

УДК 727.1-4

## ФОРМУВАННЯ МЕТОДУ ПОСЛІДОВНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ЛАНЦЮГОВИХ ПРОПОРЦІЙНИХ СТРУКТУР В АРХІТЕКТУРІ

Розглянуто питання формування нових підходів до проблеми пропорціонування в сучасній архітектурі. Запропоновано досить оригінальний метод пропорціонування на основі виявлення системи послідовних співвідношень між різними елементами комплексної розгортки вулиці або цілісного архітектурного ансамблю. Введені нові терміни та поняття.

The article is about the formation of new approaches to the problem of proportioning in modern architecture. It is offered a rather original method of proportioning on the basis of the system identification of series relationships between various elements of complex developed view of streets or cohesive architectural ensemble. The paper introduces new terms and concepts.

**Ключові слова:** пропорції, логарифмічні пропорції, ступеневі пропорції, пропорційні системи, модульна сітка, гармонізація забудови.

**Закінчення. Початок див. ПБІС № 1, 2 – 2017.**

**Л**огарифмічна пропорція може стосуватись будь-яких ступеневих співвідношень як простих виду:

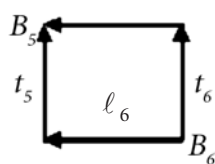
$$\frac{y_5^{\frac{1}{k_6}}}{x_6^{\frac{1}{r_6}}} = \frac{y_6^{k_6}}{x_6^{r_6}}, \text{ так і складних.}$$

*Складні ступеневі пропорції* (ССП) – певні співвідношення на основі геометричних пропорцій, показниками яких є перевернуті значення цих же основних пропорцій. Як і в геометричній пропорції, їх суть полягає в рівності двох відношень чотирьох величин, але кожна з них у такій ступені, що дорівнює величині, обернутій значенню основи.

$$\frac{1}{B_6^{B_6}} = L_6; \quad \frac{1}{B_6^{B_6}} = T_6; \quad l_6^{B_6} = \textcircled{B}_5; \\ \frac{1}{B_5^{B_5}} = \textcircled{B}_6; \quad t_6^{B_6} = \textcircled{B}_6; \\ \downarrow l_6^{B_5} = B_5; \quad \downarrow t_5 = \frac{t_6}{l_6}; \quad \downarrow t_6 = \frac{t_5}{\textcircled{l}_6}. \\ \downarrow t_6^{B_5} = B_6; \quad \downarrow \textcircled{l}_6 = \frac{t_6}{l_6}; \quad \downarrow l_6 = \frac{t_5}{\textcircled{l}_6}.$$

Такі співвідношення допомагають визначити загальні закономірності існуючого архітектурного середовища і застосувати їх при створенні нових елементів сумарної композиції. Складні ступеневі пропорції теж можуть бути в ступені:

$$\frac{\downarrow t_5^{\frac{1}{k_6}}}{\downarrow \textcircled{l}_6^{\frac{1}{r_6}}} = \frac{t_6^{k_6}}{l_6^{r_6}}.$$



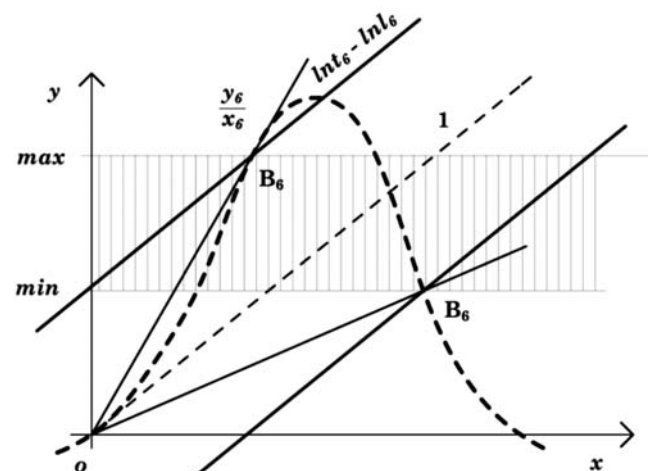
**С.В. Сьомка**

доцент Київського національного університету будівництва і архітектури, канд. архіт.

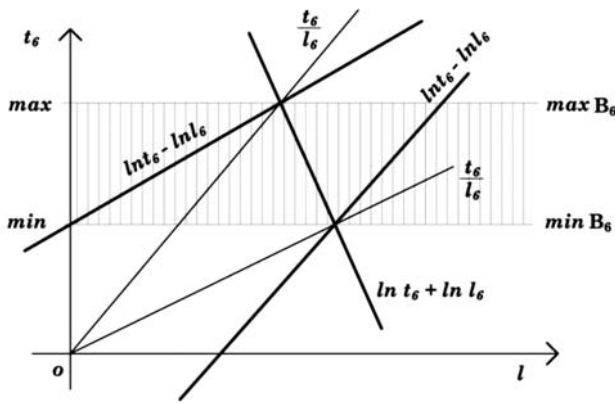
Ступеневі пропорції (СП) і складні ступеневі пропорції (ССП) можуть бути прологарифмовані, наприклад, попередня формула матиме вид:

$$\frac{\ln \downarrow t_5}{k_6} - \frac{\ln \downarrow \textcircled{l}_6}{r_6} = k_6 \ln t_6 - r_6 \ln l_6;$$

Перетин графіків цих двох прямих на системі ординат дасть координати відповідних допустимих (рекомендованих) параметрів висоти (площі або об'єму), які ми і намагались визначити за допомогою існуючих пропорцій.



**Графік звичайних геометричних співвідношень**



Графік складних ступеневих пропорцій у визначенні оптимальних параметрів (min, max) співвідношень, що характеризують новобудову

Складні ступеневі пропорції можуть бути дещо видозмінені за рахунок заміни місцями ступенів, які є такими, що дорівнюють перевернутому значенню існуючої величини  $\left( B \rightarrow \frac{1}{B_6} \right)$ .

