

УДК 622.834

**А.Н. Шашенко** (д-р техн. наук, проф.), **Е.А. Сдвижкова** (д-р техн. наук, проф.), **Д.В. Бабец** (канд. техн. наук, доц.)  
ГВУЗ «Национальный горный университет», г. Днепропетровск

## **ВЛИЯНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД НА ГЕОМЕХАНИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОТЯЖЕННЫХ ВЫРАБОТОК**

Разработана методика оценки устойчивости горных выработок, которая позволяет учесть на основе многофакторного анализа неоднородность породного массива, что проявляется в стохастическом разбросе свойств вмещающих пород.

**Ключевые слова:** стохастическая геомеханика.

Оценка состояния выработок и прогноз поведения вмещающих пород в течение их эксплуатации требуют рассмотрения конкретной геомеханической ситуации, которая очень часто не имеет аналогов в сходных условиях. В этом случае нельзя экстраполировать накопленные данные наблюдений и использовать имеющийся опыт, в большинстве случаев условия проведения и поддержания выработок следует рассматривать как специфические и выполнять прогноз состояния подземного сооружения на основе глубокого детального геомеханического мониторинга. Его составными частями являются контроль состояния породного массива и прогнозирование возможных изменений этого состояния на основе фундаментальных законов физики, а также известных методов механики твердого деформируемого тела. Однако часто за пределами исследований остается стохастический характер функционирования подземного сооружения.

Устойчивость подземной выработки определяется рядом факторов, численные характеристики которых могут меняться случайным образом. К ним относятся, прежде всего, деформационные и прочностные характеристики породной среды, параметры, характеризующие внешние нагрузки, геомеханические параметры подземных конструкций.

Изменчивость физико-механических характеристик породной среды является следствием ее естественной неоднородности и наблюдается даже в пределах одной литологической разности при испытании образцов горных пород.

**Целью данной работы** является разработка методики оценки устойчивости горных выработок, позволяющей учесть на основе многофакторного анализа неоднородность породного массива, которая проявляется в стохастическом разбросе свойств вмещающих пород.

#### **Постановка задачи.**

Авторами собран и обобщён большой объем статистической информации, содержащийся в различных источниках и касающийся количественных оценок физико-механических свойств углевмещающих пород.

Статистический анализ данных об основных деформационных и прочностных характеристиках горных пород позволил установить следующие тенденции:

- показатели свойств исследуемых горных пород обладают значительной (не ниже 45%) вариацией значений относительно среднего;
- соответствующие эмпирические законы распределения имеют, в основном, характер, который по асимметрии и эксцессу отличается от нормального.

Изменчивость свойств горных пород зависит от многих факторов. Одним из основных среди них является наличие трещиноватости, которая по разным причинам, всегда присуща породному массиву. В связи с этим было обращено внимание на следующее обстоятельство. При изготовлении породных образцов те из них, которые пересечены трещиной, разрушаются до начала испытаний и в обычных испытаниях не участвуют. Тем самым нарушается представление о прочности и деформируемости реального породного массива.

**Исследование влияния трещин на статистические распределения количественных признаков.**

В [1] обоснован способ определения статистических характеристик для так называемого, «исправленного» вариационного

ряда, в который условно добавлены элементы, содержащие макродефекты.

С учетом наличия систем трещин начальные моменты распределения ( $m_k$ ) принимают вид:

$$m'_k = k_k \cdot \sum_{i=1}^n x_i^k \cdot w_i, \quad (1)$$

где  $k_k = \frac{l_m + f^k(\theta)}{l_0} - \frac{l_m}{l_0} + 1$  - коэффициент влияния трещин,

$x_i$  - наблюдаемое значение признака;

$w_i$  - частота;

$l_m$  - среднее расстояние между трещинами;

$l_0$  - характерный размер образца;

$f(\theta)$  - функция, учитывающая степень нарушенности дефектного образца.

