

УДК 539.3

## ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ КОНСТРУКЦІЙ ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ

Приведена постановка задачі про термопружний напружений стан дорожнього покриття в умовах добової зміни зовнішньої температури. Методами скінченно-елементного моделювання встановлено, що функції температури і напруження мають вигляд крайових ефектів, локалізованих в околі вільної поверхні дороги.

The problem about thermo-elastic stressed state of road overlays under conditions of external temperature daily change is stated. Through the use of the FE method, it is established, that the functions of the temperatures and stresses have the form of boundary effects localized in the neighbourhood of the free surface of the road.

**Ключові слова:** конструкція дорожнього покриття, теплова дія, напружено-деформований стан, моделювання.

**Б**агатопараметричність задач щодо деформування, міцності та довговічності дорожніх конструкцій значно ускладнює комплексне теоретичне і експериментальне дослідження їх експлуатаційних властивостей і вибір найбільш економічних проектних рішень. До числа чинників, які визначають експлуатаційні характеристики доріг, можна віднести термореологічні властивості матеріалів шарів їхнього одягу; конструктивні параметри одягу, що включають товщини і комбінації їхніх шарів; склад і інтенсивність руху автомобілів, а також кліматичні умови і водно-льодотеплові режими, що супроводжують їхню експлуатацію. Оскільки врахування спільного впливу всіх цих чинників на механічну поведінку дорожнього покриття дуже ускладнене, розгляд кожного з них, а також подальше узагальнення їх спільного впливу представляє значний інтерес. Одна з таких окремих задач пов'язана з аналізом термопружного деформування дорожнього покриття в умовах добової зміни температури на його поверхні.

Підвищення якості доріг можливе при вирішенні ряду наукових задач, що спрямовані на обґрунтування раціональних рішень із вибору дорожнього покриття. Існуюче методичне забезпечення та нормативні документи із визначення раціональних конструкцій дорожнього покриття орієнтовані на використання узагальненої інформації щодо їх ролі в системі експлуатації автомобільної дороги і не відтворюють вимоги до їх обґрунтування. Тому для повного вирішення проблеми, пов'язаної з обґрунтуванням конструкцій дорожнього покриття, слід вирішити такі задачі:

- створення математичних моделей із розрахунку критеріїв обґрунтування варіантів конструкцій дорожнього покриття;



**В.І. Гуляєв**

завідувач кафедри вищої математики Національного транспортного університету, д.т.н., професор



**В.В. Гайдайчук**

завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури, д.т.н., професор



**В.В. Мозговий**

завідувач кафедри дорожньо-будівельних матеріалів та хімії Національного транспортного університету, д.т.н., професор



**Ю.О. Заєць**

асистент кафедри вищої математики Національного транспортного університету



**Л.В. Шевчук**

асистент кафедри вищої математики Національного транспортного університету

- формування алгоритмів визначення відношень між критеріями обґрунтування конструкцій дорожнього покриття за умов їх довгострокової експлуатації та змінних умов;

- розроблення методичних основ та алгоритмів з обґрунтування конструкцій дорожнього покриття в умовах їх довгострокової експлуатації та невизначеності впливу на цей процес зовнішніх факторів.

Оскільки розв'язання поставлених задач дозволяє здійснити аналіз фізичних процесів утворення тріщин, що є основним чинником передчасного руйнування дорожнього покриття, планується дослідити термомеханічні процеси при дії транспортного і кліматичного чинників, що спричиняють утворення цих тріщин. Це дозволить створити наукові основи підвищення довговічності дорожнього покриття за рахунок раціональних технологічних рішень, застосування ефективних матеріалів і конструкцій та на основі цього розробити теоретичні положення із управління ресурсним забезпеченням для підвищення довговічності дорожнього покриття протягом його життєвого циклу. З цією метою передбачена розробка методів визначення розрахункових термомеханічних характеристик матеріалів покриття з застосуванням алгоритмів комп'ютерного моделювання термомеханічних процесів у дорожньому покритті при робочому і граничному станах за можливих значних градієнтах та неоднорідності його температурних полів і створенням комп'ютерних програм для проведення чисельних досліджень термомеханічних процесів у дорожньому покритті.