Наприклад:

$$\frac{1}{B_6^{B_6}} = T_6,$$

$$\textcircled{B}_6^{\textcircled{B}_6}$$

$T_6$  – мале – значення співвідношення (ділення) ступеневої функції;

$$B_6^{B_6} \cdot \textcircled{B}_6^{\textcircled{B}_6} = T_6,$$

$T_6$  – велике – значення добутку ступеневої функції;

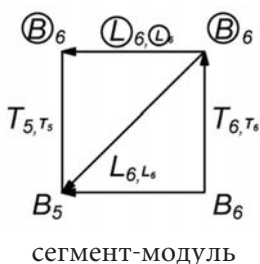
$$\frac{1}{B_6^{B_6}} = \downarrow l_6$$

$$B_5^{B_6} = \frac{1}{l_6}$$

(мала – значення співвідношення величин);

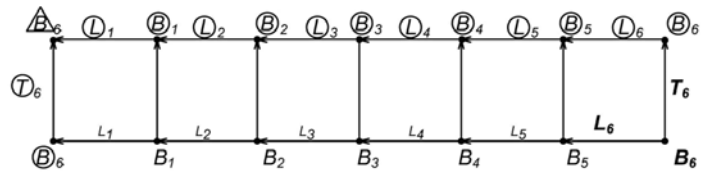
$$B_6^{B_5} \cdot B_5^{B_6} = l_6 \cdot \downarrow l_6$$

(велика – значення добутку величин).



сегмент-модуль

Наведений в сегменті-модулі принцип пропорцій може бути притаманний і всій системі модулів, яку ми розглядаємо як пропорційну структуру в цілому. Наприклад:



Для такої схеми співвідношень справедливим буде рівняння  $L_1 L_2 L_3 L_4 L_5 L_6 = L_6$  малі

$$\frac{\textcircled{L}_1 \textcircled{L}_2 \textcircled{L}_3 \textcircled{L}_4 \textcircled{L}_5 \textcircled{L}_6}{\textcircled{T}_6} = 1 = \frac{L_1 L_2 L_3 L_4 L_5 L_6}{T_6}$$

Ступеневі пропорції (звичайні і складні) відіграють дуже важливу роль у досягненні кінцевої мети, а саме: дослідження пропорційних закономірностей існуючих композицій антропогенних і урбанізованих середовищ із подальшим застосуванням цих закономірностей існуючої пропорційної структури при створенні нових елементів (об'єктів) архітектурної композиції в її складі.

Всі ступеневі пропорції (особливо геометричні) можуть також бути прологарифмовані (натуральний логарифм – ln), що дасть нам додаткові графіки (формули), які окреслять межі допустимих параметрів (max, min) майбутньої новобудови в нюансному співвідношенні до оточення.

Необхідно наголосити, що ми від початку не ставимо за мету визначення будь-якої величини (висоти, площі, об'єму з точністю до сантиметрів), а її відношення з точки зору законів пропорціонування. Тим більше, що не можливо розрахувати «з нуля» – «в чистому полі», де ще не склалося урбанізоване архітектурне середовище будь-які співвідношення і їх закономірності. Тому дана методика прийнята тільки для існуючого архітектурного середовища.

Саме існуюче архітектурне середовище (урбанізований ландшафт) надає нам своєрідну пропорційну інформацію у вигляді вихідних величин і співвідношень між ними, які і утворюють індивідуальну пропорційну структуру архітектурної композиції, що розглядається.

Існуюча пропорційна структура забудови може дати відповідь на запитання – в яких межах (max, min) можуть знаходитись допустимі або нюансні рекомендовані параметри висоти (на фасаді) або площі приміщення (на плані), щоб вони «не руйнували» уже сформованої композиційної гармонії.

Поняття композиційної гармонії необхідне в даному випадку як вдалий набір елементів цієї цілісної композиції (за формою, структурою і співвідношеннями між ними), які визнані найкращими. Критеріїв оцінки композиційної гармонії може бути багато, але серед них немає числових, які б по «балах» оцінювали – красива ця річ чи погана.

Але будь-яке матеріальне середовище, частиною якого і є архітектурна композиція, може характеризувати принципи композиційної гармонії, виражені в конкретних величинах і їх співвідношеннях. Щоб не зруйнувати внутрішню гармонію такого існуючого середовища, при новому будівництві необхідно чітко знайти закономірності, пропорційну і цілісну структуру цієї системи, щоб органічно включити в неї нові елементи.

Поняття органічної архітектури, яке так часто згадується в літературі, включає в себе не тільки естетичну складову гармонійності об'єкта з оточуючим середовищем, але й деякі компоненти композиційної оцінки знакового об'єкта (за формою, величиною, фактурою, кольором, співвідношеннями, співрозмірними з іншими елементами середовища, гармонійною внутрішньою пропорційною структурою деталей і самого об'єкта тощо).

Будь-яка *органічна архітектура*, яку ще можна назвати гармонійною відносно оточуючого середовища, ділиться на два основні види:

- органічна архітектура відносно нерукотворного ландшафту (природного оточення);
- органічна архітектура відносно існуючого антропогенного середовища.

Таким чином, можна дійти висновку, що пропорційна складова є досить важливим компонентом при формуванні пропорційної системи нової архітектурної композиції або для врятування пропорційних закономірностей існуючої вже композиції з метою доповнення її будь-яким новим елементом. В архітектурі це трапляється дуже часто, бо саме в існуючій забудові міст, в історичній зоні, в зоні сформованої висотної забудови виникає гостра потреба в новому будівництві, надбудові, добудові, реконструкції тощо.

Дослідження закономірностей структурної побудови того чи іншого елемента в архітектурі (деталі інтер'єра, фасаду, плану, висот, розгортки і об'єктів) з метою їх подальшого використання в формоутворенні і є змістом дослідження різноманітних пропорцій в архітектурній композиції.

