

Л.В. Базюк, Г.О. Сіренко

## Теплофізичні властивості металів та стопів: 3. Залежність коефіцієнта теплоємності від температури та радіусу атомів

*Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,  
вул. Шевченка, 57, м. Івано-Франківськ, 76025, Україна, e-mail: [sirenkog@rambler.ru](mailto:sirenkog@rambler.ru)*

За літературними даними вивчено, проаналізовано методами кореляційної та регресійної аналізи та обґрунтовані залежності коефіцієнта теплоємності від температури, порядкового номера та радіусу атома металів. Показано, що з підвищенням температури для більшості металів та стопів коефіцієнт теплоємності зростає. Встановлено, що між коефіцієнтом теплоємності і радіусом атомів металів існує нелінійний зв'язок, а між коефіцієнтом теплоємності та порядковим номером металів у Періодичній системі первнів існує статистично надійний лінійний зв'язок.

**Ключові слова:** метали, стопи, коефіцієнт теплоємності, теплофізичні властивості, радіус атома металів, порядковий номер, кореляційна аналіза, регресійна аналіза.

*Стаття постуила до редакції 07.10.2011; прийнята до друку 15.12.2011.*

### Вступ

Відомо [1–28], що коефіцієнт теплоємності за сталого тиску  $p = \text{const}$  ( $c_p$ ) або питомого об'єму  $v = \text{const}$  ( $c_v$ ) залежить від температури ( $T$ ), але відсутні: ретельний аналіз цієї залежності для металів та стопів, не приведені апроксимаційні функції, що описують ці залежності та не виявлений кореляційний зв'язок між коефіцієнтом теплоємності та температурою, порядковим номером і радіусом атома первня Періодичної таблиці.

**Метою роботи** є дослідження залежності коефіцієнта теплоємності  $c_p$  від температури  $T$ , радіусу  $r_A$  та порядкового номера атомів металів  $Z$  Періодичної системи первнів і стопів та пошуку кореляційних зв'язків і апроксимаційних математичних моделей між цими характеристиками.

### I. Експериментальна частина

Для аналізу використані табличні дані [1]. Кореляційний та регресійний аналізи виконані за [29–31]. Вибірковий

коефіцієнт кореляції зв'язку між  $y$  і  $x$  ( $r_p$ ) обчислювали за формулою [29,30]. Висували нульову гіпотезу рівності нулю генерального коефіцієнта кореляції

$$H_0: \begin{array}{l} \rho = 0 \\ \uparrow \\ r_p \neq 0, \end{array} \quad (1)$$

та альтернативну гіпотезу

$$H_1: \begin{array}{l} \rho \neq 0 \\ \uparrow \\ r_p \neq 0, \end{array} \quad (2)$$

де вибірковий коефіцієнт кореляції ( $r_p$ ) був статистичною оцінкою генерального коефіцієнта кореляції ( $\rho$ ):

$$r_p \rightarrow \rho.$$

Перевірку  $H_0$  здійснювали для рівнів значущості  $\alpha = 0,05$  та  $\alpha = 0,01$  та ступенем вільностей  $f = N - 2$ , де  $N$  – кількість результатів [33, 34]:

1. За критичним значенням коефіцієнта кореляції  $r_{\text{крит}}$  [31];

2. За критерієм Стьюдента  $t_T$ , [30];

3. За перетворенням Фішера [30] та добутку  $(z_T \cdot S_Z)$ .

## II. Результати та обговорення

### 2.1. Залежність коефіцієнта теплоємності металів від температури.

За даними [1] побудовано температурні залежності металів відносно  $c_p$  за низьких ( $T \leq 200$  К) та за високих температур (в межах від 200 К до 400–3000 К).