С начальными моментами распределения ( $m_k$ ) известными соотношениями связаны центральные моменты ( $\mu_k$ ), которые определяют дисперсию ( $D$ ), относительную вариацию распределения ( $\eta$ ), а также нормированные показатели асимметрии ( $\beta_1^2$ ) и эксцесса ( $\beta_2$ ). С учетом систем трещин, т.е. с учетом условного добавления в выработку нарушенных элементов, показатели разброса приобретают вид:

$$D' = m'_2 - (m'_1)^2,$$

$$\eta' = \frac{\sqrt{D'}}{m'_1} = \sqrt{\frac{K_2 m_2 - K_1^2 m_1^2}{K_1^2 m_1^2}} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1^2} A_2 - 1} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1^2} (\eta^2 + 1) - 1}. \quad (2)$$

Здесь  $\eta$  - относительная вариация значений деформационной или прочностной характеристики для исходной выборки, полученной непосредственно при испытании образцов.

Показатели асимметрии и эксцесса также изменяются с учетом систем трещин:

$$\beta_1^{2'} = \frac{\left(\frac{1}{K^2}A_3 - 3\frac{1}{K}A_2 + 2\right)^2}{\left(\frac{1}{K}A_2 - 1\right)^3}, \quad \beta_2' = \frac{\frac{1}{K^3}A_4 - 4\frac{1}{K^2}A_3 + 6\frac{1}{K}A_2 - 3}{\left(\frac{1}{K}A_2 - 1\right)^2}, \quad (3)$$

$$A_k = \frac{m_k}{m_1^k}.$$

Из графиков на рис. 1 видно, что с уменьшением расстояния между трещинами значения асимметрии и эксцесса увеличиваются. Точки с координатами  $(\beta_1^2, \beta_2)$  на графике Пирсона (рис. 2) с

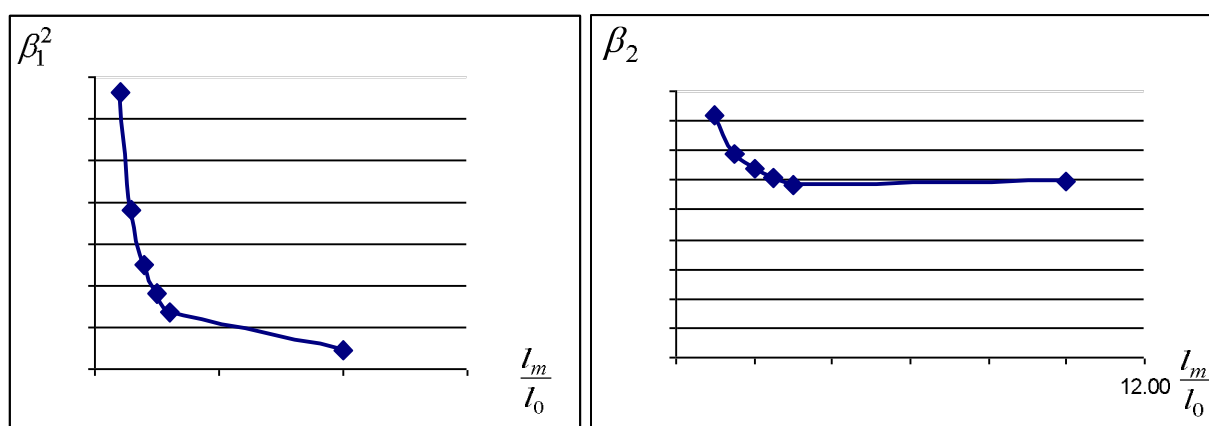


Рис. 1. Зависимость моментов «исправленного ряда» от расстояния между трещинами

увеличением плотности трещин все больше удаляются от точки, соответствующей нормальному закону приближаясь к гамма-распределению, распределению Вейбулла и логарифмически нормальному распределению.

Таким образом, установлено, что наличие трещин в реальном породном массиве не только оказывает влияние на статистические оценки исследуемого признака, но и меняет закон распределения вероятностей всех его механических параметров. Причем степень отклонения эмпирического закона распределения от симметричного определяется расстоянием между трещинами.

Разработка алгоритма моделирования изменчивости свойств горных пород в геомеханических расчетах.