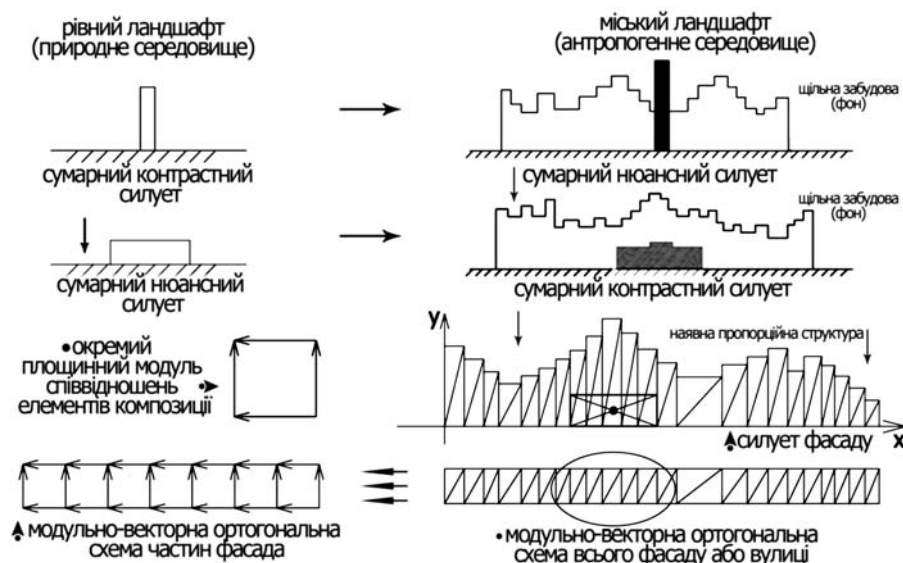
Усі перераховані пропорції (арифметична, геометрична, ступенева, логарифмічна, складна ступенева) обов'язково мають своє математичне графічне і композиційне вирішення. В зодчестві будь-яка математична складова цілком підпорядкована гармонійному композиційному задуму і передає через пропорційний ряд його внутрішню структуру і зовнішню конфігурацію.

Наведені положення і висновки дозволяють говорити про існування в архітектурі ряду пропорційних закономірностей, подібних досліджуваним раніше в живій природі – «золотий переріз», ряд Фібоначчі тощо.

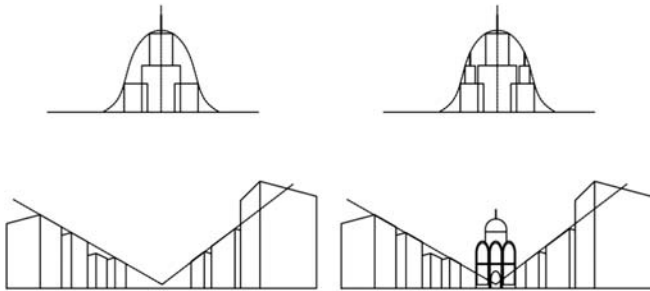
Процес оцінювання первинного середовища в архітектурній композиції, будь вона при-

родна чи антропогенна, має свої особливості. Проаналізувавши їх, можна теоретично говорити про метод пропорційної (або попередньої) оцінки архітектурного середовища, який передбачає естетичне оцінювання існуючої композиції через числове вираження її внутрішньої пропорційної структури.

Крім того, відпрацювавши закономірності такої композиції на основі вивчення пропорційних співвідношень між її елементами, на засадах



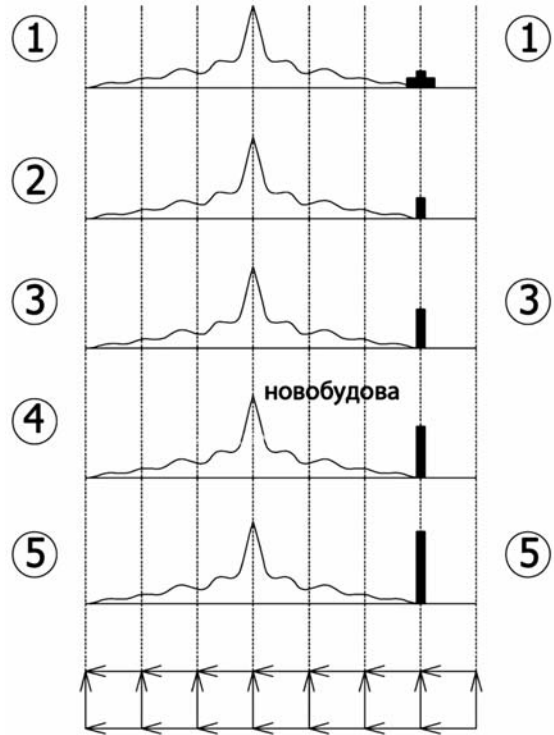
вивченого можна розширити номенклатуру елементів цієї композиції, додавши до неї нові складові. Наприклад:



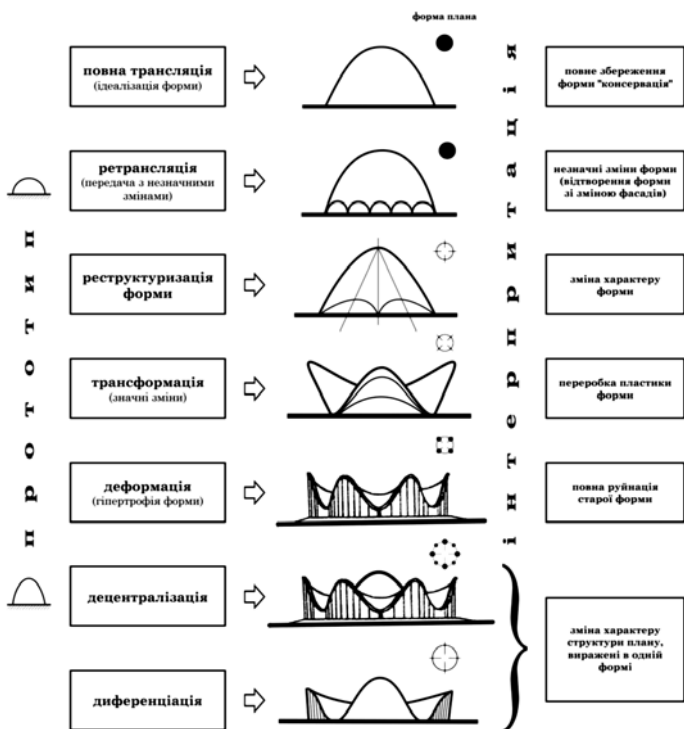
Такі нові елементи, з точки зору геометрії, повинні не руйнувати, а підтримувати існуючу систему, пропорційний стрій, ряд і структуру первинної архітектурної композиції (існуючого середовища).

Основні відомі засоби архітектурної композиції стосуються понять форми, фактури і кольору. Але саме термін «форма» має безпосереднє відношення до характеристики просторової структури архітектурної композиції. Одна і та ж форма може трансформуватись в нове просторове утворення декількома способами.

Форма безпосередньо пов'язана з її структурою точно так, як форма пов'язана з внутрішнім змістом і функцією. Мова структури прослідковується як у внутрішньому, так і в зовнішньому формоутворенні різних за масштабом композицій. Параметри одного елемента архітектурної композиції обумовлені пропорційною структурою всієї системи.



