

УДК 629.114.4

О.В. Березюк, канд. техн. наук  
Вінницький національний технічний університет

## АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ГІДРОПРИВОДА ВИВАНТАЖЕННЯ ТВЕРДИХ ПОБУТОВИХ ВІДХОДІВ ІЗ СМІТТЕВОЗА

*Предложена упрощенная математическая модель гидропривода выгрузки твердых бытовых отходов из мусоровоза. Получены приближенные аналитические зависимости давления в напорной магистрали гидроцилиндра, скорости и перемещения плиты выталкивания от времени, продолжительности выгрузки твердых бытовых отходов из мусоровоза от основных параметров гидропривода.*

*Offered simplified mathematical model hydraulic drive unloads of hard domestic waste from wastecar. Received approximate analytical dependencies of pressure in pressure pathway hydraulic cylinder, velocities and moving the plate of pulling from time, length unload of hard domestic waste from wastecar from the main parameters hydraulic drive.*

### Вступ. Постановка проблеми

Відповідно до даних [1] у населених пунктах України щороку утворюються 46 млн. м<sup>3</sup> твердих побутових відходів (ТПВ). Переважаюча їх частина захоронюється на 4530 полігонах та сміттєзвалищах, які займають загальну площу майже 7,7 тис. га та лише частково утилізуються на сміттєспалювальних заводах або перероблюються. Тільки впродовж 1999–2007 рр. загальна площа полігонів та сміттєзвалищ в Україні зросла у 2,5 рази. Разом з тим зросла площа (більше ніж в 2,5 рази) перевантажених, а також особливо тих полігонів та сміттєзвалищ, що не відповідають нормам екологічної безпеки. Збирання ТПВ є основним завданням санітарного очищення населених пунктів і здійснюється більше ніж 4,1 тисячею спеціальних автомобілів (сміттєвозів) [1], а тому пов'язане із значними фінансовими витратами. Після перевезення ТПВ сміттєвозами до місця їх утилізації виконується операція вивантаження відходів. Згідно [1] зношеність автопарку сміттєвозів комунальних підприємств України складає майже 70%. Згідно Постанови Кабінету Міністрів України № 265 [2], забезпечення застосування сучасних високоефективних сміттєвозів у комунальному господарстві країни є актуальною науково-технічною задачею. Зокрема, актуальною є проблема розробки нових конструкцій сміттєвозів.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналіз розробок [3] у галузі комунальної техніки показав, що у більшості сміттєвозів вивантаження відходів здійснюється за допомогою гідравлічного приводу робочих органів із використанням телескопічного гідроциліндра. В роботі [4] наведено математичну модель гідроприводу вивантаження ТПВ із сміттєвоза у вигляді суттєво нелінійної системи диференціальних рівнянь, яка не може бути розв'язана відомими аналітичними методами у допустимих межах похибки.

### Формулювання мети досліджень

Метою дослідження є визначення залежностей показників процесу вивантаження твердих побутових відходів із сміттєвоза від основних параметрів його гідропривода

для розробки у подальшому методики проектних розрахунків нових конструкцій сміттєвозів.

### Основна частина

На рисунку 1 представлено розрахункову схему спрощеної математичної моделі гідропривода вивантаження ТПВ із сміттєвоза. На схемі позначено структурні елементи: ПВ — плита виштовхування, ГЦ — гідроциліндр, Р — гідророзподільник, Н — гідронасос, ЗК — запобіжний клапан, Ф — фільтр, Б — бак із робочою рідиною. Також представлено наступні основні геометричні, кінематичні та силові параметри:

$p_1, p_2$  — тиски відповідно на виході насоса, на вході гідроциліндра;  $W_1, W_2$  — об'єми трубопроводів між насосом та гідророзподільником, гідророзподільником та входом гідроциліндра;  $Q_H$  — фактична подача насоса;  $S_{ГЦ1} = AD^2/4$  — площа напірної порожнини гідроциліндра;  $D$  — діаметр поршня;  $F_{ТП}$  — сила тертя плити виштовхування;  $F_{ТВ}$  — сила тертя ТПВ;  $x_c$  — довжина ступені телескопічного гідроциліндра;  $x$  — переміщення плити виштовхування;  $l_x$  — ефективна довжина кузова сміттєвоза.

