

## МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ ВЕРТИКАЛЬНО ІНТЕГРОВАНОЇ СТРУКТУРИ НА ПРИКЛАДІ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ПІДПРИЄМСТВА

© 2016 КУЛИК А. Б., МАНЖОС Т. В.

УДК 519.8(075)

Кулик А. Б., Манжос Т. В.

### Модель управління запасами вертикально інтегрованої структури на прикладі сільськогосподарського підприємства

У статті побудовано модель управління запасами вертикально інтегрованого підприємства холдингового типу, що складається з двох ланок технологічного ланцюга. Під час побудови моделі використано функції витрат та описано загальні підходи до їх побудови. Критерієм пошуку оптимальних стратегій функціонування системи управління запасами холдингу є мінімізація сукупних витрат. Доведено, що за достатньо загальних умов знайдені розв'язки є оптимальними для холдингу в цілому. Побудований у роботі алгоритм проілюстровано на прикладі конкретного підприємства. На основі статистичних даних за три роки побудовано функції витрат, досліджено та проаналізовано характер попиту на продукцію холдингу, а також зроблено статистичний прогноз щодо його ймовірного значення в прогнозованому періоді. Побудовано математичну модель управління запасами підприємства та знайдено оптимальну стратегію функціонування системи запасів. Отримані оптимальні розв'язки встановлюють загальний рівень запасу для підприємства холдингового типу в цілому та частку запасу для кожного виробництва окремо.

**Ключові слова:** функція витрат, однопериодна модель управління запасами, метод ковзної середньої, підприємство холдингового типу.

**Рис.:** 3. **Табл.:** 2. **Формул.:** 5. **Бібл.:** 12.

**Кулик Анатолій Борисович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент, кафедра вищої математики, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (пр. Перемоги, 54/1, Київ, 03068, Україна)

**E-mail:** kulik75@yahoo.com

**Манжос Тетяна Василівна** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент, кафедра вищої математики, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (пр. Перемоги, 54/1, Київ, 03068, Україна)

**E-mail:** tmanzhos@gmail.com

УДК 519.8(075)

UDC 519.8(075)

### Кулик А. Б., Манжос Т. В. Модель управления запасами вертикально интегрированной структуры на примере сельскохозяйственного предприятия

В статье построена модель управления запасами вертикально интегрированного предприятия холдингового типа, составленная из двух звеньев технологической цепочки. При построении модели использованы функции затрат и описаны общие подходы к их построению. Критерием поиска оптимальных стратегий функционирования системы управления запасами холдинга является минимизация совокупных затрат. Доказано, что при достаточно общих условиях найденные решения являются оптимальными для холдинга в целом. Построенный в работе алгоритм проиллюстрирован на примере конкретного предприятия. На основе статистических данных за три года построена функция затрат, исследован и проанализирован характер спроса на продукцию холдинга, а также сделан статистический прогноз относительно его вероятного значения в прогнозируемом периоде. Построена математическая модель управления запасами предприятия и найдена оптимальная стратегия функционирования системы запасов. Полученные оптимальные решения устанавливают общий уровень запаса для предприятия холдингового типа в целом и долю запаса для каждого производства отдельно.

**Ключевые слова:** функция затрат, однопериодическая модель, метод скользящего среднего, предприятие холдингового типа.

**Рис.:** 3. **Табл.:** 2. **Формул.:** 5. **Библ.:** 12.

**Кулик Анатолий Борисович** – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент, кафедра высшей математики, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (пр. Победы, 54/1, Киев, 03068, Украина)

**E-mail:** kulik75@yahoo.com

Kulyk A. B., Manzhos T. V.

### A Model of Stock Management of a Vertically Integrated Structure on the Example of the Agricultural Enterprise

The article presents a model of stock management of vertically integrated enterprise of holding type consisting of two links of the technological chain. When building the model the cost functions were used and general approaches to their building described. The criterion of searching for optimal strategies of the functioning of the holding stock management system is minimization of aggregate costs. It has been proved that under fairly general conditions, the obtained solutions are optimal for the holding as a whole. The algorithm built in the work is illustrated on the example of a particular enterprise. On the basis of statistical data for three years the cost function has been built and the nature of demand for the holding products analyzed and investigated and a statistical forecast of its likely value in the forecast period carried out. A mathematical model of the enterprise's stock management has been built and the optimal strategy for the functioning of the stock system found. The obtained optimal solutions determine the overall stock level for the enterprise of holding type as a whole and the stock share for each production individually.