Основною особливістю задач аналізу термомпружного напружено-деформованого стану дорожнього обшиву є їх багатопараметричність. Перш за все конструкції дорожніх покриттів істотно неоднорідні. В механіці суцільних середовищ розрізняють шарувато-неоднорідні середовища, які складаються з декількох пружних шарів із відмінними термомеханічними характеристиками, і градієнтно-неоднорідні середовища [7, 8], властивості яких змінюються за просторовими змінними неперервним способом. Оскільки в дорожньому будівництві, в основному, застосовуються шарувато-неоднорідні дорожні покриття, то при математичному моделюванні механічних процесів, що протікають при їх експлуатації, доводиться мати справу з властивою їм специфікою розподілу полів деформацій і напружень. Справа в тому, що функції деформацій і напружень (а іноді і переміщень), які виникають в них, як правило, виявляються розривними і їх важко описувати прости-

ми аналітичними і чисельними засобами. З цією особливістю пов'язане і значне ускладнення механічних явищ, що спостерігаються в них. Через те що при експлуатації покриття дороги піддаються не тільки дії інтенсивних швидко змінних (розривних) за просторовими і часовими змінними навантажень, але також і постійно тепловим збуренням, що еволюціонує з істотними градієнтами, проектування їхніх конструкцій має проводитися на основі вибору оптимальних (раціональних) характеристик матеріалів, що використовуються, їх термомеханічних властивостей, геометричних параметрів проєктованих шарів і порядку їхнього чергування. Цей вибір може бути зроблений за допомогою комп'ютерного моделювання термонапруженого стану дорожнього покриття та його еволюції за часом.

**Конструктивна і розрахункова моделі дорожнього одягу.** Виділений для розрахунку термомпружного напружено-деформованого стану поперечний переріз конструкції дороги включає чотири шари дорожнього покриття і масив прилеглого ґрунту. Загальна схема конструкції та її фрагментів приведена на рис. 1.

Геометрія системи визначається наступними параметрами:  $L_1 = 24,5$  м,  $L_2 = 23,5$  м,  $L_3 = 11,5$  м,  $L_4 = 7,5$  м,  $H = 0,55$  м,  $H_1 = 0,5$  м,  $H_2 = 2$  м.

Види матеріалів фрагментів конструкції, їхні товщини  $h_1, h_2, h_3, h_4$  і значення термомеханічних параметрів наведені у таблиці, де позначено  $E$  – модуль пружності;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\rho$  – густина;  $\alpha_T$  – коефіцієнт теплового лінійного розширення;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності;  $c_{об}$  – питома об'ємна теплоємність.

Вважалось, що конструкція доріг піддається термічній дії в результаті денної зміни температури повітря. При цьому було прийнято, що температура на її верхній поверхні змінюється за заданим законом. Розрахунки еволюції поля температури в масиві конструкції проведені ме-

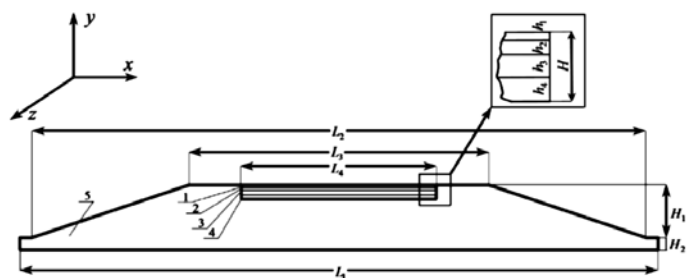


Рис. 1. Схема поперечного перерізу конструкції дорожнього покриття

Конструктивні параметри дорожнього покриття

Номер $i$ шару	Матеріал	$h_i$ , м	$E_i$ , Па	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\nu$	$\alpha_T$ , C <sup>-1</sup>	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$c_{об}$ , Дж/(м·К)
1	Асфальтобетон дрібнозернистий	0,05	$5 \cdot 10^9$	2400	0,2	$2,46 \cdot 10^{-5}$	1,0	$3,77 \cdot 10^6$
2	Асфальтобетон пористий круглозернистий	0,1	$1,4 \cdot 10^9$	2390	0,25	$1,92 \cdot 10^{-5}$	0,7	$2,63 \cdot 10^6$
3	Щебінь	0,2	$0,4 \cdot 10^9$	2300	0,3	$1,8 \cdot 10^{-5}$	0,5	$1,81 \cdot 10^6$
4	Пісок	0,2	$0,1 \cdot 10^9$	2050	0,3	$1,1 \cdot 10^{-5}$	1,5	$4,83 \cdot 10^6$
5	Ґрунт	2,5	$0,1 \cdot 10^9$	1960	0,35	$0,31 \cdot 10^{-5}$	1,0?	$3,23 \cdot 10^6$