Процес комплексного перетворення форми	Архітектурна інтерпретація	
	Загальний вигляд зміненої форми	Розшифрування процесу комплексного перетворення



Необхідно відзначити деякі спільні характеристики і значення пропорцій і пропорційних систем в архітектурній композиції.

1. Повторюваність елементів в архітектурі, які подібні за формою і своєю структурою, розташовуються в послідовності і взаємозалежності, що піддається опису простими математичними формулами і графіками.

2. Сталість основних закономірностей, співвідношень і цифрових залежностей, які описують внутрішню структуру окремої архітектурної композиції і її загальний вигляд.

3. Можливість графоаналітичного вираження пропорційних співвідношень, які передають:

а) рівність різниці чотирьох величин між собою:

- арифметична пропорція –  $m_6 - n_6 = (n)_6 - m_5$  ;
- арифметично-логічмічна пропорція –  $\ln t_6 - \ln l_6 = \ln \downarrow t_5 - \ln \downarrow l_6$  ;

б) рівність співвідношень чотирьох величин між собою:

- геометрична пропорція співвідношень

$$\frac{y_5}{\textcircled{k}_6} = \frac{y_6}{x_6};$$

- геометрична пропорція ступенів  $\frac{r_5}{\textcircled{k}_6} = \frac{r_6}{k_6}$ ;

- геометрично-ступенева пропорція (співвідношень і їх ступенів)  $\frac{y_5^{\frac{1}{\textcircled{k}_6}}}{\textcircled{x}_6^{\frac{1}{r_5}}} = \frac{y_6^{k_6}}{x_6^{r_6}}$ ;

в) рівність різниці чотирьох логарифмів різних величин між собою – логарифмічна (натуральний логарифм на основі попередніх геометричних пропорцій)  $\ln y_5 - \ln \textcircled{x}_6 = \ln y_6 - \ln x_6$ .

4. Пропорційна взаємозалежність всіх окремих елементів між собою і великих об'єктів системи в цілому на основі єдиної пропорційної структури саме даної архітектурної композиції надає їй загальну цілісність і гармонійність.

5. Можливість поступового («ланцюгового») розрахунку пропорцій кожного послідовного нового будівництва на базі попередніх нюансних співвідношень існуючої пропорційної системи (перехід з модуля на модуль).

6. В ступеневих пропорціях між величинами  $B$  існує така закономірність: якщо співвідношення  $x_6$  між шуканою величиною  $B_6$  і попередньою відомою  $B_5$  більше одиниці, то ступінь  $k_6$ , до якого треба підвести величину  $B_6$ , щоб отримати величину  $B_5$ , буде менше одиниці і, навпаки, – якщо  $x_6$  менше одиниці, то  $k_6$  – більше одиниці. Лінійний графік функції співвідношень ( $x$  і  $y$ ), які дорівнюють одиниці (1), і є своєрідною віссю симетрії, від якої відкладаються основні графіки пропорцій і параметри пропорційних систем.

7. Всі розглянуті пропорції не є матеріальними, оскільки окреслюють уявні співвідношення між матеріальними об'єктами і величинами і мають математико-аналітичне і графоаналітичне вираження.

8. В арифметичних і логарифмічних пропорціях, які є результатом логарифмування або віднімання співвідношень геометричних і ступеневих пропорцій, діє принцип рівності (виражений рівнянням) різниць між чотирма величинами:

$$1) m_6 - n_6 = \textcircled{n}_6 - m_5;$$

$$2) \ln y_5 - \ln x_6 = \ln y_6 - \ln \textcircled{x}_6.$$

9. У будь-якій пропорційній системі можуть діяти одночасно арифметичні, геометричні, ступеневі, логарифмічні і складні ступеневі пропорції, які при комплексному виявленні (накладанні їх графіків) можуть чітко характеризувати закономірності комплексної пропорційної структури планів і фасадів даної архітектурної композиції.

10. Переважним чином, функціонально-планувальне, архітектурне і об'ємно-просторове вирішення більшості однотипних архітектурних будівель, ансамблів і комплексів взаємопов'язані при своєму формоутворенні спільною (або подібною) пропорційною структурою і пропорційною системою.

11. Усі розглянуті в розділі пропорції, як складові єдиної пропорційної системи, мають спільні характеристики, закономірності і подібні методики їх застосування в архітектурній композиції.

Крім перерахованих особливостей ПС, необхідно акцентувати увагу на тому факті, що співвідношення носять досить умовний характер і часто не відразу помітні. Однак співвідношення можуть існувати і в оточуючому неапетрологенному середовищі, і в макрокосмосі, і в мікрокосмосі і практично всі вони потребують дослідження і графоаналітичного аналізу, який би виявив їх структуру і особливості побудови. Це було б вкрай важливо, оскільки людство в своїх наукових дослідженнях досягло своєрідного апогею, коли в подальшому формотворенні конче необхідно виходити з формату копіювання структури і форм прототипів живої природи та переходити до формату саморегуляції і самовідтворення в елементах і системах штучного середовища. Таку можливість надають сучасні нанотехнології і надсучасні комп'ютерно-інформаційні ноу-хау. При цьому, ПС в живій природі і ПС штучного походження виявляють в своїх організаціях і принципах побудови досить багато спільних рис.

Всередині будь-якої пропорційної системи діють сталі взаємовідношення, які можна передати відповідними формулами. Ці взаємовідношення діють як у всій системі в цілому, так і в окремих її сегментах, модулях. Однак, якщо розглядати окремих сегмент модульної сітки (окремих модуль), то співвідношення його складових можна передати простою арифметичною або геометричною формулою

$$\frac{b_6}{a_6} = \frac{a_6}{b_5};$$

$$\frac{y_5}{x_6} = \frac{y_6}{x_6} = \frac{y_6^{k_6}}{x_6^{r_6}} = \frac{y_5^{\frac{1}{k_6}}}{x_6^{\frac{1}{r_6}}} = \frac{a_6^{\frac{r_5}{k_6}}}{b_5^{\frac{1}{k_6}}} = \frac{b_5}{a_6} = \frac{a_6}{b_6} = \frac{b_6^{k_6}}{a_6^{r_6}};$$

$$\frac{\frac{1}{b_6^{R_6}}}{\frac{1}{a_6^{K_6}}} = \frac{\frac{1}{a_6^{k_6}}}{\frac{1}{b_5^{r_5}}}$$