**Keywords:** cost function, one-periodic model, method of moving average, enterprise of holding type/

**Fig.:** 3. **Tabl.:** 2. **Formulae:** 5. **Bibl.:** 12.

**Kulyk Anatoliy B.** – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Kyiv National Economic University named after V. Getman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03068, Ukraine)

**E-mail:** kulik75@yahoo.com

**Манжос Татьяна Васильевна** — кандидат физико-математических наук, доцент, доцент, кафедра высшей математики, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (пр. Победы, 54/1, Киев, 03068, Украина)

E-mail: tmanzhos@gmail.com

**Manzhos Tetiana V.** – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Kyiv National Economic University named after V. Getman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03068, Ukraine)

E-mail: tmanzhos@gmail.com

**Вступ.** Процеси глобалізації та технологічний прогрес, притаманні сучасному розвитку світового господарства, суттєво впливають на швидку зміну конкурентного середовища. У цих умовах успіх будь-якої компанії значною мірою залежить від ефективності її взаємодії з іншими компаніями на різних етапах створення та просування продукту або послуги до споживача. Ефективна вертикальна інтеграція надає учасникам ряд переваг: дає змогу знизити ризики, суттєво зменшити витрати на виробництво, закупівлю та збут, посилити диференціацію від інших виробників тощо. Більш детально про передумови створення, переваги та недоліки вертикально інтегрованих структур описано в роботі [1].

Нова структура, що виникає внаслідок інтеграції фірм, може використовувати ефект синергії, який полягає у тому, що результат діяльності об'єднання підприємств перевищує суму результатів діяльності кожного з них окремо. Прикладами прояву ефектів синергії є усунення дублювання управлінських функцій, скорочення витрат на збут продукції, централізацію закупівель, оптимізацію розміщення і завантаження виробничих потужностей, ширші можливості залучення позик, об'єднання результатів НДДКР.

#### **Постановка проблеми й аналіз основних джерел.**

Створення централізованої системи управління запасами вертикально інтегрованої структури призводить до суттєвого зменшення витрат. Це пов'язано зі зменшенням страхових запасів, оптимізацією закупівель, транспортування та дистрибуції, зменшенням кількості працівників, що обслуговують систему запасів, економією на орендній платі за складські приміщення тощо [2]. Зрозуміло, що задачі управління запасами та логістики стають значно складнішими, якщо йдеться про вертикально інтегровану структуру. Адаже в цьому випадку слід враховувати витрати на транспортування запасів, знаходити оптимальні стратегії розміщення складів, планувати розподіл ресурсів вздовж технологічного ланцюга тощо.

Вперше задачу оптимального управління запасами для інтегрованої структури було розглянуто в роботі [3] ще у 1976 р. Автором був розглянутий підхід мінімізації сукупних витрат учасників ланцюга поставок на систему управління запасами, тоді як раніше при розв'язанні аналогічних задач кожна ланка розглядалась окремо. Зокрема, автором було показано, що оптимальні стратегії для кожного підприємства чи фірми, які є учасниками вертикально інтегрованого об'єднання, не є оптимальними для усєї системи в цілому.

Хілл [4], Оуянг, Ву і Хо [5], Ред і Кошалхан [6] та багато інших учених працювали над різними узагальненнями цієї моделі. Зокрема, в роботах [7; 8] розглянуто випадки систем управління запасами для інтегрованих структур, коли попит є залежним від ціни, у статті [9] зроблено спро-

бу дослідити, як впливає поділ інформації при вертикальній інтеграції на сукупний прибуток учасників ланцюга.

#### **Невирішена раніше частина загальної проблеми.**

Незважаючи на значну кількість досліджень, присвячених пошуку оптимальних стратегій функціонування вертикально інтегрованої структури, питання планування закупівель і руху запасів уздовж технологічного ланцюга вивчені недостатньо. Крім того, мало вивченим є питання оптимального розподілу ресурсів із погляду мінімізації сукупних витрат учасників вертикально інтегрованого об'єднання.

#### **Виклад основного теоретичного матеріалу. Одноперіодна модель управління запасами вертикально інтегрованої холдингової структури.**

Отже, оскільки однією з переваг вертикальної інтеграції є зменшення витрат на управління запасами, змоделюємо таку систему та розв'яжемо задачу оптимізації для вертикально інтегрованого холдингу. У процесі побудови математичної моделі системи управління запасами вертикально інтегрованої структури, яка містить щонайменше дві ланки технологічного ланцюга, будуть використані функції витрат (англ. *cost functions*). Наведемо поняття такої функції та основні методи її побудови.

*Функція витрат* характеризує мінімальну суму витрат як функцію обсягу випуску кінцевого продукту і цін ресурсів. Або, інакше кажучи, функція витрат показує загальний рівень витрат на виробництво певного обсягу продукції за умови, що підприємство використовує оптимальні комбінації ресурсів. Останні визначаються точкою дотику ізокванти, що відповідає цьому обсягу випуску, та ізокости (більш детально див. [10]). Якщо вважати ціни ресурсів сталими, можна показати криву витрат як функцію від обсягу випуску.