Аналіз проведених досліджень повної математичної моделі [4] показав, що  $p_1 \approx p_2 \approx p$ , а вплив тиску в зливних магістралях, сил в'язкого тертя на роботу гідропривода є несуттєвим.

Тому спрощена математична модель гідропривода вивантаження ТПВ із сміттєвоза, яку розроблено на основі загальновідомих для гідроприводів підходів, має вигляд:

$$\begin{cases} Q_H = \dot{x}S_{ГЦ1} + \sigma p + KW_{12}\dot{p}; \\ pS_{ГЦ1} = m_p \ddot{x} + F_{ТП} + F_{ТВ} - F_{ТВ}x/l_x, \end{cases} \quad (1)$$

де  $\sigma$  — коефіцієнт перетікання робочої рідини;  $K$  — коефіцієнт стисливості робочої рідини;  $W_{12} = W_1 + W_2$  — об'єм трубопроводів між насосом та входом гідроциліндра;  $m_p$  — приведена маса рухомих частин.

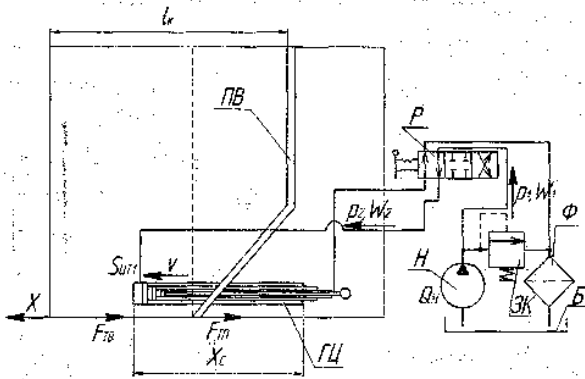


Рисунок 1. Розрахункова схема спрощеної математичної моделі гідроприводу вивантаження ГПВ із сміттевоза.

Для дослідження спрощеної математичної моделі (1) використаємо перетворення за Лапласом [5], що набуло широкого застосування для аналізу математичних моделей гідроприводів, згідно якого отримаємо:

$$\begin{cases} Q_H/s = X(s)S_{ЦГ1} + P(s)\sigma + P(s)KW_{12}; \\ P(s)S_{ЦГ1} = X(s)s^2m_p + (F_{ТП} + F_{ТВ})/s - X(s)F_{ТВ}/l_k, \end{cases} \quad (2)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2) методом підстановки, нехтуючи доданком  $a_p$ , який має вищий порядок малості, отримаємо:

$$P(s) = \frac{b_2s^3 + b_1s - b_0}{s(a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0)} \approx \frac{b_2s^3 + b_1s - b_0}{s^2(a_3s^2 + a_2s + a_1)} \quad (3)$$

де  $a_3 = KW_{12}m_p$ ;  $a_1 = S_{ЦГ1}^2 - KW_{12}F_{ТВ}/l_k$ ;

$a_2 = m_p\sigma$ ;  $a_0 = \sigma F_{ТВ}/l_k$ ;  $b_2 = Q_H m_p$ ;

$b_1 = (F_{ТП} + F_{ТВ})S_{ЦГ1}$ ;  $b_0 = Q_H F_{ТВ}/l_k$ . (4)

Методом розкладання виразу (3) на простіші дробі після приведення до канонічного вигляду отримаємо:

$$P(s) = \frac{C}{a_3} \frac{s + a_2/(2a_3)}{(s + a_2/(2a_3))^2 + (4a_1a_3 - a_2^2)/(4a_3^2)} + A \frac{1}{s} + B \frac{1}{s^2} + \frac{4D - Ca_2/a_3}{2\sqrt{4a_1a_3 - a_2^2}} \times \frac{\sqrt{4a_1a_3 - a_2^2}/(2a_3)}{(s + a_2/(2a_3))^2 + (4a_1a_3 - a_2^2)/(4a_3^2)} \quad (5)$$

де  $A = \frac{b_1}{a_1} + \frac{a_2b_0}{a_1^2}$ ;  $C = -\frac{a_3}{a_1} \left( b_1 + \frac{a_2b_0}{a_1} \right)$ ;

$$B = -\frac{b_0}{a_0}; D = b_2 + \frac{a_3b_0 - a_2b_1}{a_1} - \frac{a_2^2b_0}{a_1^2} \quad (6)$$