А формульні співвідношення всієї обраної нами системи (з більшою кількістю елементів – елементарних модулів) будуть мати дещо видозмінену і розширену форму, наприклад:

$$b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot b_4 \cdot b_5 \cdot b_6 \cdot y_1 \cdot y_2 \cdot y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6;$$

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m + c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n;$$

$$B_1^2 B_2^2 B_3^2 B_4^2 B_5^2 = \frac{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}{b_6};$$

$$\frac{b_6}{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} = \frac{1}{B_1^2 B_2^2 B_3^2 B_4^2 B_5^2}$$

В них будуть задіяні всі відомі елементи системи. Але звичні геометричні та арифметичні пропорції дещо видозмінюються з введенням в інструментарій пропорційного аналізу ступеневих пропорцій. Пошук співвідношення між величинами через ступінь створює необхідність і дає змогу ввести в дослідження натуральний логарифм. Його застосування в аналізі співвідношень виправдане змістом ступеню. Ступінь-співвідношення, до якого треба підняти одну величину, щоб отримати іншу, наприклад:

$$\downarrow t_6^{r_6} = \downarrow l_1^{k_1} \Rightarrow r_6 \ln \downarrow t_6 = k_1 \ln \downarrow l_1$$

Таким чином, наведений приклад ступеневого співвідношення між двома величинами можна передати за допомогою натурального логарифма.

Потрібні пропорційні взаємозалежності, виражені формулами, можуть діяти в будь-яких напрямках науки, де є наявні відповідні величини, в яких можна визначити їх величину, об'єм, площу, висоту, кількість і відповідно порівняти між собою через їх співвідношення. Але одиниця (величина) виміру повинна бути одна для всіх. Виходячи з вище наведених умовних позначень,

можна навести приклади математичних виражень, співвідношень в середині окремого модуля, де є одна невідома величина, а відповідно і декілька невідомих співвідношень цієї величини у порівнянні з попередніми відомими нам величинами. Наприклад:

$$x_6 = \frac{n_6}{B_5} - 1; \quad a_6 = n_6 B_5 - B_5^2; \quad n_6 = \frac{a_6 + B_5^2}{B_5};$$

$$y_6 = \frac{m_6}{B_6} - 1; \quad b_6 = m_6 B_6 - B_6^2; \quad m_6 = \frac{b_6 + B_6^2}{B_6}$$

Однак, пошук таких співвідношень і пропорційних залежностей найбільш виражений у пропорціонуванні, мистецтві, нарисній геометрії, архітектурній композиції, в аналізі фронтальних розгорток і перспектив у зодчестві. Оскільки саме в архітектурі з метою створення гармонійних композицій є гостра необхідність аналізу пропорційних закономірностей існуючого середовища. До опису таких характерних пропорцій можуть входити і формули одного сегмента

$$\frac{x_6^{\ln r_5}}{y_5^{\ln k_6}} = \frac{r_5^{\ln x_6}}{k_6^{\ln y_5}}; \quad \frac{y_6^{k_6}}{x_6^{r_6}} = \frac{y_6}{x_6} = \frac{y_5^{\frac{1}{k_6}}}{x_6^{\frac{1}{r_6}}}; \quad \frac{x_6^{\ln r_6}}{y_6^{\ln k_6}} = \frac{r_6^{\ln x_6}}{k_6^{\ln y_6}}$$

та формульне вираження співвідношень цілої системи модульних елементів (наприклад системи з шести елементів):

$$\frac{b_1^{k_1-1} b_2^{k_2-1} b_3^{k_3-1} b_4^{k_4-1} b_5^{k_5-1} b_6^{k_6}}{a_1^{r_1} a_2^{r_2} a_3^{r_3} a_4^{r_4} a_5^{r_5} a_6^{r_6}} = \frac{b_6}{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6};$$

$$\frac{b_6^{k_6(1+k_5+k_4k_5+k_3k_4k_5+k_2k_3k_4k_5+k_1k_2k_3k_4k_5)}}{(a_1^1 a_2^2 a_3^3 a_4^4 a_5^5 a_6^6)^{r_6}} =$$

$$= \frac{B_1 B_2 B_3 B_4 B_5}{B_1^2 B_1^{2r_6} B_2^{4r_6} B_3^{6r_6} B_4^{8r_6} B_5^{10r_6}};$$

$$\frac{y_6^{k_6(1+k_5+k_4k_5+k_3k_4k_5+k_2k_3k_4k_5+k_1k_2k_3k_4k_5)}}{(x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6)^{r_6}} =$$

$$= \frac{B_1 B_2 B_3 B_4 B_5}{B_6^5} = \frac{y_6^6}{x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6};$$

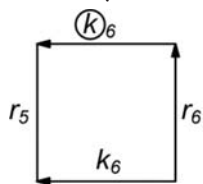
$$\frac{(y_6 y_6)^{k_6(1+k_5+k_4k_5+k_3k_4k_5+k_2k_3k_4k_5+k_1k_2k_3k_4k_5)}}{(x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6)^{r_6}} =$$

$$= \frac{\Delta y_6 \Delta y_1 \Delta y_2 \Delta y_3 \Delta y_4 \Delta y_5 \Delta y_6 y_1 y_2 y_3 y_4 y_5}{\Delta x_1^1 \Delta x_2^2 \Delta x_3^3 \Delta x_4^4 \Delta x_5^5 \Delta x_6^6}$$

Ступеневі і логарифмічні пропорції розширюють спектр формульного вираження харак-

терних співвідношень, які найкращим чином описували б нюансні пропорції даної композиції. Такі співвідношення можуть стосуватись як окремого модуля

$$\frac{\ln r_5 \cdot (1 - \textcircled{k}_6) r_5}{\ln \textcircled{k}_6 \cdot (1 - r_5) \textcircled{k}_6} = \frac{\ln k_6 (r_6 - 1)}{\ln r_6 (k_6 - 1)},$$



так і цілого набору сегментів модулів з їх взаємними відношеннями, вираженими добутком

$$a_1^{\ln x_1} \cdot a_2^{\ln x_2} \cdot a_3^{\ln x_3} \cdot a_4^{\ln x_4} \cdot a_5^{\ln x_5} \cdot a_6^{\ln x_6} = b_6^{\ln y_6}$$

або сумою логарифмів цих же величин  $\ln a_1 \cdot \ln x_1 + \ln a_2 \cdot \ln x_2 + \ln a_3 \cdot \ln x_3 + \ln a_4 \cdot \ln x_4 + \ln a_5 \cdot \ln x_5 + \ln a_6 \cdot \ln x_6 = \ln b_6 \cdot \ln y_6$ .