Розрізняють витрати в довгому періоді, або довгострокові витрати (англ. *LTC; long-run total cost*), і витрати в короткому періоді, або короткострокові витрати (англ. *STC; short-run total cost*). У довгому періоді усі витрати є змінними, в короткому – деякі з них сталі, тобто їх обсяг не може бути змінений у межах цього періоду.

Оскільки модель системи управління запасами, наведена далі, є *одноперіодною*, більш детально розглянемо види та методи побудови функцій витрат у короткостроковому періоді.

У короткому періоді щонайменше один фактор виробництва фіксований, тобто обсяг випуску можна збільшити за рахунок зростання лише змінних витрат, таких як наймання більшої кількості працівників або закупівля більшого обсягу матеріалів і комплектуючих. Таким чином, загальні витрати є сумою *фіксованих* (або сталих) *витрат* і *змінних витрат*.

*Фіксовані витрати* не залежать від обсягу виробництва, фірма їх витрачає навіть у випадку, коли виробництво

зупиняється або є мінімальним. Прикладами таких витрат є витрати на оренду приміщень, на закупівлю обладнання, сплата податків, заробітних плат контрактним працівникам, виплата боргів і кредитів, сталі витрати на амортизацію і страхові витрати.

Змінні витрати прямо залежать від обсягу продукції, що випускається, – якщо виробництво зупиняється, вони дорівнюють нулю, і зі зростанням випуску ці витрати збільшуються. Приклади змінних витрат: вартість сировини, напівфабрикатів і комплектуючих, витрати на пакування, витрати, пов'язані зі збутом, сплата заробітних плат погодинним працівникам, оплата комунальних послуг (газ, електрика та ін.), витрати на амортизацію, пов'язані зі зношуванням певних механізмів, комплектуючих для обладнання тощо.

Для побудови функції витрат є декілька підходів. Як зазначає А. Яругова [11, с. 182–185], основу її визначення становить припущення, що рівень витрат певного періоду можна розглядати як функцію цього числа незалежних змінних і фактора випадковості. У випадку ж, якщо функцію витрат розглядати лише як функцію обсягу продукції  $x$ , що випускається, одержимо залежність

$$y = f(x, \varepsilon),$$

де  $\varepsilon$  – випадкова величина, яка описує вплив усіх інших незалежних змінних і фактора випадковості.

Для того щоб виключити вплив фактора випадковості й оцінити залежність витрат виключно від обсягу виробництва, слід побудувати згладжену криву, що максимально наближає емпіричні дані. Що ж стосується фактора випадковості, то його вплив можна врахувати під час аналізу відхилень фактичних витрат від нормативних, вкладених у кошторис. Тобто виключивши фактор випадковості, одержимо функцію витрат у вигляді:

$$y = f(x). \quad (1)$$

Тип залежності (1) визначається відповідно до характеру емпіричних даних. На практиці найчастіше функція витрат обирається степеневою, частинним випадком якої є лінійна.

Якщо на основі аналізу емпіричних даних припускається лінійна залежність, то функція витрат набуває вигляду:  $y = ax + b$ , де  $y$  – сукупні (загальні) витрати;  $b$  – фіксовані витрати,  $a$  – змінні витрати на одиницю продукції,  $x$  – обсяг продукції, що випускається.

За наявності даних про  $x$  та  $y$  завдання полягає у визначенні параметрів  $a$  і  $b$ . Використовують такі методи їх визначення:

- метод технологічного (інжинірингового) аналізу;
- метод аналізу рахунків;
- метод візуального пристосування (графічний);
- метод аналізу діапазону обсягів виробництва (мінімаксний, вищої і нижчої точки);
- регресійний аналіз (метод найменших квадратів) та ін.

Варто зазначити, що у випадку, коли віддача від масштабу виробництва є зростаючою, функція витрат опукла і часто моделюється у вигляді степеневої функції  $y = ax^\alpha + b$ , де  $0 < \alpha < 1$ . Якщо віддача зростаюча, зростання випуску випереджує зростання обсягу використаних ресурсів. При сталій віддачі від масштабу функція витрат

лінійна. Тобто загальні витрати збільшуються пропорційно до зростання обсягу виробництва. У випадку спадної віддачі від масштабу функція витрат вгнута, часто знаходиться у вигляді степеневої зі степенем  $\alpha > 1$ . Очевидно, що тоді витрати за незмінних цін будуть зростати швидше, ніж випуск.

Розглянемо задачу оптимізації під час управління системою запасів для вертикально інтегрованого холдингу.

