УДК 614.8

Ю.А. Абрамов, д.т.н., проф., НУГЗУ, Е.А. Тищенко, к.т.н., доц., С.Н. Басараб, А.С. Борисова,
Академия пожарной безопасности имени Героев Чернобыля

ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМОРЕЗИСТИВНОГО ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ТЕПЛОВОГО ПОЖАРНОГО ИЗВЕЩАТЕЛЯ ПРИ ВНУТРЕННЕМ ТЕПЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Получено математическое описание процессов в терморезистивных чувствительных элементах пожарных извещателей различной формы, обусловленных действием внутреннего источника тепла.

Ключевые слова: пожарный извещатель, чувствительный элемент, внутренний источник тепла.

Постановка проблемы. Эффективность работы систем обнаружения опасных факторов пожара в значительной степени определяется техническими характеристиками датчиков первичной информации, в частности, тепловых пожарных извещателей. Одним из направлений в совершенствовании технических характеристик тепловых пожарных извещателей является использование новых принципов их функционирования. В этой связи возникает необходимость в изучении свойств тепловых пожарных извещателей, в которых реализуется такие принципы. В частности, представляет интерес в изучении реакции терморезистивного чувствительного элемента теплового пожарного извещателя на внутренней тепловое воздействие, которое формируется в соответствии с законом Джоуля-Ленца.

Анализ последних исследований и публикаций. Математическое описание процессов, имеющих место в терморезистивных чувствительных элементах тепловых пожарных извещателей, которые обусловлены внешним тепловым воздействием, в общем виде получено в [1]. В [2] получены математические модели терморезистивного чувствительного элемента теплового пожарного извещателя, имеющего форму цилиндра, и на который воздействует внутренний тепловой источник.

Постановка задачи и ее решение. Целью работы является получение математического описания в обобщенном виде процессов, протекающих в терморезистивных чувствительных элементах тепловых пожарных извещателей, выполненных в виде параллелепипеда, цилиндра и шара, которіе формируются в соответствии с законом Джоуля-Ленца.

Тепловые процессы в терморезистивном чувствительном элементе описываются уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{2\nu + 1}{r}\,\frac{\partial \theta}{\partial r}\right) + f(r,t) \tag{1}$$

с начальным и граничными условиями

$$\theta(r,o) = 0;\ \frac{\partial \theta(0,t)}{\partial r} = 0; \frac{\partial \theta(R,t)}{\partial r} = -h\theta(R,t), \tag{2}$$

где $\theta = T - T_0$; T, T_0 – температура чувствительного элемента и температура окружающей среды; a – коэффициент температуропроводности чувствительного элемента; R – характерный размер чувствительного элемента; h – относительный коэффициент теплообмена; ν – параметр формы чувствительного элемента ($\nu = -0{,}5$ для параллелепипеда; $\nu = 0$ для цилиндра; $\nu = 0{,}5$ для шара); $f(r,t)$ – функция, которая описывает внутренний источник тепла, обусловленный протеканием электрического тока $i(t)$

$$f(r,t) = Ki^2(t) = \frac{\rho_{уд}}{c\rho S^2} i^2(t), \tag{3}$$

$\rho_{уд}$ – удельное электрическое сопротивление материала чувствительного элемента; c, ρ – удельная теплоемкость и теплопроводность материала чувствительного элемента соответственно; S – площадь поперечного сечения чувствительного элемента.

Применим к дифференциальному уравнению (1) обобщенное интегральное преобразования вида [3]

$$\bar{\theta}\left(\frac{\mu_n}{R}, t\right) = \int_0^R r^{\nu+1} J_\nu\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \theta(r,t) dr, \tag{4}$$

где $J_\nu\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)$ – функция Бесселя первого рода ν-го порядка; μ_n – *n*-й корень трансцендентного уравнения

$$\frac{J_\nu(\mu)}{J_{\nu+1}(\mu)} = \frac{\mu}{hR}. \tag{5}$$

Применение (4) к (1) с учетом условия (2) приводит к следующему уравнению

$$\frac{d\bar{\theta}\left(\frac{\mu_n}{R}, t\right)}{dt} + a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2 \bar{\theta}\left(\frac{\mu_n}{R}, t\right) = \bar{f}\left(\frac{\mu_n}{R}, t\right), \tag{6}$$

где

$$\bar{f}\left(\frac{\mu_n}{R}, t\right) = \int_0^R r^{\nu+1} J_\nu\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) f(r,t) dr. \tag{7}$$

Интегрирование (6) с учетом (3) приводит к выражению

$$\bar{f}\left(\frac{\mu_n}{R},\, t\right) = Ki^2(t)\frac{R^{\nu+2}J_{\nu+1}(\mu_n)}{\mu_n}.$$

Дифференциальное уравнение (6) с правой частью в виде (7) имеет решение

$$\bar{\theta}\left(\frac{\mu_n}{R},\, t\right) = Ki^2(t)\frac{R^{\nu+4}}{a{\mu_n}^3}J_{\nu+1}(\mu_n)\left[1-\exp\left(-\frac{a{\mu_n}^2}{R^2}t\right)\right], \tag{8}$$