Наведемо деякі приклади необхідних відношень:

$$K_1^{\ln k_1} \cdot K_2^{\ln k_2} \cdot K_3^{\ln k_3} \cdot K_4^{\ln k_4} \cdot K_5^{\ln k_5} \cdot K_6^{\ln k_6} = R_6^{\ln r_6},$$

що витікає з  $K_6^{\ln L_6} = k_6^{1,5}$ ;  $R_6^{\ln T_6} \cong r_6^{1,5}$ ;

$$(a_1 b_1)^{\ln k_1 r_1} \cdot (a_2 b_2)^{\ln k_2 r_2} \cdot (a_3 b_3)^{\ln k_3 r_3} \cdot (a_4 b_4)^{\ln k_4 r_4} \times (a_5 b_5)^{\ln k_5 r_5} \cdot (a_6 b_6)^{\ln k_6 r_6} \cong (y_1 y_2 y_3 y_4 y_5 y_6^2)^{-4}$$

(ця формула є досить відносною, оскільки поєднує в собі декілька невідомих відношень).

Далі справедливе рівняння

$$a_6^{\ln R_6 \ln R_5 \ln \textcircled{a}_6} = b_6^{\ln K_6 \ln K_6 \ln b_5}.$$

Наступна формула витікає з попередніх:

$$(K_1^{\ln L_1} \cdot K_2^{\ln L_2} \cdot K_3^{\ln L_3} \cdot K_4^{\ln L_4} \cdot K_5^{\ln L_5} \cdot K_6^{\ln L_6} =$$

$$= (k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot k_6)^{1,5} = r_6^{1,5} = R_6^{\ln T_6}.$$

Окрім вже наведених вище формул, що характеризують математичну складову відношень між довільними елементами абстрактної композиції, видається необхідним відзначити додатково деякі відношення, виявлені автором в даному дослідженні. Наприклад, з двох окремих формул

$$a_6^{\ln k_6} \cong x_6^{-2}; \quad b_6^{\ln r_6} \cong y_6^{-2}$$

ми, об'єднавши їх, отримаємо сумарне ступенево-логарифмічне відношення.

Комплексне вираження всієї модельно-векторної системи, що описується даною формулою, складатиметься з довільних шести елементів (кількість елементів системи обрано довільно)

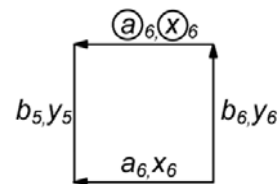
$$(a_1^{\ln k_1} \cdot a_2^{\ln k_2} \cdot a_3^{\ln k_3} \cdot a_4^{\ln k_4} \cdot a_5^{\ln k_5} \cdot a_6^{\ln k_6} \cong$$

$$= (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6)^{-2} \cong y_6^{-2} = b_6^{\ln r_6} = r_6^{\ln b_6}.$$

Вірними також є такі ступеневі та їх похідні – логарифмічні відношення всередині одного модуля:

$$\frac{b_6^{\ln y_6}}{a_6^{\ln x_6}} = \frac{b_5^{\ln y_5}}{\textcircled{a}_6^{\ln \textcircled{x}_6}};$$

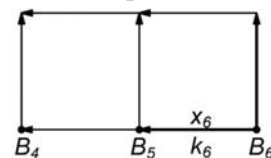
$$\frac{b_6^{\ln r_6}}{a_6^{\ln k_6}} \cong \frac{b_5^{\ln r_5}}{\textcircled{a}_6^{\ln \textcircled{k}_6}}.$$



Разом їх можна поєднати в формулу  $\frac{b_6^{\ln r_6 y_6}}{a_6^{\ln k_6 x_6}} = \frac{b_5^{\ln r_5 y_5}}{\textcircled{a}_6^{\ln \textcircled{k}_6 \textcircled{x}_6}}$ , що справедлива окремо для всіх модулів.

Виходячи з вихідних умовних позначень, описаних вище, дійсно є формула відношення і ступеню, що стосується даної конкретної невідомої величини

$$\frac{x_6}{k_6} = \frac{B_6 \cdot \ln B_6}{B_5 \cdot \ln B_5}.$$



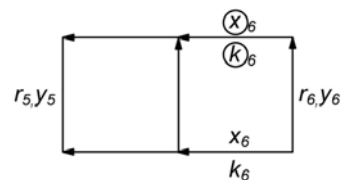
Із даного співвідношення можна скласти комплексну формулу всієї досліджуваної умовної композиції, наприклад:

$$\begin{aligned} \frac{y_1 y_2 y_3 y_4 y_5}{r_1 r_2 r_3 r_4 r_5} &= \frac{B_1 B_2 B_3 B_4 B_5 \cdot \ln B_1 \ln B_2 \ln B_3 \ln B_4 \ln B_5}{B_1 B_2 B_3 B_4 B_5 \cdot \ln B_1 \ln B_2 \ln B_3 \ln B_4 \ln B_5}; \\ \frac{\ln t_6}{\ln l_6} = \frac{r_5}{\textcircled{k}_6} &= \frac{B_1 B_2 B_3 B_4 B_5 \cdot \ln l_1 \ln l_2 \ln l_3 \ln l_4 \ln l_5}{\ln B_1 \ln B_2 \ln B_3 \ln B_4 \ln B_5} = \\ &= \frac{r_5}{k_6} = \frac{\ln B_6 \ln B_1 \ln B_2 \ln B_3 \ln B_4}{\ln B_1 \ln B_2 \ln B_3 \ln B_4 \ln B_5} = \frac{\ln \textcircled{B}_6}{\ln B_5}. \end{aligned}$$

Також, виходячи зі співвідношень всередині одного модуля:

$$A = \frac{\ln r_5 \cdot \ln \textcircled{x}_6}{\ln \textcircled{k}_6 \cdot \ln y_5} \cong \frac{\ln k_6 \cdot \ln y_6}{\ln r_6 \cdot \ln x_6}.$$

