_0, \quad (6)$$

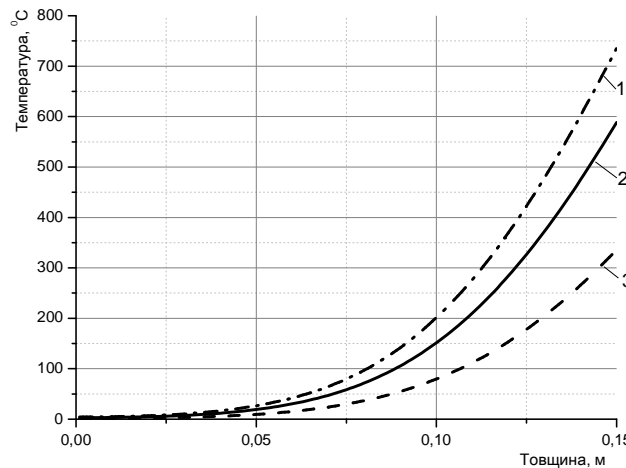
де  $A_n = \frac{2Bi}{J_0(\mu_n) [\mu_n^2 - Bi^2]}$ ;  $Pd = \frac{k \cdot R^2}{a}$  – критерій Предводителя;  $Fo = \frac{a\tau}{x^2}$  – критерій Фур'є;

$Bi = \frac{\alpha x}{\lambda}$  – критерій Біо;  $J_0(\sqrt{Pd})$  – функція Бесселя першого роду;

$\mu_n$  – корені характеристичного рівняння  $\mu_n = \frac{Bi \cdot J_0(\mu_n)}{J_1(\mu_n)}$ .

За формулою (6) проведені розрахунки температурного поля в бетонній колоні, для якої прийняті такі теплофізичні характеристики:  $\lambda = 1,2 \frac{Вт}{м \cdot К}$ ;  $C_v = 850 \frac{Дж}{кг \cdot К}$ ;  $\rho = 2200 \frac{кг}{м^3}$ .

Результати досліджень зображено графічно на рисунку 1.



**Рис.1.** Зміна температури в бетонній колоні на проміжку часу 30 хвилин (температура середовища  $1078^{\circ}С$ ) при 1)  $\alpha = 48 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ ; 2)  $\alpha = 29 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ ; 3)  $\alpha = 12 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ .

Як відомо за границю вогнестійкості будівельних конструкцій приймається час їх нагрівання при стандартних випробуваннях до виникнення одного із трьох граничних станів вогнестійкості [2]:

- за ознакою втрати несучої здатності;
- за ознакою втрати цілісності;
- за ознакою втрати теплоізолювальної здатності.

Оцінюючи несучу здатність конструкції за умов пожежі необхідно враховувати термонапружений стан конструкції зумовлений зміною температури, величиною температурного градієнта і часом нагрівання.

Температурні напруження, які виникають в конструкціях, можна вивчати не залежно від механічних напружень, оскільки внаслідок лінійності рівнянь термопружності повні величини напружень одержують шляхом додавання температурних і механічних напружень.

З метою дослідження впливу цих параметрів на напружено-деформований стан розглянемо циліндр, торці якого защемлені, тобто осьове відносне видовження  $\varepsilon_z = 0$ . Радіальне переміщення  $U$  точок поперечного перерізу можна знайти, розв'язавши диференціальне рівняння [4]:

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{U}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \alpha_t \cdot \frac{dt}{dr}, \quad (7)$$

де  $U$  – переміщення, м;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\alpha_t$  – температурний коефіцієнт лінійного розширення,  $K^{-1}$ .

Проінтегрувавши рівняння (7) одержимо:

$$U = A \cdot r + \frac{B}{r} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \alpha_t \cdot \frac{1}{r} \cdot \int_0^r t(r, \tau) \cdot r dr, \quad (8)$$

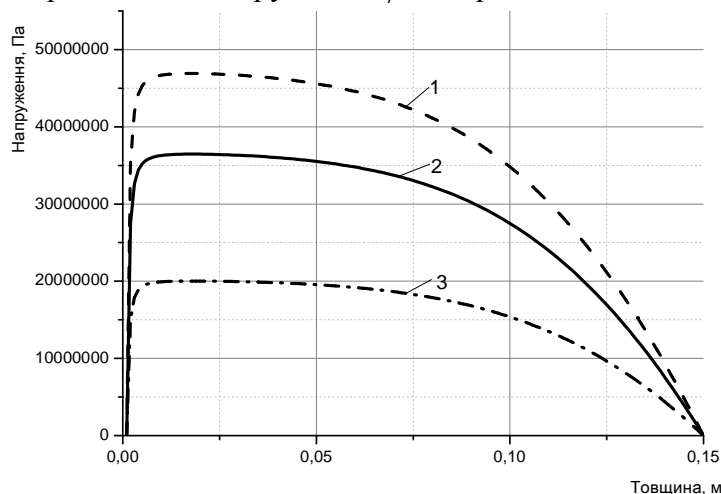
де  $A, B$  – сталі інтегрування, які знаходимо із граничних умов.