Припустимо, що технологічний ланцюг вертикально інтегрованого об'єднання складається з двох ланок: виробництв  $A$  та  $B$ . Зазначимо, що у випадку наявності більш ніж двох ланок ланцюга підприємств вертикально інтегрованого холдингу задача оптимізації розв'язується аналогічно, лише значно збільшується обсяг розрахунків. Тому на основі описаного нижче алгоритму з двома ланками можна побудувати алгоритм, який би реалізовувався з використанням комп'ютерних програм.

Отже, розглянемо одноперіодну модель управління запасами зазначеного холдингу. Нехай  $Q$  – обсяг виробництва першої ланки ( $A$ ), причому його частка  $p$  є сировиною для виробництва  $B$ . Відповідно обсяг продукції  $(1-p)Q$  іде на задоволення невиробничих потреб, тобто збувається з метою отримання прибутку. Попит на цей товар на цьому етапі є випадковою величиною  $X_2$  з щільністю розподілу  $f_2(x)$  і функцією розподілу ймовірностей  $F_2(x)$ .

Виробництво другої ланки ( $B$ ), як було зазначено, використовує продукцію виробництва  $A$  в обсязі  $pQ$  як сировину. Нехай  $pQk$  – обсяг випуску продукції  $B$ , де  $k$  – параметр, який визначається на основі аналізу наявних технологій. Попит на продукцію виробництва  $B$  – випадкова величина  $X_1$  з функцією щільності  $f_1(x)$  і функцією розподілу ймовірностей  $F_1(x)$  (див. рис. 1).

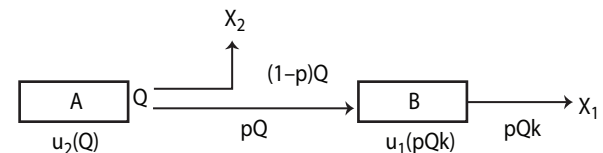


Рис. 1. Схема виробництва вертикально інтегрованого холдингу

Позначимо функції витрат виробництв  $A$  і  $B$  через  $u_2(\cdot)$  та  $u_1(\cdot)$  відповідно, нехай  $h_2$ ,  $d_2$  і  $h_1$ ,  $d_1$  – питомі витрати зберігання та дефіцитності (на одиницю продукції за етап) відповідно виробництв  $A$  та  $B$ , які не залежать від часу.

Будемо шукати оптимальні значення змінних рішень  $Q$  і  $p$  за критерієм мінімізації функції витрат. Отже, побудуємо цільову функцію.

З урахуванням викладених вище припущень та позначень отримаємо таку функцію витрат на систему управління запасами холдингу:

$$L(Q, p) = u_2(Q) + h_2 \int_0^{(1-p)Q} ((1-p)Q - x) f_2(x) dx + \\ d_2 \int_{(1-p)Q}^{\infty} (x - (1-p)Q) f_2(x) dx + u_1(pQk) + \\ + h_1 \int_0^{pQk} (pQk - x) f_1(x) dx + d_1 \int_{pQk}^{\infty} (x - pQk) f_1(x) dx.$$

Частинні похідні функції  $L(Q, p)$  мають вигляд:

$$L'_Q = u'_2(Q) + h_2(1-p) \int_0^{(1-p)Q} f_2(x) dx - d_2(1-p) \int_{(1-p)Q}^{\infty} f_2(x) dx +$$

$$+ pk \cdot u'_1(pQk) + h_1pk \int_0^{pQk} f_1(x) dx - d_1pk \int_{pQk}^{\infty} f_1(x) dx$$

$$L'_p = -h_2Q \int_0^{(1-p)Q} f_2(x) dx + d_2Q \int_{(1-p)Q}^{\infty} f_2(x) dx +$$

$$+ kQ \cdot u'_1(pQk) + h_1Qk \int_0^{pQk} f_1(x) dx - d_1Qk \int_{pQk}^{\infty} f_1(x) dx.$$

Критична точка функції двох змінних  $L$  є розв'язком системи рівнянь:

$$\begin{cases} L'_Q(Q, p) = 0, \\ L'_p(Q, p) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Після перетворень система (2) матиме вигляд:

$$\begin{cases} u'_2(Q) + (h_2 + d_2)(1-p) \cdot F_2((1-p)Q) + pk \cdot u'_1(pQk) + \\ + (h_1 + d_1)pk \cdot F_1(pQk) - d_2(1-p) - d_1pk = 0, \\ -(h_2 + d_2) \cdot F_2((1-p)Q) + k \cdot u'_1(pQk) + \\ + (h_1 + d_1)k \cdot F_1(pQk) + d_2 - d_1k = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Система рівнянь (3) рівносильна наступній

$$\begin{cases} F_2((1-p)Q) = \frac{d_2 - u'_2(Q)}{h_2 + d_2}, \\ F_1(pQk) = \frac{d_1 - u'_1(pQk) - u'_2(Q) / k}{h_1 + d_1}. \end{cases} \quad (4)$$