Знаходимо оригінал зображення (5)

$$p(t) = A + Bt + \frac{C}{a_3} e^{-\frac{a_2}{2a_3}t} \cos\left(\frac{\sqrt{4a_1a_3 - a_2^2}}{2a_3}t\right) + \frac{4D - Ca_2/a_3}{2\sqrt{4a_1a_3 - a_2^2}} e^{-\frac{a_2}{2a_3}t} \sin\left(\frac{\sqrt{4a_1a_3 - a_2^2}}{2a_3}t\right) \quad (7)$$

Висключаючи незначні коефіцієнти виразу (7), які мають вищий порядок малості (наприклад  $4a_1a_3 = 2,16 \cdot 10^{-10}$ ;  $a_2^2 = 1,66 \cdot 10^{-13}$ ), та враховуючи прийняті позначення згідно (4), (6) та початкову умову  $p(0) = 0$ , тиск у напірній порожнині гідроциліндра описується рівнянням

$$p(t) \approx \frac{F_{ТП} + F_{ТВ}}{S_{ЦГ1}} - \frac{Q_H F_{ТВ}}{S_{ЦГ1}^2 l_k} t + \frac{Q_H}{S_{ЦГ1}} \sqrt{\frac{m_p}{KW_{12}}} e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}}t} \times \sin\left[\frac{S_{ЦГ1}}{\sqrt{KW_{12}m_p}}t - \arcsin\left(\frac{F_{ТП} + F_{ТВ}}{Q_H} \sqrt{\frac{KW_{12}}{m_p}}\right)\right] \quad (8)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2) відносно  $X(s)$  після приведення до канонічного вигляду отримаємо

$$X(s) = A_x \frac{1}{s} + B_x \frac{1}{s^2} + \frac{C_x + E_x}{m_p} \frac{1}{s^2 - F_{ТВ}/(m_p l_k)} + (D_x + F_x) \sqrt{\frac{l_k}{m_p F_{ТВ}}} \frac{\sqrt{F_{ТВ}/(m_p l_k)}}{s^2 - F_{ТВ}/(m_p l_k)} + \frac{G_x}{a_3} \times \frac{s + a_2/(2a_3)}{(s + a_2/(2a_3))^2 + (4a_1a_3 - a_2^2)/(4a_3^2)} + \frac{4H_x - G_x a_2/a_3}{2\sqrt{4a_1a_3 - a_2^2}} \frac{\sqrt{4a_1a_3 - a_2^2}/(2a_3)}{(s + a_2/(2a_3))^2 + (4a_1a_3 - a_2^2)/(4a_3^2)} \quad (9)$$

де  $A_x = -l_k (AS_{ЦГ1} - F_{ТП} - F_{ТВ})/F_{ТВ}$ ;

$B_x = -BS_{ЦГ1}l_k/F_{ТВ}$ ;

$D_x = BS_{ЦГ1}m_p l_k/F_{ТВ}$ ;

$C_x = m_p l_k (AS_{ЦГ1} - F_{ТП} - F_{ТВ})/F_{ТВ}$ ;

$E_x = \frac{m_p l_k S_{ЦГ1} (Ca_3 F_{ТВ} + Ca_1 m_p l_k - Da_2 m_p l_k)}{2m_p l_k a_1 a_3 F_{ТВ} + m_p^2 l_k^2 a_1^2 - m_p l_k a_2^2 F_{ТВ} + a_3^2 F_{ТВ}^2}$ ;

$F_x = \frac{Dm_p l_k S_{ЦГ1} - a_2 F_{ТВ} E_x}{a_3 F_{ТВ} + a_1 m_p l_k}$ ;  $G_x = -\frac{a_3}{m_p} E_x$ ;