Буде справедливим наступне комплексне співвідношення всієї досліджуваної системи модулів-векторів, наприклад:



$$\begin{aligned} \frac{\ln \textcircled{k}_1 \ln \textcircled{x}_2 \ln \textcircled{k}_3 \ln \textcircled{x}_4 \ln \textcircled{k}_5 \ln \textcircled{x}_6 \ln \textcircled{y}_6}{\ln \textcircled{x}_1 \ln \textcircled{k}_2 \ln \textcircled{x}_3 \ln \textcircled{k}_4 \ln \textcircled{x}_5 \ln \textcircled{k}_6 \ln \textcircled{r}_6} &= \\ &= \frac{\ln x_1 \ln k_2 \ln x_3 \ln k_4 \ln x_5 \ln y_6 \ln k_6}{\ln k_1 \ln x_2 \ln k_3 \ln x_4 \ln k_5 \ln x_6 \ln r_6}. \end{aligned}$$

Справедлива також рівність величин, наведених у рівнянні

$$\frac{\ln(\textcircled{K})_6 \cdot \ln b_5}{\ln R_5 \cdot \ln(\textcircled{a})_6} = \frac{\ln R_6 \cdot \ln a_6}{\ln K_6 \cdot \ln b_6}.$$

На початку роботи до складу умовних позначень було включено і позначення, якими умовно позначаються ступеневі функції.

Співвідношення величини, невідомої до оточуючих її елементів композиції, що знаходяться безпосередньо поруч, тобто елементів одного модуля:

$$l_6^{a_6} = B_5^{B_5}; \quad t_6^{b_6} = (\textcircled{B})_6^{(\textcircled{B})_6};$$

$$l_6^{y_6} = B_5^{B_5}; \quad t_6^{y_6} = (\textcircled{B})_6^{(\textcircled{B})_6}$$

та складових рівняння з застосуванням натурального логарифма

$$a_6 \cdot \ln l_6 = B_5 \ln B_5; \quad b_6 \cdot \ln t_6 = (\textcircled{B})_6 \ln (\textcircled{B})_6;$$

$$x_6 \cdot \ln l_6 = \frac{\ln B_5}{B_5}; \quad y_6 \cdot \ln t_6 = \frac{\ln (\textcircled{B})_6}{(\textcircled{B})_6}.$$

Величини, які мають відношення до ступеневих умовних позначень ( $t, l$ ), серед загального числа умовних позначень характеризуються такими формулами, які передають їх співвідношення:

$$\frac{t_6}{l_6} = \frac{t_5}{(\textcircled{D})_6}; \quad \frac{t_6 - 1}{l_6 - 1} = \frac{\downarrow t_6 - 1}{\downarrow l_6 - 1}; \quad \frac{t_6 - 1}{l_6 - 1} = \frac{r_5}{(\textcircled{K})_6};$$

$$\frac{1}{l_5^{k_5}} = l_6^{x_6} = \downarrow l_5^{k_5} = \downarrow l_6^{k_6}; \quad r_6 + \frac{\downarrow t_6 \cdot k_1}{\downarrow l_1 - 1} \cong \frac{2k_1 \cdot \downarrow l_1 - k_1}{\downarrow l_1 - 1};$$

$$l_6^{\frac{r_5}{(\textcircled{K})_6}} = t_6 \cong l_6^{\frac{(\textcircled{K})_6 \cdot (\textcircled{X})_6}{r_5 y_5}}.$$

Інші ступеневі позначення  $T$  і  $L$ , що теж мають відношення до описання пропорцій невідомої величини відносно відомих величин, будуть мати такий вид:

$$L_6 = \frac{\downarrow l_6^{x_6}}{l_6^{x_6}}; \quad L_6 = \downarrow l_6^{x_6} \cdot l_6^{x_6},$$

а відношення до попереднього елемента буде виражатись формулою

$$\frac{1}{L_5^{1-x_5 k_5}} = L_6^{1+x_6 k_6} = B_5^{B_5}; \quad \frac{T_6^{\ln y_6 r_6}}{L_6^{\ln k_6 x_6}} = \frac{T_5^{\ln y_5 r_5}}{(\textcircled{L})_6^{\ln (\textcircled{K})_6 (\textcircled{X})_6}}.$$

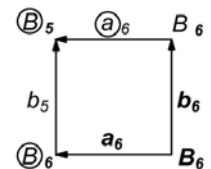
Останню формулу шляхом поступового перемноження послідовних елементів всієї модульно-векторної системи можна перетворити або звести до виду узагальнюючого (результуючого) рівняння

$$L_1^{\ln k_1 x_1} \cdot L_2^{\ln k_2 x_2} \cdot L_3^{\ln k_3 x_3} \cdot L_4^{\ln k_4 x_4} \cdot L_5^{\ln k_5 x_5} \cdot L_6^{\ln k_6 x_6} \cong$$

$$\cong (L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot L_4 \cdot L_5 \cdot L_6)^{-2} \cong T_6^{-2} \cong T_6^{\ln r_6 y_6}.$$

Досить цікавим є співвідношення двох невідомих умовних позначень  $a$  і  $b$ , що характеризують добуток даної невідомої величини  $B_6$  щодо двох найближчих до неї величин на розглядуваній площині – ряді, де знаходиться ця невідома величина (новий ряд), і в попередньому ряді. Наприклад:

$$\frac{a_6 b_6}{(\textcircled{a})_6 b_5} = \frac{(a_6 + b_6)^2}{((\textcircled{a})_6 + b_5)^2}.$$



Як і в послідовному логарифмуванні чисел ряду Фібоначчі та чисел «золотого перерізу», при логарифмуванні або логарифмічному вираженні даного арифметичного співвідношення спостерігається подібність і схожість даних формул за своєю математичною конструкцією, де зникає або з'являється лише позначення квадратів над сумою даних величин, а саме:

$$\frac{\ln(a_6 \cdot b_6)}{\ln((\textcircled{a})_6 \cdot b_5)} = \frac{\ln(a_6 + b_6)}{\ln((\textcircled{a})_6 + b_5)}.$$

Наступне логарифмування, тобто другий логарифм, демонструє подібність конструкцій наведених співвідношень

$$\frac{\ln \ln(a_6 \cdot b_6)}{\ln \ln((\textcircled{a})_6 \cdot b_5)} \cong \frac{\ln \ln(a_6 + b_6)}{\ln \ln((\textcircled{a})_6 + b_5)}.$$