Зазначимо, що за достатньо широких умов, накладених на  $d_1$ ,  $d_2$  і функції  $u_1$ ,  $u_2$ , система (4) має єдиний розв'язок  $(Q^*, p^*)$ . У випадку лінійних функцій  $u_1$ ,  $u_2$ , що нерідко трапляється на практиці,  $u'_2(Q)$  і  $u'_1(pQk)$  – сталі і  $(Q^*, p^*)$  можна знайти аналітично залежно від функцій розподілів  $F_1$  і  $F_2$ . У протилежному випадку система рівнянь (4) може не мати аналітичного розв'язку, тоді шукану комбінацію  $(Q^*, p^*)$  можна знайти за допомогою комп'ютерних програм.

Доведемо, що точка  $(Q^*, p^*)$  є точкою мінімуму функції  $L$  за припущення, що  $u_1$  і  $u_2$  – лінійні.

Частинні похідні другого порядку цієї функції у критичній точці  $(Q^*, p^*)$  такі:

$$L''_{QQ} \Big|_{(Q^*, p^*)} = (1-p)^2 (h_2 + d_2) f_2((1-p)Q) + (pk)^2 (h_1 + d_1) f_1(pQk),$$

$$L''_{pp} \Big|_{(Q^*, p^*)} = Q^2 (h_2 + d_2) f_2((1-p)Q) + (Qk)^2 (h_1 + d_1) f_1(pQk),$$

$$L''_{Qp} \Big|_{(Q^*, p^*)} = -Q(1-p)(h_2 + d_2) f_2((1-p)Q) + pQk^2 (h_1 + d_1) f_1(pQk).$$

Складемо повний диференціал другого порядку функції  $L$  в точці  $(Q^*, p^*)$ :

$$d^2L \Big|_{(Q^*, p^*)} = L''_{QQ} \Big|_{(Q^*, p^*)} dQ^2 + 2L''_{Qp} \Big|_{(Q^*, p^*)} dQdp +$$

$$+ L''_{pp} \Big|_{(Q^*, p^*)} dp^2 = (h_2 + d_2) \cdot f_2((1-p)Q) ((1-p)dQ - Qdp)^2 +$$

$$+ (h_1 + d_1) \cdot f_1(pQk) k^2 (pdQ + Qdp)^2 > 0.$$

Отже, оскільки виконується умова  $d^2L \Big|_{(Q^*, p^*)} > 0$ , в точці  $(Q^*, p^*)$  – мінімум функції  $L$  (див. [12, с. 767]). Таким чином, алгоритм пошуку оптимальної стратегії вертикально інтегрованого холдингу з точки зору мінімізації витрат на систему управління запасами побудовано.

Зазначимо, що наведене доведення того факту, що розв'язок системи (4) є точкою мінімуму, справедливе лише за припущення лінійності функцій  $u_1$ ,  $u_2$ . У випадку, коли вони відмінні від лінійних, критична точка є точкою мінімуму за певних, достатньо широких умов.

**Реалізація алгоритму на прикладі.** Проілюструємо викладений теоретичний матеріал прикладом застосування у випадку вертикально інтегрованого холдингу. Було розглянуто функціонування ТОВ «Волочиськ-Агро» (статистичні дані за 2012–2014 рр.), яке умовно складається з двох ланок виробництва – кормоферма (тварини на відгодівлі, виробництво  $A$ ) та виробництво молока (виробництво  $B$ ). Позначимо через  $Q$  продукцію кормоферми – живу вагу ВРХ (в т.). Знайдемо оптимальне значення  $Q = Q^*$  і відсотковий розподіл стада на корів для виробництва молока ( $p^* Q^*$ ) та худоби для виробництва м'яса ( $(1 - \delta^*) Q^*$ ), що визначається попитом на цю сільськогосподарську продукцію та специфікою підприємства і усталеними нормами виробництва.

Функції витрат на виробництво м'яса ( $x$  в т. живої маси,  $u_2$  в тис. грн) та молока ( $x$  в т. молока,  $u_1$  в тис. грн)  $u_2 = 85 + 0,8x$ ,  $u_1 = 76 + 1,5x$ , відповідно, було побудовано методом найменших квадратів, використовуючи статистичні дані за вказаний період. Питомі витрати, пов'язані зі зберіганням і дефіцитністю продукції виробництв  $A$  і  $B$  складають  $h_2 = 13$ ,  $d_2 = 34$ ,  $h_1 = 1,8$ ,  $d_1 = 3,5$ .