Напруження, що діють в радіальному ( $\sigma_r$ ), кільцевому ( $\sigma_\phi$ ) та осьовому ( $\sigma_z$ ) напрямках запишемо у вигляді [4]:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{\alpha_t \cdot E}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \int_0^r t(r, \tau) \cdot r dr + \frac{E}{1+\nu} \cdot \left[ \frac{A}{1-2\nu} - \frac{B}{r^2} \right], \\ \sigma_\phi &= \frac{\alpha_t \cdot E}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \int_0^r t(r, \tau) \cdot r dr + \frac{E}{1+\nu} \cdot \left[ \frac{A}{1-2\nu} + \frac{B}{r^2} \right] - \frac{\alpha_t \cdot E \cdot t(r, \tau)}{1-\nu}, \\ \sigma_z &= A \frac{2E \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} - \frac{E \alpha_t t(r, \tau)}{(1-\nu)}, \end{aligned} \quad (9)$$

де  $E$  – модуль Юнга, Па.

Постійні інтегрування  $A$  і  $B$  знайдемо з відсутності переміщень (8)  $U = 0$  при  $r = 0$ , а також рівності нулю радіальних напружень  $\sigma_r = 0$  при  $r = R$ .

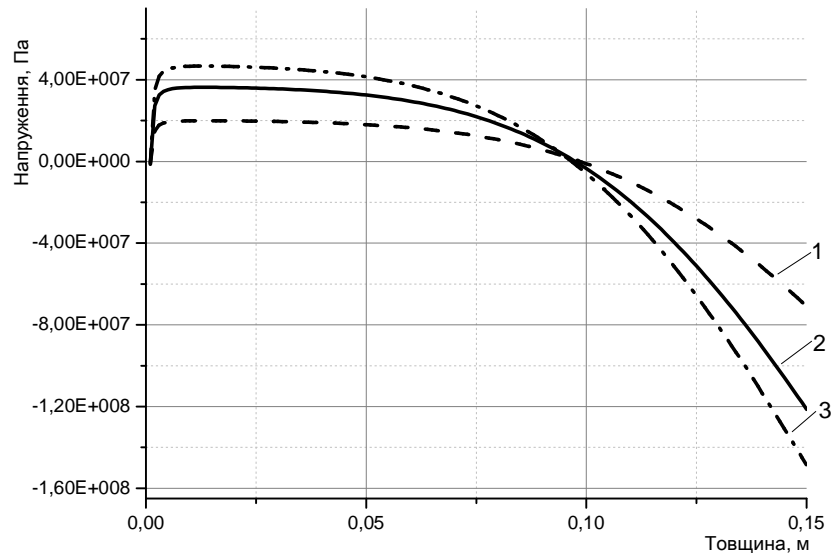


**Рис. 2.** Розподіл радіальних напружень у бетонній колоні при нагріванні за вуглеводневою температурною кривою при часі дослідження 30 хв (температура середовища  $1078^{\circ}C$ ) при

$$1) \alpha = 48 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}; 2) \alpha = 29 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}; 3) \alpha = 12 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}.$$

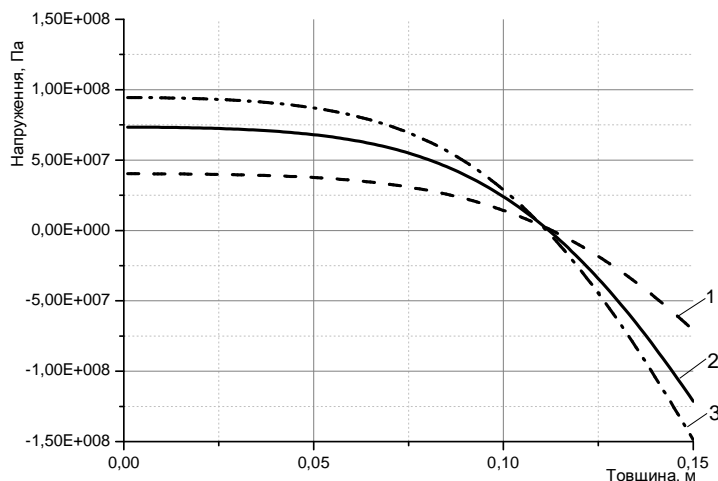
Відносні видовження в напрямку паралельному осі циліндра дорівнюють нулю з умови початкового навантаження колони.