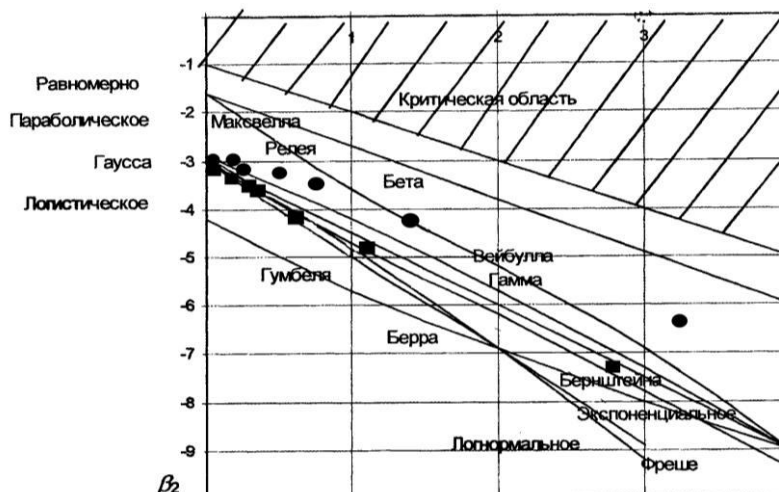


Рис. 2. Диаграмма Пирсона с точками для статистических распределений, в которые условно внесены элементы с макродефектами: ●- точки, соответствующие исходному ряду с соотношением начальных моментов  $\frac{m_1}{m_2^2}=2$ ; ■- точки, соответствующие исходному ряду с соотношением начальных моментов  $\frac{m_1}{m_2^2}=3$

С учетом указанного выше обстоятельства, на основе метода конечных элементов разработан алгоритм учета стохастической изменчивости физико-механических свойств породного массива. Для отражения случайного распределения свойств в каждой точке массива использованы приемы имитационного моделирования, суть которого состоит в проведении на вычислительной машине статистического эксперимента с моделью исследуемой системы.

В алгоритм МКЭ с использованием метода инверсии включен модуль, реализующий в каждом конечном элементе генерацию случайных значений модуля упругости  $E$ , коэффициента Пуассона  $\nu$  и пределов прочности на одноосное сжатие  $R_c$  и растяжение  $R_p$  в соответствии с определенным законом распределения.

На первом этапе расчетов влияние естественного разброса исходных данных исследовалось на модели упругой среды. Линейное деформирование в соответствии с законом Гука опреде-

ляют такие константы как модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Чтобы проследить влияние вариации этих факторов на перемещения контура выработки была выбрана наиболее простая расчётная схема – плоское сечение одиночной выработки, деформирующейся под действием гравитационных сил (рис. 3).

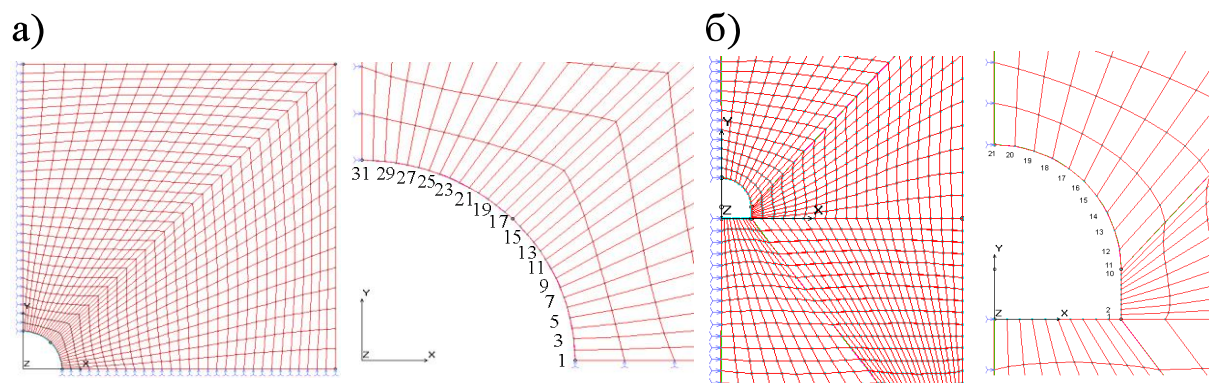


Рис. 3. Конечно-элементная аппроксимация исследуемой области: а) выработка круглой формы; б) арочной

Исследования показали, что перемещения точек контура в линейной среде с усредненными свойствами ( $U^{одн}$ ) на 10-15% меньше чем перемещения этих же точек в среде со стохастическим распределением свойств ( $U^{стox}$ ). Зависимость различия между величинами смещений  $\Delta U$ ,  $\left(\Delta U = \frac{U^{стox} - U_{max}}{U_{max}} \cdot 100\%\right)$  от вариации модуля упругости  $\eta_E$  и коэффициента Пуассона  $\eta$  имеет вид монотонно возрастающей функции логарифмического вида (рис. 4).