Для встановлення закону розподілу випадкового попиту  $X_t$  (на молоко, в т.) було побудовано та досліджено часовий ряд (рис. 2). Прогнозування та аналіз попиту здійснювалися на основі мультиплікативної моделі:  $Y_t = S_t \cdot TR_t \cdot I_t$ , де  $S_t$  – сезонна компонента,  $TR_t$  – тренд,  $I_t$  – випадкова компонента.

Методом ковзної середньої було знайдено сезонну компоненту, в табл. 1 наведено її значення для кожного місяця.

Як видно з рис. 3, тренд часового ряду близький до лінійного. Його рівняння:  $TR_t = 14,6t + 707,5$ . Таким чином, отримали прогнозні значення  $\hat{Y}_t = S_t \cdot TR_t$ . Встановлено, що похибка прогнозу  $(Y_t - \hat{Y}_t)$  має нормальний закон розподілу з нульовим середнім і стандартним відхиленням  $\sigma_{np} = 59$ . Отже, можна вважати закон розподілу випадкового попиту на молоко  $X_1$  для місяця  $t$  ( $t = \overline{1; 12}$ ) нормальним із середнім  $\mu_1 = S_t \cdot TR_{t+36}$  та середньоквадратичним відхиленням  $\sigma_1 = 59$ .

Аналогічно встановлено, що випадковий попит  $X_2$  на м'ясо (в т.) на першому етапі (див. рис. 1) має нормальний закон розподілу ймовірностей з параметрами  $\mu_2 = S'_t \cdot TR'_{t+36}$ ,  $\sigma_2 = 4$ , де  $S'_t$  – сезонна компонента (табл. 2), рівняння тренду  $TR'_t = -0,04t + 39,19$ . Зазна-



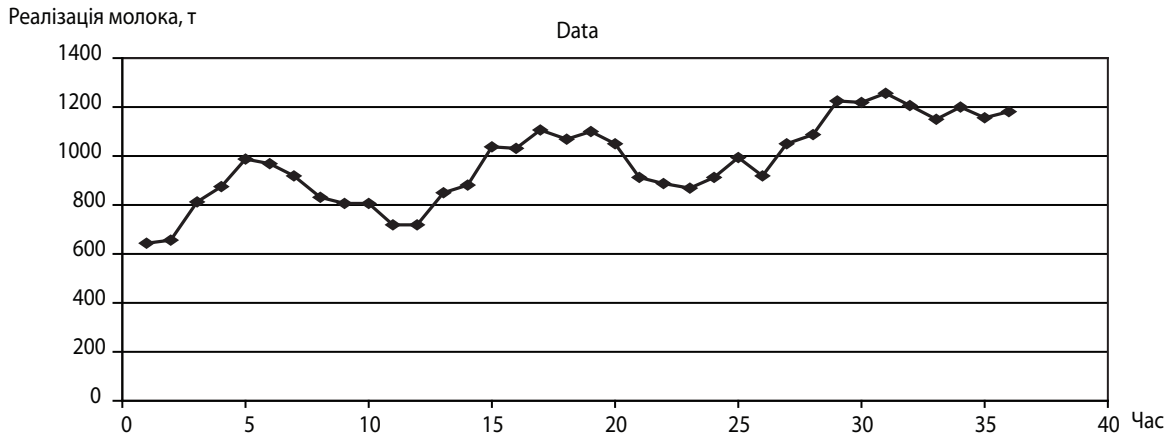


Рис. 2. Часовий ряд попиту на молоко

Таблиця 1

Сезонна компонента часового ряду 1

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
St	0,962	0,931	1,062	1,061	1,146	1,103	1,132	1,037	0,938	0,915	0,848	0,863