которое с учетом соотношения (5) трансформируется к виду

$$\bar{\theta}\left(\frac{\mu_n}{R},\, t\right) = Ki^2(t)\frac{hR^{\nu+5}}{a{\mu_n}^4}J_{\nu}(\mu_n)\left[1-\exp\left(-\frac{a{\mu_n}^2}{R^2}t\right)\right]. \tag{9}$$

Применяя к (9) формулу обращения [3]

$$\theta(r,\, t) = \frac{2}{R^2}\sum_{n=1}^{\infty}{\mu_n}^2 J_\nu\left(\mu_n\frac{r}{R}\right)\times$$
$$\times\bar{\theta}\left(\frac{\mu_n}{R},\, t\right)\left[r^\nu {J_\nu}^2(\mu_n)\left[(hR)^2-2hR\nu+{\mu_n}^2\right]\right]^{-1}, \tag{10}$$

получим решение дифференциального уравнения (1)

$$\theta(r,t) = \frac{2Ki^2(t)hR^{\nu+3}}{ar^\nu}\times$$
$$\times\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_\nu\left(\mu_n\frac{r}{R}\right)}{{\mu_n}^2 J_\nu(\mu_n)\left[(hR)^2-2hR\nu+{\mu_n}^2\right]}\left[1-\exp\left(-\frac{a{\mu_n}^2}{R^2}t\right)\right]. \tag{11}$$

Выражение (11) представляет собой реакцию терморезистивного чувствительного элемента теплового пожарного извещателя на внутреннее тепловое воздействие, обусловленное в соответствии с законом Джоуля-Ленца протеканием через него электрического тока *i(t).* Параметр ν в этом выражении определяется геометрией чувствительного элемента.

Конкретизируем вид (11) для трех форм чувствительного элемента теплового пожарного извещателя.

1. Чувствительный элемент выполнен в виде параллелепипеда. В этом случае $\nu = -0{,}5$.

Если учесть, что имеет место [3]

$$J_{-0,5}(\mu_n) = \left(\frac{2}{\pi\mu_n}\right)^{0,5}\cos\mu_n;\;\; I_{-0,5}\left(\mu_n\frac{r}{R}\right) = \left(\frac{2}{\pi\mu_n}\right)^{0,5}\left(\frac{R}{r}\right)^{0,5} cos\left(\mu_n\frac{r}{R}\right), \tag{12}$$

то выражение (11) трансформируется к виду

$$\theta(r,t)=\frac{2Ki^2(t)hR^3}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{cos\mu_n\frac{r}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{a\mu_n^{\ 2}}{R^2}t\right)\right]}{\mu_n^{\ 2}\left[(hR)^2+hR+\mu_n^{\ 2}\right]\cos\mu_n}. \qquad (13)$$

2. Чувствительный элемент выполнен в виде цилиндра. В этом случае ν =0. С учетом соотношения (5) выражение (11) принимает вид

$$\theta(r,t)=\frac{2Ki^2(t)hR^3}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\mu_n\frac{r}{R}\right)\left[1-\exp\left(-\frac{a\mu_n^{\ 2}}{R^2}t\right)\right]}{\mu_n^{\ 2}J_0(\mu_n)\left[(hR)^2+\mu_n^{\ 2}\right]}. \qquad (14)$$

3. Чувствительный элемент выполнен в виде шара. В этом случае ν = 0,5. Если учесть, что имеет место [3]

$$J_{0,5}(\mu_n)=\left(\frac{2}{\pi\mu_n}\right)^{0,5}\sin\mu_n;\ J_{0,5}\left(\mu_n\frac{r}{R}\right)=\left(\frac{2}{\pi\mu_n}\right)^{0,5}\left(\frac{R}{r}\right)^{0,5}\sin\left(\mu_n\frac{r}{R}\right), \qquad (15)$$

то выражение (11) трансформируется следующим образом

$$\theta(r,t)=\frac{2Ki^2(t)hR^4}{ar}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\left(\mu_n\frac{r}{R}\right)\left[1-\exp\left(-\frac{a\mu_n^{\ 2}}{R^2}t\right)\right]}{\mu_n^{\ 2}\left[(hR)^2-hR+\mu_n^{\ 2}\right]\sin\mu_n}. \qquad (16)$$

Выводы. Выражения (13), (14) и (16) описывают распределение температуры внутри терморезистивных чувствительных элементов, имеющих форму параллелепипеда, цилиндра и шара, при условии, что это распределение температуры обусловлено тепловым действием электрического тока $i(t)$. Следует отметить, что использование обобщенного интегрального преобразования (4) принципиально открывает возможность при описании температурных полей внутри терморезистивных чувствительных элементов тепловых пожарных извещателей ограничиться достаточно малым числом членов рядов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов Ю.А. Обобщенные модели чувствительных элементов датчиков первичной информации // Ю.А. Абрамов, В.П. Садковой // Науковий вісник будівництва. – Х.: ХДТУБА, 2006. – Вип. 35. – С. 290-294.

2. Коврегин В.В. Математическое обеспечение испытаний тепловых пожарных извещателей // В.В. Коврегин, Ю.А. Абрамов // Проблемы пожарной безопасности. – Х.: УГЗУ, 2007. – Вып. 21. – С. 94-99.

3. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел /Э.М. Карташов. – М.: Высшая школа, 2001. – 550с.