тодом скінченних елементів. При цьому було враховано, що уздовж поздовжньої осі  $Oz$  дороги деформації  $\varepsilon_z = 0$  і весь масив перебуває в стані плоского деформованого стану. Ця обставина дозволила виділити перетинами  $z = 0$  і  $z = \Delta z$  поперечний шар масиву завтовшки  $\Delta y$  і апроксимувати систему тривимірними скінченними елементами з розміром  $\Delta y$  вздовж координати  $y$ . Скінченно-елементна модель системи з виділеним її пошаровим фрагментом 1–4 і ґрунтовим масивом 5 показана на рис. 2. Збоку кожного фрагмента вказано число скінченних елементів дискретної моделі. При цьому загальне число скінченних елементів склало 29868.

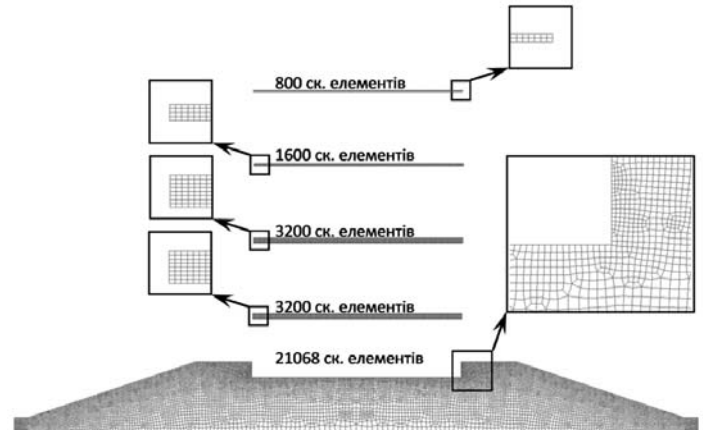
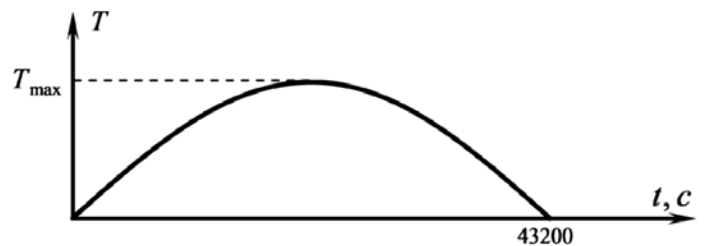


Рис. 2. Скінченно-елементна модель перерізу дороги

**Основні розв'язувальні співвідношення.** Досліджуються процеси еволюції поля температури в масиві покриття дороги при добовій зміні температури довкілля. З урахуванням натурних спостережень прийнято, що в результаті атмосферних температурних варіацій температура  $T$  на поверхні покриття та придорожного ґрунту в денний час змінюється за законом синусоїди від деякого початкового значення  $T_0$  (вранці) до її максимуму  $T_{\max}$  (опівдні) і надвечір знову падає до вихідного значення  $T_0$ . Схема зміни протягом 12 год ( $0 \leq t \leq 43200$  с) приведена на рис. 3.


 Рис. 3. Графік зміни температури  $T(t)$  на поверхні покриття

Задача про термопружне деформування дорожнього покриття розв'язується в лінійній постановці. Це дає змогу аналізувати тільки прирости деформацій і напружень, викликані збільшеннями температури. Тому будемо вважати, що в початковому стані температура всього масиву (як і  $T_0$ ), деформації та напруження дорівнюють нулю і будемо аналізувати процес термопружного деформування при зміні температури  $T(t)$  на поверхні за законом (див. рис. 3)

$$T(t) = (T_{\max} - T_0) \sin(\pi t / 43200). \quad (1)$$

Тоді еволюція поля температури на границях кожного шару покриття і масиву ґрунту

визначається рівнянням нестационарної теплопровідності [1]

$$\nabla^2 T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

де  $a = \lambda_q / c_{об}$  – коефіцієнт температуропровідності;  $\lambda_q$  – коефіцієнт теплопровідності;  $c_{об}$  – питома об'ємна теплоємність; доданок  $\nabla^2 T$  – еквівалентний виразу  $\partial T / \partial x^2 + \partial T / \partial y^2 + \partial T / \partial z^2$ .