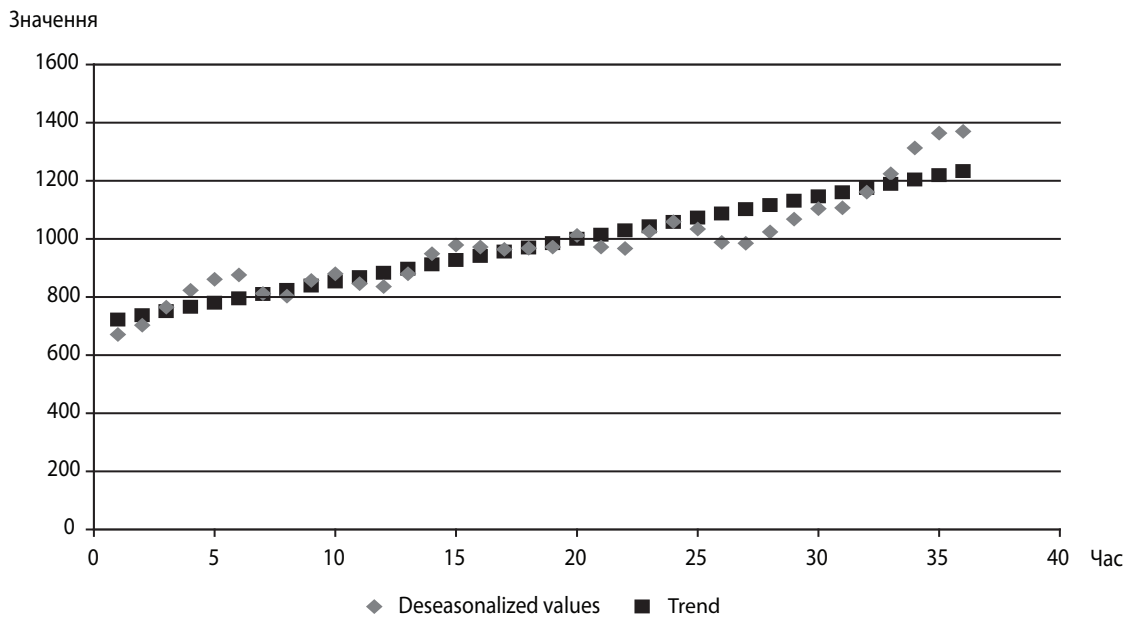


Рис. 3. Дані, очищені від сезонної компоненти, тренд

чимо, що перше рівняння системи (4) в цьому випадку матиме вигляд  $0,5 + \Phi\left(\frac{(1-p)Qk_2 - \mu_2}{\sigma_2}\right) = \frac{d_2 - u'_2(Q)}{h_2 + d_2}$ , де

$k_2 = 0,04$  – коефіцієнт, що визначається усталеними нормами виробництва.

Знайдемо оптимальні значення обсягу продукції  $Q^*$  підприємства  $A$  та його частки  $p^*$ , що використовується для виробництва  $B$ . Для цього складемо та розв'яжемо систему рівнянь (4), наприклад, для березня наступного прогнозованого року ( $\mu_1 = 1356$  т,  $\mu_2 = 634,3$  т):

$$\begin{cases} 0,5 + \Phi\left(\frac{\delta Q \cdot 0,62 - 1356}{59}\right) = 0,17, \\ 0,5 + \Phi\left(\frac{(1 - \delta)Q \cdot 0,04 - 44,4}{4}\right) = 0,71, \end{cases} \quad (5)$$

де  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  – функція Лапласа.

Розв'язок системи (5):  $p^* = 0,65$  (частка корів у стаді),  $Q^* = 3321,75$ , який є оптимальним з точки зору мінімізації витрат на систему управління запасами. Тоді  $(1-p^*)Q^* = 1162,6$  (т.) (або приблизно 1660 голів худоби на виробництво м'яса),  $p^*Q^* = 2159,15$  (т.) (або близько 3085 корів),  $p^*Q^*k = 1338,66$  (т. молока). Таким чином, для розгляданого періоду оптимальну стратегію побудовано. За наведеним алгоритмом можна розрахувати оптимальну кількість поголів'я та частку корів для кожного місяця року, для якого здійснюється планування. Зазначимо, що ці

Сезонна компонента часового ряду 2

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S't	0,83	0,76	1,18	1,04	1,54	0,95	1,47	0,59	0,82	0,30	1,83	0,68

Параметр  $k = 0,62$ , що впливає з аналізу технології виробництва.

стратегії є орієнтовними, вони можуть бути уточнені зважаючи на технології виробництва продуктів тваринництва та формування стада.

**Висновки та напрями подальших досліджень.** У роботі побудовано математичну модель системи управління запасами вертикально інтегрованої структури та знайдено оптимальну стратегію її функціонування. Напрямами подальшого дослідження в побудові моделей і розв'язанні задач оптимізації систем управління запасами вертикально інтегрованих холдингових структур є вивчення випадків, коли технологічний ланцюг об'єднання підприємств складається із більш ніж двох ланок, врахування знижок, порівняння витрат холдингу та розрізнених підприємств для доведення ефективності створення такого об'єднання.

Крім того, важливим є подальше застосування нечіткої логіки в моделюванні функцій витрат, а також при врахуванні невизначеності у моделюванні системи управління запасами.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Бондар Н. М. Консолідаційні процеси: переваги та недоліки інтегрованих структур / Н. М. Бондар // Управління проектами, системний аналіз і логістика. – 2009. – Вип. 6. – С. 287–293.