Отметим что, в линейно-деформируемой среде изменчивость деформационных констант не вызывает качественного изменения распределения перемещений точек приконтурного массива, поэтому следующим этапом исследований было решение задачи о напряженно-деформированном состоянии массива вокруг выработки с учетом деформирования пород за пределом прочности.

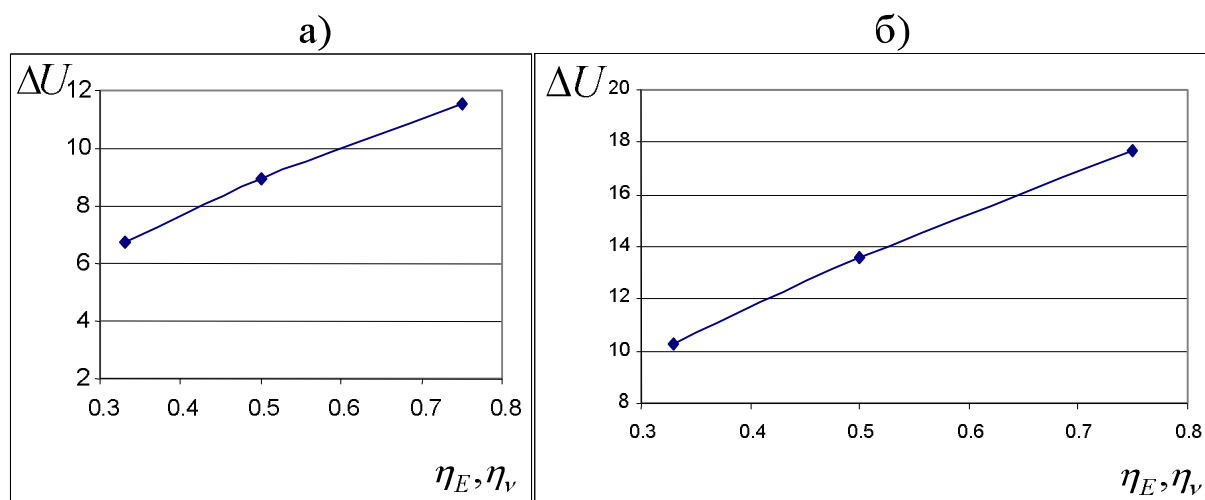


Рис. 4. Влияние вариации модуля упругости и коэффициента Пуассона на приращение перемещений контура выработки в линейной стохастически неоднородной среде: а) выработка круглой формы; б) арочной формы

При этом важнейшим параметром, который определяет развитие деформационного процесса, является предел прочности на сжатие.

Изменчивость предела прочности, а также одновременная изменчивость модуля упругости и коэффициента Пуассона вызывает изменчивость предельной деформации  $\varepsilon_c$ . При этом образуется стохастическая совокупность кривых « $\sigma - \varepsilon$ », которые отражают деформационный процесс в различных точках неоднородного массива (рис. 5).

Для построения ниспадающих ветвей возможных случайных реализаций диаграммы « $\sigma - \varepsilon$ » используется соотношение:  $\sigma_1 = R_c - f(\varepsilon_1 - \varepsilon_c)$ ;  $f(0) = 0$ ,  $\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} < 0$ , которое представляет собой описание закономерной составляющей общего стохастического процесса деформирования пород за пределом прочности [2].

Для исследования влияния изменчивости свойств горных пород на величину перемещений, все элементы дискретизации области были распределены по 90 группам. Для каждой из групп в расчете генерировались случайные значения основных физико-механических характеристик и строились случайные диаграммы одноосного сжатия « $\sigma \sim \varepsilon$ ». Генерация осуществлялась по равномерному, нормальному и логарифмически нормальному зако-

нам распределения с различными значениями коэффициентов вариации, которые свойственны данному механическому параметру.