Подібне спостерігається і в подальшому логарифмуванні, однак зупинимось на загальному логарифмічному рівнянні, що характеризує найкращим чином шукану величину за допомогою двох невідомих співвідношень

$$\ln a_6 \cdot b_6 = [\ln(a_6 + b_6)]^{\frac{\ln \ln(a_6 \cdot b_5)}{\ln \ln(a_6 + b_5)}} =$$

$$= \frac{\ln(\textcircled{a})_6 \cdot b_5 \cdot \ln(a_6 + b_6)}{\ln((\textcircled{a})_6 + b_5)}.$$

Це, що стосується добуток, однак рівняння, яке виражається через умовні позначення сум (геометрична арифметична пропорція) невідомої величини  $B_6$  відносно відомих, є майже ідентичним щодо попереднього рівняння, а саме:

$$\ln m_6 \cdot n_6 = [\ln(m_6 + n_6)]^{\frac{\ln \ln(n_6 \cdot m_5)}{\ln \ln(n_6 + m_5)}} =$$

$$= \frac{\ln(\textcircled{n})_6 \cdot m_5 \cdot \ln(n_6 + m_6)}{\ln((\textcircled{n})_6 + m_5)}.$$



Важливо відзначити ще деякі математичні особливості комплексних пропорційних систем, що стосуються знаходження можливих пропорційних параметрів однієї невідомої величини в структурі існуючої модульно-векторної сітки, що в свою чергу є умовною і утворюється деякими реальними складовими елементами досліджуваної композиції. А саме:

а) дана невідома величина може бути виражена ступеневою пропорцією приблизно такого

$$\text{виду: } \left(\frac{1}{x_6}\right)^{\frac{1}{\ln k_6} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{B_6};$$

б) пропорційні взаємозалежності можуть передаватись через задіяння за можливості всіх невідомих величин, наприклад:

$$\frac{1 + (k_6 x_6 y_6 r_6)^2}{-1 + (k_6 x_6 y_6 r_6)^2} = \frac{k_6 x_6 y_6 r_6 + \frac{1}{k_6 x_6 y_6 r_6}}{k_6 x_6 y_6 r_6 - \frac{1}{k_6 x_6 y_6 r_6}};$$

в) характерні співвідношення можна виявити лише через одну невідому умовну величину (позначення), наприклад:  $\frac{2 + \ln k_6}{2 - \ln k_6} \cong k_6$ , і вона

дійсна для всіх співвідношень, але не дає чіткого означення невідомої величини ні на площині, ні у просторі;

г) якщо ступінь даної пропорції, позначений, мало відрізняється від 1 або близький до цього значення, то одне з характерних невідомих відношень ми зможемо отримати без задіяння натуральних логарифмів за допомогою окремих квадратних рівнянь, які є приблизно справедливими для будь-якої однієї невідомої довільної величини ПС:

$$\begin{aligned} \frac{r_6^2(1-k_1)}{k_1^3} - \frac{r_6(1-k_1^2)}{k_1^3} + \frac{1}{3k_1^3} - \frac{1}{3} &= 0; \\ r_6^2 \left( \frac{r_5}{k_6} - 1 \right) - r_6 \left( \frac{r_5^2}{k_6^2} - 1 \right) + \frac{r_5^3}{3k_6^3} - \frac{1}{3} &= 0; \\ r_6^3 - 3r_6^2 + 3r_6 - 1 \cong 0; \quad r_6^2 - 2r_6 + 1 \cong 0 \end{aligned}$$

всі ці рівняння справедливі при  $r_6$ , близькому до значення 1;

д) формули, що стосуються пропорціонування, можна дивовижним чином поєднати між собою:  $a_6^{\ln k_6} = x_6^{-2} \quad b_6^{\ln r_6} \cong y_6^{-2}$

і отримати рівняння, яке, при підстановці реальних значень, приблизно матиме наступний вид:

$$(a_6 b_6)^{\ln k_6 r_6} \cong (y_6 x_6)^{-4};$$

е) в пропорціонуванні звичайні рівняння пропорцій  $\frac{a_6}{b_6} = \frac{b_5}{a_6}$  шляхом логарифмування

можна перетворити до виду:

$$\ln a_6 - \ln b_6 = \ln b_5 - \ln a_5;$$

при цьому буде справедливим рівняння, яке є своєрідним «похідним» від попередніх двох

$$\text{формул } \frac{(\ln a_6)^2}{\ln k_6} - \frac{(\ln b_6)^2}{\ln R_6} = \frac{(\ln b_5)^2}{\ln R_5} - \frac{(\ln a_5)^2}{\ln k_5}.$$

Однак у цьому більше задіяна значна кількість невідомих величин;

і) формула є комплексною, бо включає декілька невідомих співвідношень, що характеризують необхідну невідому величину. Справедливим буде також і наступна формула або рівняння:  $\frac{(\ln r_6)^2}{\ln y_6} - \frac{(\ln k_6)^2}{\ln x_6} = \frac{(\ln r_5)^2}{\ln y_5} - \frac{(\ln k_5)^2}{\ln x_5}$ ;

е) ще однією математичною особливістю ПС є можливість вираження їх співвідношень через різного виду рівняння ступеневих пропорцій, так би мовити, ступінь у ступені, наприклад:

$$\frac{y_5}{x_5} = B_5^{t_6 - l_6} \left( \frac{r_5}{k_6} \right).$$

У даному рівнянні самі умовні позначення  $t_6$  і  $l_6$  є вираженням шуканої невідомої величини через різного виду ступені, до яких підводиться одна з попередніх величин, що створює своєрідний ефект «величини, що знаходиться в ступені».

Подібних цікавих проявів у ПС досить багато і вони допомагають виявити не тільки структуру, але й особливості їх пропорційної побудови. Такі особливості можна описати і передати відповідними графіками або умовними функціями, обрис-контурами існуючої системи фронтальних розгортки, елементів композиції (або елементів панорамної забудови) з виявленням у них нюансних контрастних співвідношень. Наявність подібних відомостей дозволить гармонізувати пропорційні співвідношення даної майбутньої композиції, оскільки гармонізація перш за все є нюансним узгодженням всіх її елементів, у тому числі і нових проєктованих (створюваних). Таким чином, результати дослідження довільної ПС прислужаться для подальшого їх застосування в розробці нового елемента майбутньої композиції, які не можна не врахувати, щоб не зруйнувати вже існуючу систему, а покращити її.

Надійшла 23.05.2016 р. 