Підставивши розподіл температури по товщині колони у вирази (8) і перший вираз (9) та використавши умови, одержимо систему з двох алгебраїчних рівнянь для знаходження двох невідомих  $A$ ,  $B$ . Підставивши значення фізико-механічних характеристик бетону:  $c_v = 840$ ,  $\lambda = 1,15$ ,  $\rho = 2200$ ,  $E = 0,23 \cdot 10^{11}$ ,  $\alpha_t = 1,2 \cdot 10^{-5}$ ,  $\nu = 0,16$ , знайдемо напруження. Отримані результати зобразимо графічно на рис. 2-4.



**Рис. 3.** Розподіл куткових напружень у бетонній колоні при нагріванні за вуглеводневою температурною кривою при часі дослідження 30 хв (температура середовища  $1078^{\circ}\text{C}$ ) при

$$1) \alpha = 48 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}; 2) \alpha = 29 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}; 3) \alpha = 12 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$



**Рис. 4.** Розподіл осьових напружень у бетонній колоні при нагріванні за вуглеводневою температурною кривою при часі дослідження 30 хв (температура середовища  $1078^{\circ}\text{C}$ ) при

$$1) \alpha = 12 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}; 2) \alpha = 29 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}; 3) \alpha = 48 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

## Висновки

1) Аналіз одержаних залежностей показує, що при різних інтенсивностях теплообміну  $\alpha$  між поверхнею колони і зовнішнім середовищем температура поверхні нижча на 100-300 °С від температури середовища, яке нагріває конструкцію.

2) Радіальні і кільцеві температурні напруження (рис. 2-3) найбільших значень набувають у центрі поперечного перерізу і є напруженнями розтягу. Кільцеві напруження в приповерхневих шарах є стискаючими. Осьові напруження є стискаючими напруженнями і найбільших значень сягають на поверхні (рис. 4).

3) Запропонована модель дослідження напружено-деформованого стану дає змогу дослідити температурні напруження і переміщення залежно від координат і часу, при зміні температури середовища за вуглеводневою температурною кривою.

## Список літератури:

1. **Термомеханика:** Библиографический указатель отечественной и иностранной литературы за 1965-1976гг. / Ю.М. Коляно, М.М. Семерак, О.Я. Яворская. – Львов: изд-во Львовская научная библиотека им. В. Стефаника АН УССР, 1979. Ч I, II. – Кн. I. – 360 с. Кн. II. – 477 с.

2. **ДСТУ Б В 1.1-4-98** Захист від пожежі. Будівельні конструкції. Методи випробування на вогнестійкість. Загальні вимоги. Київ: Держбуд України, 1999. – 21с.

3. **Лыков А.В.** Теория теплопроводности. М.: Высшая школа 1967. – 600с.

4. **Тимошенко С.П., Гудер Дж.** Теория упругости М.: – Наука. 1975. – 576с.

*А.М. Доминик, В.М. Байтала, М.М. Семерак, В.В. Чернецкий*

## ОГНЕСТОЙКОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КОЛОННЫ ПРИ ПОЖАРЕ

В работе исследовано нестационарное температурное поле в цилиндрической колонне при условии изменения температуры внешней среды по закону углеводородной кривой. Теплообмен между конструкцией и средой осуществлялся граничными условиями третьего рода. Предложена методика упрощенного математического процесса записи углеводородной кривой, позволяющая получить аналитическую запись температурного поля в замкнутом виде. Определено напряжено-деформированное состояние колонны, обусловленное нестационарным температурным полем. Проведены многочисленные исследования этого состояния при различных значениях коэффициента теплообмена между колонной и внешней средой. Полученные результаты отображены графически. Проведен анализ полученных результатов.

**Ключевые слова:** огнестойкость, углеводородный температурный режим, температурное поле, перемещения, температурные напряжения.

*A.M Dominik, V.M Baytala, M.M. Semerak, V.V. Chernetskyi*

## FIRE RESISTANCE OF CYLINDRICAL COLUMN IN FIRE CONDITION

Non-stationary temperature field in a cylindrical column on condition of the ambient temperature change according to the law of the hydrocarbon curve is investigated. Heat exchange between the design and the environment is carried out by the boundary conditions of the third kind. The method of simplified mathematical writing process of hydrocarbon curve which allows to obtain analytical record of the temperature field in a closed form is suggested. The stress-strain state of the column due to transient temperature field is determined. The numerical studies of this condition at various heat exchange rates between the column and the environment are carried out. The results are depicted graphically. The analysis of the results is conducted.

**Keywords:** fire resistance, hydrocarbon temperature conditions, temperature field, displacement, temperature stress.