$H_x = \frac{l_k (a_1 F_x - DS_{ЦГ1})}{F_{ТВ}} \quad (10)$

Далі знаходимо оригінал зображення (9)

$$\begin{aligned}
 x(t) = & A_x + B_x t + \frac{C_x + E_x}{m_p} \operatorname{ch} \left( \sqrt{\frac{F_{TB}}{m_p J_x}} t \right) + \\
 & + (D_x + F_x) \sqrt{\frac{I_x}{m_p F_{TB}}} \operatorname{sh} \left( \sqrt{\frac{F_{TB}}{m_p J_x}} t \right) + \\
 & + \frac{G_x}{a_3} e^{-\frac{a_2 t}{2a_3}} \cos \left( \frac{\sqrt{4a_1 a_3 - a_2^2}}{2a_3} t \right) + \\
 & + \frac{4H_x - G_x a_2 / a_3}{2\sqrt{4a_1 a_3 - a_2^2}} e^{-\frac{a_2 t}{2a_3}} \sin \left( \frac{\sqrt{4a_1 a_3 - a_2^2}}{2a_3} t \right)
 \end{aligned} \quad (11)$$

Нехтуючи незначними коефіцієнтами рівняння (11), які мають вищий порядок малості, та враховуючи прийняті позначення згідно (4), (6), (10), тиск в напірній магистралі гідроциліндра можна описати рівнянням:

$$x(t) \approx \frac{Q_H}{S_{\text{цт1}}} t \quad (12)$$

Для визначення швидкості руху плити виштовхування продиференціюємо рівняння (11) і отримаємо:

$$\begin{aligned}
 v(t) = & B_x + (C_x + E_x) \sqrt{\frac{F_{TB} m_p}{I_x}} \operatorname{sh} \left( \sqrt{\frac{F_{TB}}{m_p J_x}} t \right) + \\
 & + \frac{(D_x + F_x)}{m_p} \operatorname{ch} \left( \sqrt{\frac{F_{TB}}{m_p J_x}} t \right) + \frac{4a_3 H_x - 3a_2 G_x}{4a_3^2} e^{-\frac{a_2 t}{2a_3}} \times \\
 & \times \cos \left( \frac{\sqrt{4a_1 a_3 - a_2^2}}{2a_3} t \right) - \frac{4a_2 a_3 H_x + (8a_1 a_3 - 3a_2^2) G_x}{2a_3^2 \sqrt{4a_1 a_3 - a_2^2}} \times \\
 & \times e^{-\frac{a_2 t}{2a_3}} \sin \left( \frac{\sqrt{4a_1 a_3 - a_2^2}}{2a_3} t \right)
 \end{aligned} \quad (13)$$

Виключаючи незначні коефіцієнти виразу (13), які мають вищий порядок малості, і враховуючи початкову умову  $v(0) = 0$  отримаємо спрощене рівняння зміни швидкості руху плити виштовхування:

$$\begin{aligned}
 v(t) \approx & \frac{Q_H}{S_{\text{цт1}}} \frac{2[KW_{12} S_{\text{цт1}} (F_{\text{тп}} + F_{\text{тв}}) + Q_H m_p \sigma]}{S_{\text{цт1}}^2 \sqrt{KW_{12} m_p}} \times \\
 & \times e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}} t} \sin \left[ \frac{S_{\text{цт1}}}{\sqrt{KW_{12} m_p}} t + \right. \\
 & \left. + \operatorname{arcsin} \frac{Q_H S_{\text{цт1}} \sqrt{KW_{12} m_p}}{2[KW_{12} S_{\text{цт1}} (F_{\text{тп}} + F_{\text{тв}}) + Q_H m_p \sigma]} \right]
 \end{aligned} \quad (14)$$