Вважаємо, що при термопружному деформуванні всього масиву силами інерції можна знехтувати і процес буде квазістатичним. Тоді поле пружних переміщень  $\mathbf{u}(x, y, z)$  описується векторним рівнянням [1, 3, 4]

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (x + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \text{grad}(T) = 0, \quad (3)$$

де  $\lambda$  і  $\mu$  – ізотермічні параметри Ляме.

Граничні умови для функції  $T(x, y, z, t)$  на вільній поверхні задаються у формулі (1), на умовних кінцях виділеної області прийнято, що теплові потоки в напрямку нормалі відсутні, тому похідна  $T$  від за нормаллю  $n$  дорівнює нулю,

$$\partial T / \partial n = 0. \quad (4)$$

При формулюванні граничних умов для функції  $u(x, y, z)$  вважалося, що на верхній поверхні середовище вільне від нормальних і дотичних напружень, а на бічних і нижній поверхнях умовних розрізів переміщення по нормалі і дотичній напруження дорівнюють нулю. На поверхнях контакту шарів покриття між собою і з ґрунтовим масивом були прийняті умови сполучення функцій  $T$  і відповідних функцій переміщень і деформацій.

Прийнята постановка задачі про термопружне деформування виділеного багатшарового масиву дозволила використовувати алгоритм її вирішення, при якому спочатку розв'язується задача нестационарної теплопровідності для рівняння (2) на всьому діапазоні часу  $t$ , що дорівнює 12 год (43200 с). Потім в потрібні для нас моменти часу  $t_i$  з використанням побудованих полів температури  $T(x, y, z, t_i)$  за допомогою рівняння (3) визначалися поля переміщень, деформацій і напружень.

Розв'язання цих рівнянь здійснюється шляхом переходу до скінченно-елементних моделей

$$[K_T] \{T\} - [A] \{T\} = \{T_f(t)\}, \quad (5)$$

$$[K_u] \{u\} = [L] \{T(t_i)\}.$$

Тут  $[K_T]$  – матриця коефіцієнтів скінченно-елементної моделі рівняння теплопровідності;  $[A]$  – матриця коефіцієнтів моделі при похідній  $T$ ;  $\{T_f(t)\}$  – вектор заданих значень температури  $T$  на поверхні покриття;  $[K_u]$  – матриця жорсткості для скінченно-елементної моделі пружного масиву;  $[L]$  – матриця, яка відображає вплив температури на переміщення елементів масиву.

Після підрахунку значень компонент вектора переміщень  $\{u\}$  у вузлах скінченно-елементної моделі обчислювалися компоненти тензорів деформацій  $\varepsilon_{jk}$  і напружень  $\sigma_{jk}$ . Вони визначалися за допомогою рівностей [4]:

$$\varepsilon_{jk} = \frac{1}{2}(u_{j,k} + u_{k,j}); \quad (6)$$

$$\sigma_{jk} = 2\mu \varepsilon_{jk} + [\lambda \varepsilon_u - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \cdot T] \delta_{jk},$$

дискретизованих у кожному вузлі моделі.

У цих рівностях індекси  $j, k, l$  пробігають значення 1, 2, 3; при цьому напрямки  $x_1, x_2, x_3$  відповідають напрямкам  $x, y, z$ ;  $u_{j,k} = \partial u_j / \partial x_k$ ;  $\varepsilon_u = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ ;  $\delta_{jk}$  – символ Кронекера, що дорівнює 0 при  $j \neq k$  і рівний 1 при  $j = k$ .