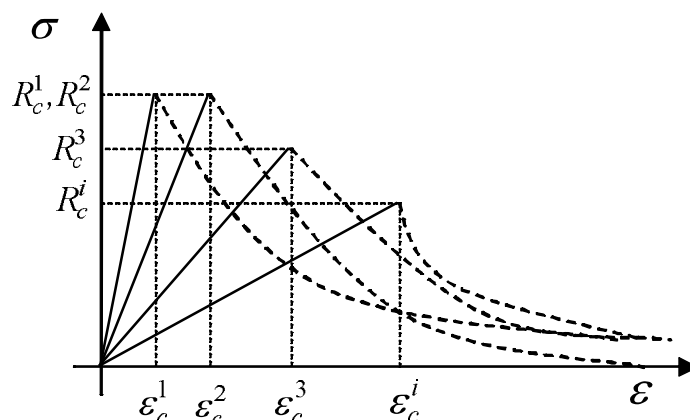


Рис. 5. Стохастическая совокупность реализаций диаграммы “ $\sigma - \varepsilon$ ”

Из рисунков 6 и 7 следует, что стохастический разброс свойств горных пород оказывает существенное влияние на состояние приконтурного массива, в частности увеличивает перемещения породного контура на 40-50%.

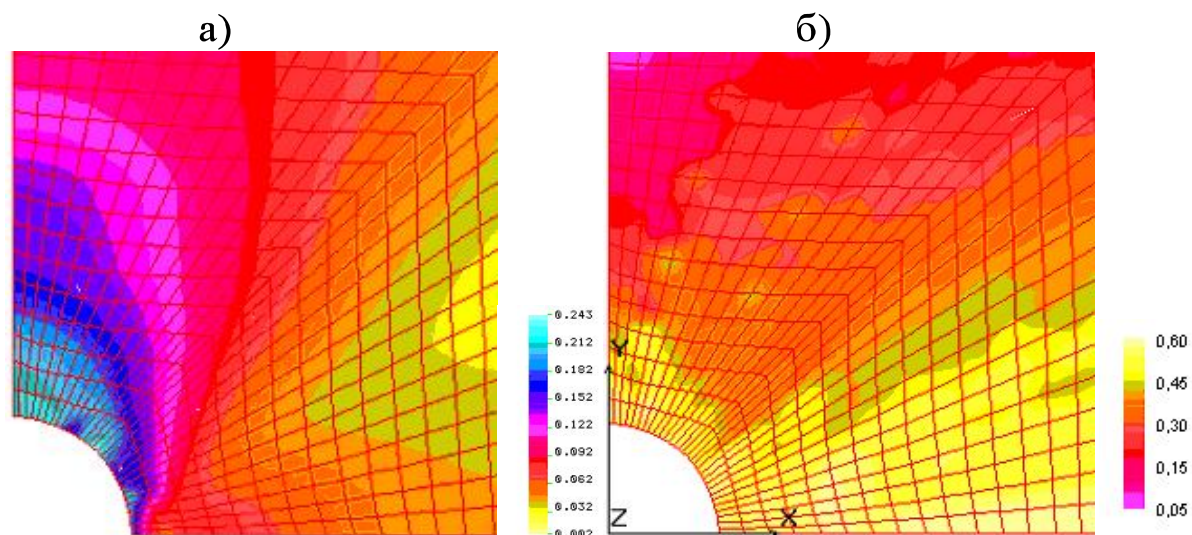


Рис. 6. Распределение перемещений после завершения итерационного процесса, полученные с учетом разупрочнения пород: а) в среде с усредненными значениями свойств горных пород; б) в стохастически неоднородной среде с максимальной вариацией модуля упругости, коэффициента Пуассона, пределов прочности на одноосное сжатие и растяжение