2. Смирнов И. В. Логистический менеджмент запасов: проблемы и методы оптимизации / И. В. Смирнов // Логистика: проблемы и решения. – 2012. – № 5. – С. 54–66.

3. Goyal S. K. An integrated inventory model for a single supplier – single customer problem / S. K. Goyal // International Journal of Production Research. – 1976. – Vol. 15 (1). – P. 107–111.

4. Hill R. M. The single-vendor single-buyer integrated production-inventory model with a generalized policy / R. M. Hill // European Journal of Operational Research. – 1997. – Vol. 97. – P. 493–499.

5. Ouyang L. Y. Integrated vendor-buyer cooperative models with stochastic demand in controllable lead time / L. Y. Ouyang, K. S. Wu, C. H. Ho // International Journal of Production Economics. – 2004. – Vol. 92 (3). – P. 255–266.

6. Rad M. A. An integrated production-inventory model with backorder and lot for lot policy / M. A. Rad, F. Khoshalhan // International Journal of Production Research & Industrial Engineering. – 2011. – Vol. 22 (2). – P. 127–134.

7. Chen L. H. Integrated inventory models considering the two-level trade credit policy and a price-negotiation scheme / L. H. Chen, F. S. Kang // European Journal of Operational Research. – 2010. – Vol. 205. – P. 47–58.

8. Chung K.-J. The simplified solution algorithm for an integrated supplier-buyer inventory model with two-part trade credit in a supply chain system / K.-J. Chung, J.-J. Liao // European Journal of Operational Research. – 2011. – Vol. 213. – P. 156–165.

9. Lee H. Information Sharing in a Supply Chain / H. Lee, S. Whang // International Journal of Manufacturing Technology and Management. – 2000. – Vol. 1 (1). – P. 79–93.

10. Вечканов Г. С. Микроэкономика. Краткий курс / Г. С. Вечканов, Г. Р. Вечканова. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2008. – 272 с.

11. Яругова А. Управленческий учет: опыт экономически развитых стран / А. Яругова. – М. : Финансы и статистика, 1991. – 237 с.

12. Таха Х. А. Введение в исследование операций / Х. А. Таха ; [пер. с англ. А. А. Минько]. – 7-е изд. – М. : Вильямс, 2005. – 912 с.

#### REFERENCES

Bondar, N. M. "Konsolidatsiini protsesy: perevahy ta nedoliky intehrovanykh struktur" [Consolidation processes, advantages and disadvantages of integrated structures]. *Upravlinnia proektamy, systemnyi analiz i lohistyka*, no. 6 (2009): 287-293.

Chen, L. H., and Kang, F. S. "Integrated inventory models considering the two-level trade credit policy and a price-negotiation scheme" *European Journal of Operational Research* vol. 205 (2010): 47-58.

Chung, K.-J., and Liao, J.-J. "The simplified solution algorithm for an integrated supplier-buyer inventory model with two-part trade credit in a supply chain system" *European Journal of Operational Research* vol. 213 (2011): 156-165.

Goyal, S. K. "An integrated inventory model for a single supplier - single customer problem" *International Journal of Production Research* vol. 15 (1) (1976): 107-111.

Hill, R. M. "The single-vendor single-buyer integrated production-inventory model with a generalized policy" *European Journal of Operational Research* vol. 97 (1997): 493-499.

Lee, H., and Whang, S. "Information Sharing in a Supply Chain" *International Journal of Manufacturing Technology and Management* vol. 1 (1) (2000): 79-93.

Ouyang, L. Y., Wu, K. S., and Ho, C. H. "Integrated vendor-buyer cooperative models with stochastic demand in controllable lead time" *International Journal of Production Economics* vol. 92 (3) (2004): 255-266.

Rad, M. A., and Khoshalhan, F. "An integrated production-inventory model with backorder and lot for lot policy" *International Journal of Production Research & Industrial Engineering* vol. 22 (2) (2011): 127-134.

Smirnov, I. V. "Logisticheskiy menedzhment zapasov: problemy i metody optimizatsii" [Logistic management of stocks: problems and methods of optimization]. *Logistika: problemy i resheniya*, no. 5 (2012): 54-66.

Takha, Kh. A. *Vvedeniye v issledovaniye operatsiy* [Introduction to Operations Research]. Moscow: Viliams, 2005.

Vechkanov, G. S., and Vechkanova, G. R. *Mikroekonomika. Kratkiy kurs* [Microeconomics. Short Course]. St. Petersburg: Piter, 2008.

Yarugova, A. *Upravlencheskiy uchet: opyt ekonomicheskoi razvitykh stran* [Management accounting: the experience of economically developed countries]. Moscow: Finansy i statistika, 1991.