**Особливості термопружного деформованого стану покриття дороги.** Попередній розгляд геометричної схеми дорожнього покриття, термомеханічних параметрів властивостей його фрагментів і форми функції теплового збурення змушують зробити припущення, що поставлена задача про термонапружений стан проста і термопружні ефекти, які супроводжують еволюцію поля температур в даному шаруватому масиві, є елементарними. Однак такий спрощений висновок є поверхневим і абсолютно не відповідає дійсності. Є два фактори, які роблять явище, що розглядається, нетривіальним і вельми привабливим, а проблему його моделювання досить трудомісткою. По-перше, середовище, в якому еволюціонує температурне поле, шарувато-неоднорідне і, по-друге, проблема його моделювання при обраних значеннях термомеханічних характеристик і розмірів виділеної для розгляду області відноситься до класу сингулярно збурених [2, 5, 6]. Зазначимо, що задача теплопровідності є сингулярно збуреною, якщо коефіцієнт  $1/a$  перед похідною  $\partial T / \partial t$  в рівнянні (2) малий, а розмір області в напрямку поширення теплового потоку досить великий. Тоді при зовнішньому тепловому збуренні тепловий потік не встигає проникнути від граничної поверхні вглиб тіла, і поле температури отримує помітну зміну лише в приграничній зоні, набуваючи форму т.з. крайового ефекту. У цьому випадку функція температури  $T(x, y, z, t)$  не тільки досягає помітного приросту в крайовій області, а й набуває високих значень її градієнтів, тобто похідних за просторовими змінними. Такий ефект супроводжується утворенням великих перепадів значень функції переміщень і деформацій пружного тіла, а також нормальних і дотичних напружень. Відомо, що тільки у випадку, коли в однорідному пружному тілі, вільному від в'язей, поле температури  $T(x, y, z)$  постійне або навіть змінюється лінійно за просторовими змінними  $x, y, z$ , то всі напруження в ньому такі, що дорівнюють нулю. У всіх інших випадках у ньому формуються ненульові напруження, які зростають з ускладненням температурних полів. Другий фактор пов'язаний з тим, що інтен-

сивності термопружних напружень ще більше збільшуються, якщо неоднорідними є також характеристики пружності середовища, тим більше, якщо вони шарувато-неоднорідні. Тоді поле напружень стає розривним і набуває яскраво виражених екстремумів. Очевидно, що всі ці явища є деструктивними для тіл і середовищ, що розглядаються, а задачі теоретичного (комп'ютерного) моделювання цих явищ відрізняються великою складністю і поганою обчислювальною збіжністю. У зв'язку з цим чисельне дослідження термопружного напруженого стану таких систем доводиться проводити на малих скінченно-елементних решітках і додатково тестувати результати обчислень.

**Аналіз результатів скінченно-елементного моделювання.** За розробленою методикою було проведено комп'ютерне моделювання конструкції дорожнього покриття (див. рис. 1) при значеннях параметрів, наведених у таблиці, на основі скінченно-елементної моделі, показаної на рис. 2. Було прийнято, що протягом дня температура на верхній поверхні покриття змінювалася за законом (1) при  $T_0 = 0$ ,  $T_{\max} = 12$  °C (див. рис. 3). На рис. 4 показано поле розподілу температури в поперечному перерізі конструкції дороги в момент часу  $t = 6$  год, коли температура на поверхні покриття досягає максимуму. Значення температури в кожній точці перерізу можуть бути визначені за шкалою кольорової палітри, яка наведена праворуч. Для наочності температурне поле представлено на окремих фрагментах системи (рис. 5). Можна помітити, що максимальні значення температури локалізуються в крайовій зоні, прилеглій до верхньої поверхні покриття. Для більшої наочності розглянемо в детальній формі графік зміни температури вздовж центральної вертикалі покриття. На рис. 6,а показана схема шарів покриття, що знаходиться у відповідності з координатною віссю  $Oy$ , яка напрямлена вертикально. На цій осі побудована функція для моменту часу  $t = 6$  год (рис. 6,б). Можна побачити, що поле температури має помітні значення лише на границях першого і половини другого шарів. При цьому наступні (більш низькі) шари і ґрунт виявилися непрогрітими. На рис. 6,б видно також істотний градієнт функції  $T(y)$  в приграничній зоні, яка знаходиться у відповідності з теорією сингулярно збурених рівнянь параболічного типу [5, 6]. Рис. 6,в дублює в кольоровій формі рис. 6,б. Він побудований шляхом виділення центрального