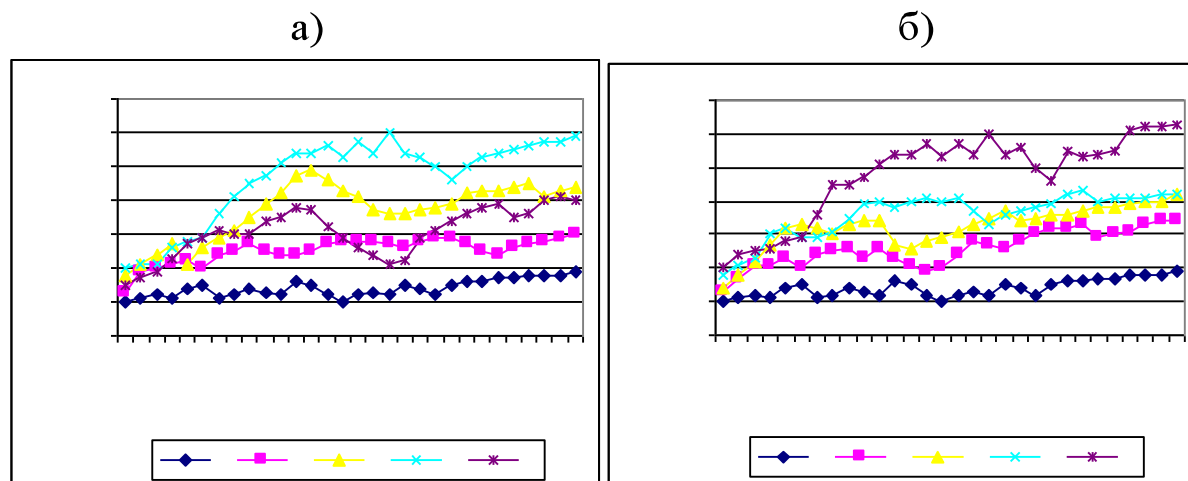


Рис. 7. Перемещения контура выработки с учетом изменчивости а) деформационных, б) прочностных характеристик горных пород; 1 – однородная модель  $E=7000$  МПа,  $\nu=0,25, R_c=25$  МПа;

2, 3, 4 – стохастические модели ( $E$  и  $\nu$  варьировались по равномерному закону с вариацией 30%, 45%, 60%,  $R_c=const=25$  МПа); 5 – стохастическая модель ( $E$  и  $\nu$  варьировались по нормальному закону с вариацией 30%,  $R_c=const=25$  МПа);

6 –  $E, \nu = const$ ; предел прочности на одноосное сжатие варьировался по нормальному закону с вариацией 30 %;

7 –  $E, \nu, R_c$  варьировались по нормальному закону с вариацией 30 %; 8 –  $E, \nu$  варьировались по равномерному закону с вариацией 60 %,  $R_c$  – по нормальному закону с вариацией 30 %;

9 –  $E, \nu$  варьировались по равномерному закону с вариацией 60 %,  $R_c$  – по логарифмически нормальному закону с вариацией 50 %

Естественный разброс основных физико-механических характеристик отражается и на размере зоны неупругих деформаций в окрестности выработки. В качестве критерия прочности использовано условие Парчевского-Шашенко [3]:

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 - R_c^2\psi - (1-\psi)R_c(\sigma_x + \sigma_y) \geq 0, \quad (4)$$

Различие между суммарной площадью разрушенных элементов в среде с усредненными свойствами  $r_L^{одн}$  и в среде со случайно распределенными свойствами  $r_L^{стох}$  составляет 30-35%.

Таким образом, с использованием методов имитационного моделирования разработан алгоритм определения напряженно-деформированного состояния породного массива, деформирующегося за пределом прочности с учетом стохастического разброса физико-механических свойств породной среды. Данный алго-

ритм позволяет с наибольшей адекватностью моделировать различные горнотехнические ситуации, связанные с добычей полезных ископаемых и поддержанием подземных выработок.

### Обобщение результатов вычислительного эксперимента.

Для оценки значимости каждого из перечисленных факторов, а также для практического использования установленных закономерностей результаты вычислительного эксперимента были обобщены на основе метода группового учета аргументов и построены прогностические модели для величин  $\Delta U$  и  $\Delta r_L$

$$\left( \Delta r_L = \frac{r_L^{стox} - r_L^{одн}}{r_L^{одн}} \cdot 100\% \right):$$

$$\Delta U = 13,03\eta_E + 12,09\eta_V - 1,86\eta_{R_c}, \quad (5)$$

$$\Delta r_L = 5,27\eta_{R_c} - 0,97\eta_V\eta_{R_p} + 1,65\eta_{R_c} \frac{R}{h}, \quad (6)$$

где  $R$  - радиус кривизны криволинейной части контура выработки,  $h$  - длина прямолинейной части.