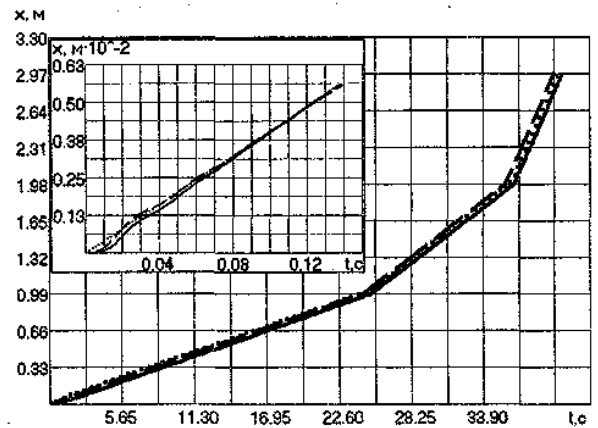
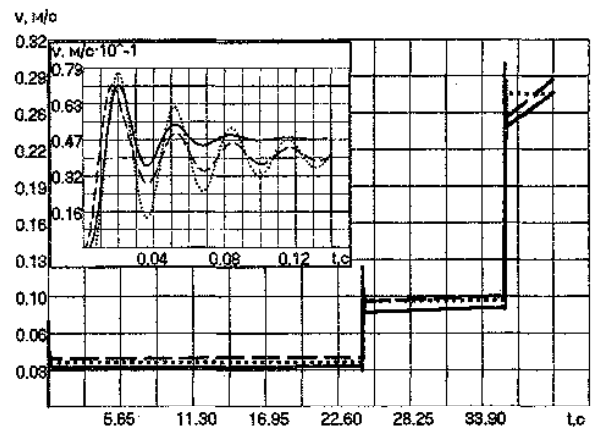
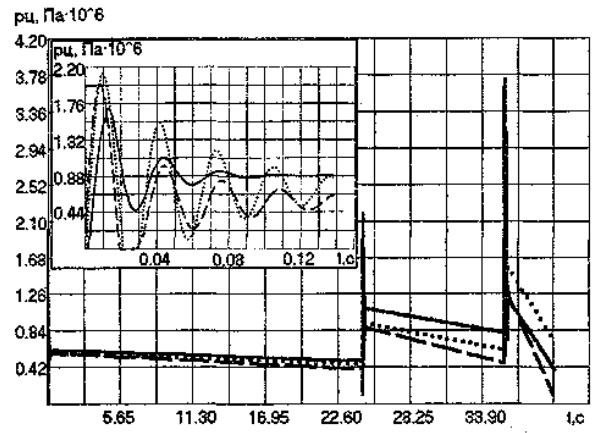


Рисунок 2 — Порівняння результатів повної (—) та спрощеної (- -) математичних моделей, а також за допомогою рівнянь, отриманих у результаті аналітичного розв'язання спрощеної математичної моделі (.....): а) зміна тиску в гідроциліндрі; б) зміна швидкості; в) переміщення.

Порівняння результатів повної та спрощеної математичних моделей, а також за допомогою рівнянь, отриманих в результаті аналітичного розв'язання спрощеної моделі показано на рисунку 2. Похибка склала близько 11%, що є прийнятним для попередніх проектних розрахунків.

Отримані наближені аналітичні залежності (8), (14), (12) можуть бути використаними під час проведення проектних розрахунків нових конструкцій сміттєвозів.

Використовуючи рівняння (12), отримано таку залежність тривалості вивантаження ТПВ із сміттєвоза від основних параметрів його приводу:

$$t \approx \frac{x_c}{Q_n} \sum_{i=1}^n S_{lit_i}, \quad (15)$$

де  $n$  — кількість ступенів телескопічного гідроциліндра.

Одержана залежність (15) може бути використана під час проведення проектних розрахунків нових конструкцій сміттєвозів.

### Висновки

1. Запропоновано спрощену математичну модель гідроприводу вивантаження твердих побутових відходів із сміттєвоза, що дозволила отримати наближені аналітичні залежності тиску в напірній магістралі гідроциліндра, швидкості та переміщення плити виштовхування від часу, що можуть бути використаними під час проведення проектних розрахунків нових конструкцій сміттєвозів.

2. Виявлено наближену залежність тривалості вивантаження твердих побутових відходів із сміттєвоза від основних параметрів гідропривода, що може бути використана під час проведення проектних розрахунків нових конструкцій сміттєвозів.

### Літератури

1. Портал України з поводження з твердими побутовими відходами. — Режим доступу: <http://www.ukrwaste.com.ua>.
2. Постанова Кабінету Міністрів України від 4 березня 2004 року № 265 «Про затвердження Програми поводження з твердими побутовими відходами».
3. Савуляк, В.І. Технічне забезпечення збирання, перевезення та підготовки до переробки твердих побутових відходів: [монографія] / В. І. Савуляк, О. В. Березюк. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. — 218 с.
4. Березюк О.В. Дослідження динаміки гідроприводу вивантаження твердих побутових відходів із сміттєвозів / О.В. Березюк // *Машинознавство*. — Львів: НУ «Львівська політехніка». — 2008. — № 10 (136). — С. 25—28.
5. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. — 6-е изд., стереот. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 336 с.