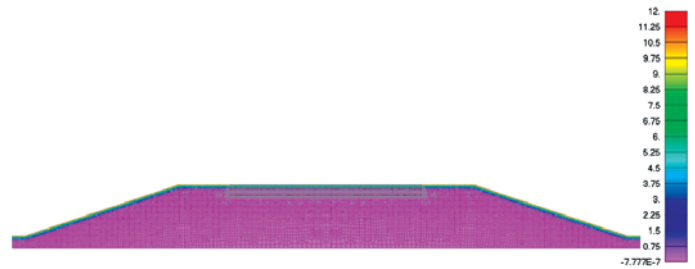


Рис. 4. Поле розподілу температури

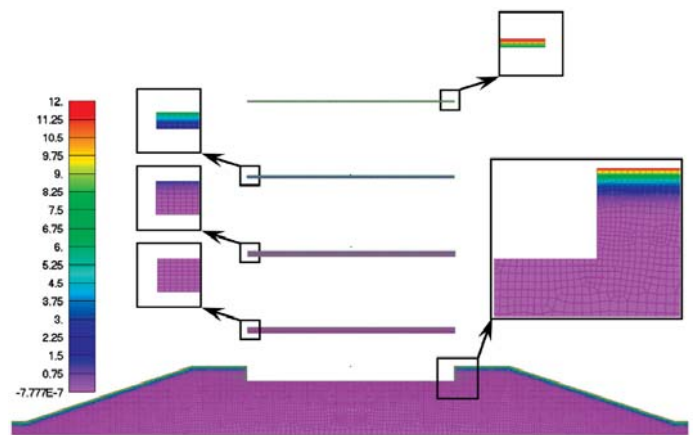


Рис. 5. Поля температури у фрагментах дороги

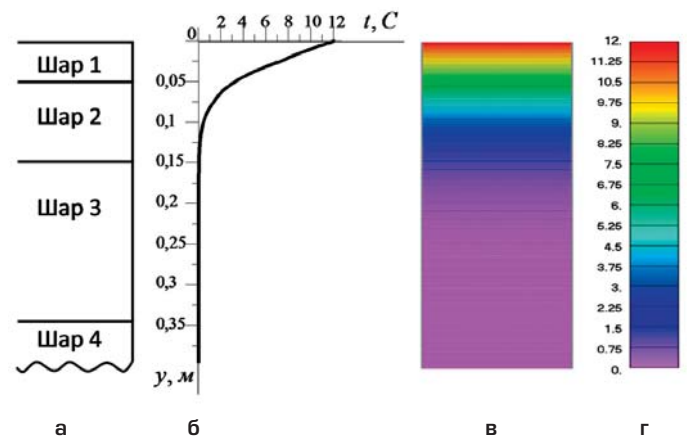


Рис. 6. Схема розподілу температури за глибиною у виділеному центральному скінченно-елементному стовпчику

стовпчика на рис. 4. На рис. 6,г представлена палітра кольорової шкали, яка відповідає кольоровому полю на рис. 6,в.

Генерування температурного поля у вигляді крайового ефекту і шарувата неоднорідність дорожнього покриття обумовлюють формування в ньому полів напружень досить складної структури. Для їх побудови спочатку з використанням знайденої функції температури розв'язується система рівнянь (3) на тій самій скінченно-елементній решітці і потім за допомогою формул (4) обчислюються деформації і напруження в усіх її вузлах.

Схема поперечного перерізу покриття в деформованому стані приведена на рис. 7. Відповідний йому напружений стан конструкції має особливу специфіку, яка обумовлена не тільки неоднорідністю температурного поля і характеристик пружності системи, але і її конструкцією.

По-перше, як вже зазначалося, можна вважати, що нормальні напруження  $\sigma_{yy}$  на площадках  $y = const$  малі і тоді приймемо, що

$$\sigma_{yy} = 0. \quad (7)$$

По-друге, враховуючи, що модуль пружності ґрунту  $E_5$  помітно менший від модулів пружності  $E_i (i = 1 \div 4)$  кожного з шарів покриття, то ґрунтове середовище на бічних границях покриття слабо перешкоджає вільному тепловому розширенню в бічному напрямку і шари майже вільно розширюються. Тому можна дійти висновку, що при додатній  $T$  деформація  $\epsilon_{xx}$  також додатня і в рівності для  $\epsilon_{xx}$  ця величина набуває порівняно невеликих за модулем від'ємних (стискальних) значень за рахунок другого доданка.

У цьому випадку за допомогою рівності  $\sigma_{zz} = \sigma_{xx} - 2\mu\epsilon_{xx}$  можна встановити третю характерну особливість розподілу полів термопружних напружень у даній структурі. Так як в правій частині цієї рівності величина  $\sigma_{xx}$  порівняно мала і від'ємна і від неї віднімається немала величина (другий член з додатним  $\epsilon_{xx}$ ), то  $\sigma_{zz}$  приймає від'ємне і найбільше за модулем значення.