Величины  $\Delta U$  и  $\Delta r_L$  характеризуют отличие смещений и зон разрушений, полученных с учетом изменчивости исходных данных от их аналогов, полученных из детерминированного решения.

Полученные зависимости при подстановке в (7) и (8) позволяют уточнить те геомеханические расчеты, которые выполнены без учета стохастической неоднородности породной среды.

$$u_r^{стox} = u_r^{одн}(1 + 0,01 \cdot \Delta u), \quad (7)$$

$$r_L^{стox} = r_L^{одн}(1 + 0,01 \cdot \Delta r_L). \quad (8)$$

### Выводы

1. Естественный стохастический разброс физико-механических характеристик в пределах области массива, в которой реализуется проявление горного давления, оказывает существенное влияние на интенсивность этого проявления, а именно на величину смещений обнаженной поверхности, а также на размеры зоны неупругих деформаций. Причем, существенность этого влияния (до 40-50%) имеет место именно в случае функ-

ционирования подземной выработки в неупругой, разрыхленной, разупрочняющейся среде.

2. Степень влияния стохастического разброса свойств определяется величиной вариации значений каждой из механических характеристик относительно среднего. Это следует из тех расчетов, в которых варьировались в различной степени: модуль упругости, пределы прочности на сжатие и растяжение, коэффициент Пуассона.

3. Исходя из установленных закономерностей вероятностного распределения свойств горных пород, выработаны принципы имитационного моделирования стохастической неоднородности породного массива и разработан алгоритм определения его напряженно-деформированного состояния в окрестности выработок с учетом изменчивости основных деформационных и прочностных характеристик, что повышает достоверность геомеханических расчетов.

4. Расчетами по разработанному алгоритму установлено, что неоднородность породного массива, проявляющаяся в естественном разбросе показателей его физико-механических свойств, обуславливает увеличение (по сравнению с однородной средой) на 30-40% смещений контура выработки и размеров зоны разрушений в зависимости от величин вариации основных деформационных и прочностных характеристик пород (модуля упругости, коэффициента Пуассона, пределов прочности на одноосное сжатие и растяжение).

5. На основе метода группового учета аргументов (МГУА) обобщены результаты вычислительного эксперимента представительного объема и получены обобщающие многофакторные зависимости для учета вариации исходных данных при расчете перемещений контура протяженной выработки и размеров зон разрушения в ее окрестности, что позволяет уточнить геомеханические расчеты, полученные в детерминированной постановке.

#### **Список литературы**

1. Шашенко А.Н., Сдвижкова Е.А., Кужель С.В. Масштабный эффект в горных породах. – Днепропетровск: Арт-Пресс, 2004.– 129 с.

2. Шашенко А.Н., Янко В.И., Солодянкин А.В. Определение напряженно деформированного состояния массива с учетом эффекта разрушения // Известия Тульского государственного университета. Серия «Геомеханика. Механика подземных сооружений». – Тула: Гриф и К. – 2003. – Вып. 1. – С. 327-332.

3. Шашенко А.Н., Тулуб С.Б., Сдвижкова Е.А. Некоторые задачи статистической геомеханики. – К.: Пульсари, 2001. – 243 с.

Стаття надійшла до редакції 12.06.2014.

Рекомендовано до друку д-ром техн. наук М.М. Грищенковим

**О.М. Шашенко, О.О. Сдвижкова, Д.В. Бабець**

ДВНЗ «Національний гірничий університет», м. Дніпропетровськ

Розроблена методика оцінки стійкості гірничих виробок, яка дозволяє врахувати на основі багатofакторного аналізу неоднорідність породного масиву, що виявляється у стохастичному розкиді властивостей уміщуючих порід.

**Ключові слова:** стохастична геомеханіка.

**A.N. Shashenko, A.A. Sdvizhkova, D.V. Babets**

National Mining University, Dnipropetrovsk

**EFFECT OF STOCHASTIC VARIABILITY OF PROPERTIES ROCKS ON GEOMECHANICAL CONDITION EXTENDED ROADWAY**

A steadiness estimation methods of openings, which on base of multiple-factor analysis allows to take account a heterogeneity of rock mass, is developed. Herewith a heterogeneity displays in stochastic straggling of rocks properties around opening.

**Keywords:** stohastic geomechanics.