Результати проведеного скінченно-елементного моделювання підтвердили ці висновки. Оскільки під дією теплового збурення встигають прогріватися тільки шари конструкції, прилеглі до її вільної поверхні, то термопружні переміщення також мають помітні переміщення лише в приграничній зоні, хоча їх значення залишаються досить малими і лише трохи перевищують 0,5 мм.

Сформульовані вище докази про особливості формування полів напружень  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{zz}$  також відповідають даним чисельного аналізу (рис. 8 і 9). Перш за все зазначимо, що стискальні напруження  $\sigma_{xx}$  досягають пікових значень в границях першого шару, де найбільшими є і модуль пружності  $E$  (див. таблицю), і значення температури  $T$ . У границях другого шару напруження  $\sigma_{xx}$  набули істотно менших значень, причому вони виявилися знакозмінними. Цей ефект обумовлений тим, що перший шар завдя-

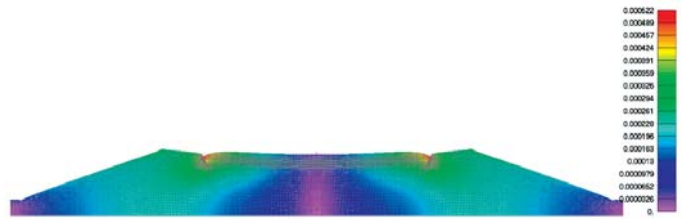


Рис. 7. Схема перерізу дороги в термдеформованому стані

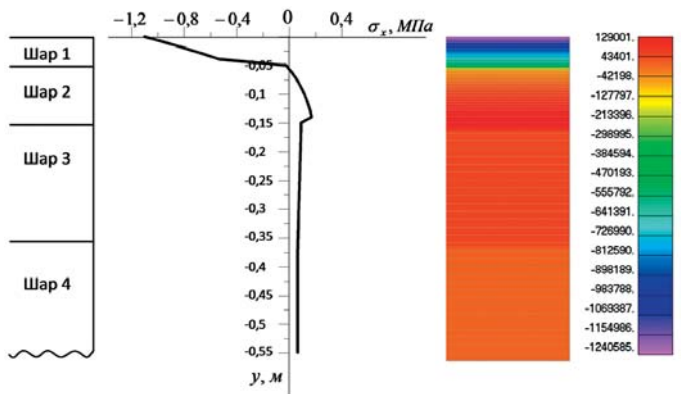


Рис. 8. Схема розподілу термопружних напружень  $\sigma_{xx}$  у виділеному центральному скінченно-елементному стовпці

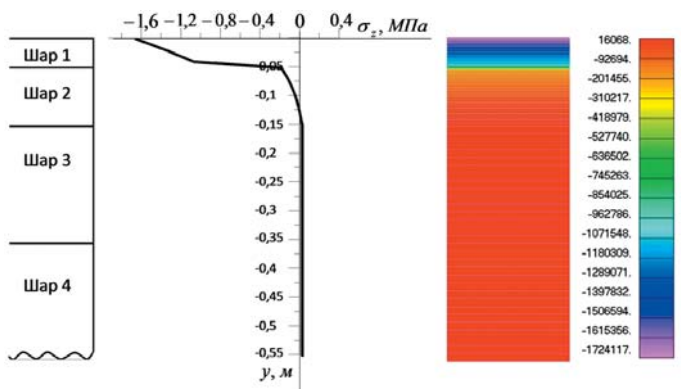


Рис. 9. Схема розподілу термопружних напружень  $\sigma_{zz}$  у виділеному центральному скінченно-елементному стовпці

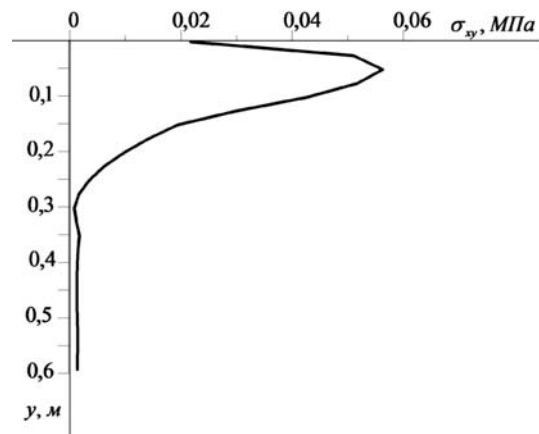


Рис. 10. Схема розподілу термопружних напружень  $\sigma_{xy}$  у виділеному центральному скінченно-елементному стовпці

ки підвищеній температурі отримав більш істотні переміщення  $u_x$  і захопив за собою другий шар, який при цьому виявився частково розтягнутим. Інші шари покриття виявилися практично ненапруженими.

Маючи в своєму розпорядженні графік функції  $\sigma_{xx}$  (рис. 8), можна за допомогою формули  $\sigma_{zz} = \sigma_{xx} - 2\mu\varepsilon_{xx}$  легко оцінити вид напружень  $\sigma_{zz}$  (рис. 9). Вони помітно перевищують напруження  $\sigma_{xx}$  і їх концентрація в границях першого шару є очевидною. Дотичні напруження  $\sigma_{xy}$  у цій системі формуються завдяки згенерованому градієнту температурного поля в крайовій зоні. У центральному стовпці конструкції вони дорівнюють нулю в силу симетрії системи відносно цього перерізу і досягають найбільших значень приблизно у вертикальному перерізі, який віддалений на чверть ширини покриття від центра (рис. 10). Причому максимальне значення цієї функції досягається на границі першого і другого шарів, де максимальним є градієнт  $T(x, y)$ .

Відзначимо також, що напруження  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{xy}$  зростають зі збільшенням ширини дороги  $L_4$  і зменшуються з її зменшенням. Тому якщо ширина дороги велика і є доцільність зменшення термопружних напружень, то вони можуть бути знижені за рахунок роздільного шва вздовж роздільної лінії дороги.

Зазначені властивості розподілу полів температури і напружень у масиві дорожнього покриття встановлені для випадку додатніх збільшень значень температури на вільній поверхні системи. При цьому напруження  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{zz}$

виявилися, в основному, стискальними, що можна розцінювати як сприятливий фактор, оскільки матеріали покриття здебільшого мають порівняно високі характеристики при їх стисканні і гірше чинять опір зусиллям зсуву і розтягу. У зв'язку з тим, що розглянута задача вивчається в лінійній постановці, можна очікувати, що при від'ємних значеннях температури, що збурюється, всі шукані функції збережуть свої форми, змінюючи тільки знак. Тому можна дійти висновку, що зимовий час є найбільш сприятливим для міцності дорожнього покриття, оскільки напруження  $\sigma_{zz}$  у верхньому шарі є розтягнутими і мають максимальні значення.

Отримані результати дозволяють сформулювати основні закономірності формування полів термопружних напружень. До найпомітнішого явища можна віднести утворення крайового ефекту в функції розподілу температури  $T(x, y, z, t)$ . У зв'язку з цим суміщення гладкої неоднорідності температурного поля і шаруватой неоднорідності термомеханічних властивостей фрагментів покриття призводить до концентрацій напружень, які є розривними функціями і змінюють свої знаки при еволюції температурного поля. Вони також значною мірою залежать від наявності обмежень, що перешкоджають вільному термопружному розширенню-звуженню окремих фрагментів системи. Отже можна стверджувати, що за допомогою зміни термомеханічних параметрів кожного із шарів дорожнього одягу можливо цілеспрямовано змінювати в них поля температур і напружень, оптимізуючи конструктивні характеристики дороги.

[1] Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – Киев: Наукова Думка, 1970. – 239 с.  
 [2] Чанг Н., Хауэс Ф. Нелинейные сингулярно возмущенные краевые задачи. – М.: Мир, 1988. – 247 с.  
 [3] Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. – М.: Мир, 1970. – 256 с.  
 [4] Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975 – 872 с.  
 [5] Shishkin G.I. Method of splitting for singularly perturbed parabolic equations // East-West J.Numer. Math. – 1993. – V.1, № 2. – P.147 – 163.

[6] Шишкин Г.И. Аппроксимация решений сингулярно возмущенных краевых задач с параболическим пограничным слоем // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1989. – Т. 29, № 7. – С. 963 – 977.  
 [7] Заець Ю.О. Екранування розривних хвиль шаром пружного середовища // Вісник НТУ. – 2010. – Вип. 21. – С. 366 – 371.  
 [8] Механика горных выработок при действии гравитационных и динамических нагрузок: монография / [В. И. Гуляев, П. З. Кошель, Ю. А. Заец и др.]. – Ивано-Франковск: Изд-во Прикарпат. нац. ун-та им. В. Стефаника, 2014. – 438 с.

Надійшла 17.01.2017 р.