На рис. 1 приведено залежність коефіцієнта теплоємності ( $c_p$ ) металів побічної підгрупи I групи Періодичної системи первнів – міді, срібла та золота – від температури ( $T$ ) в інтервалі температур 0–200 К (рис.1а) та в інтервалі 200–1200 К (рис.1б). Як видно з рис.1а, для золота (крива 3) спостерігається зростання коефіцієнта теплоємності від  $c_p = 6 \cdot 10^{-6}$  до  $c_p = 0,123$  кДж/кг·К, для срібла (крива 2) більш значне зростання від  $c_p = 7,2 \cdot 10^{-6}$  до  $c_p = 0,225$  кДж/кг·К, для міді (99,99%) (крива 1)  $c_p$  різко зростає від  $14 \cdot 10^{-6}$  до  $0,356$  кДж/кг·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до  $T = 200$  К. При цьому коефіцієнт теплоємності зі зростанням порядкового номеру первня зменшується. Як видно з рис. 1б, коефіцієнт теплоємності металів: міді (крива 1), срібла (крива 2), золота (крива 3) зі збільшенням температури від  $T = 200$  до  $T = 1200$  К лінійно зростає від  $c_p = 0,356$  до  $c_p = 0,502$  кДж/кг·К (для міді), від  $c_p = 0,225$  до  $c_p = 0,267$  кДж/кг·К (для срібла) та від  $c_p = 0,123$  до  $c_p = 0,142$  Вт/м·К (для золота) і залежить від порядкового номера первня відповідного металу.

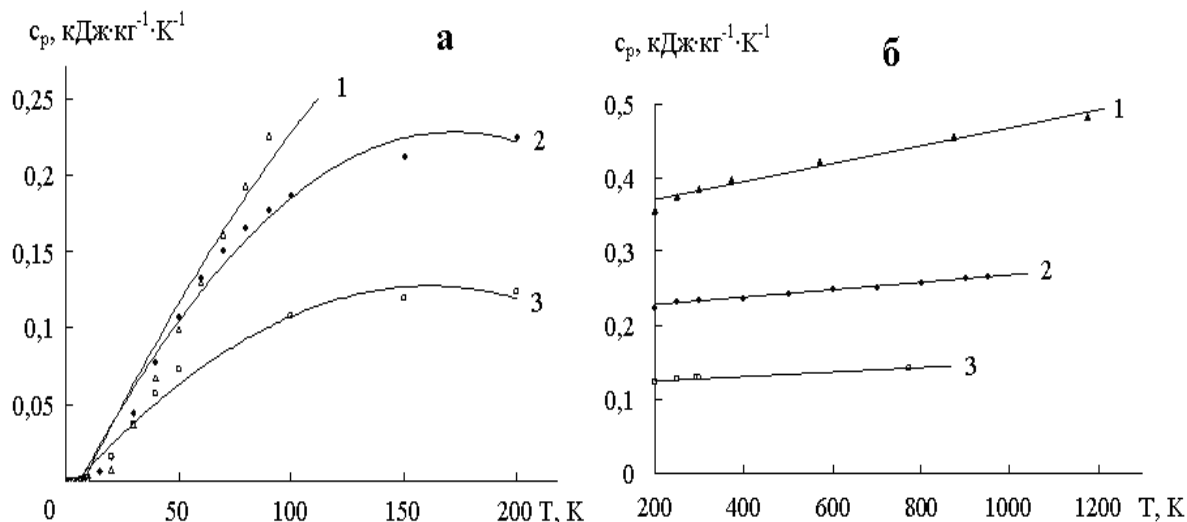
На рис. 2 приведено лінійні залежності коефіцієнта теплоємності ( $c_p$ ) металів побічної підгрупи II групи Періодичної системи первнів – цинку та кадмію – від температури ( $T$ ) в інтервалі температур 0–200 К (рис.2а) та в інтервалі 200–473 К (рис.2б). Як видно з рис. 2а, коефіцієнт теплоємності цинку (крива 1) інтенсивніше зростає від  $c_p = 1,1 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,367$  кДж/кг·К, ніж коефіцієнт теплоємності кадмію (крива 2), що змінюється від  $c_p = 0,8 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,222$  кДж/кг·К, із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до температури  $T = 200$  К. Залежності коефіцієнта теплоємності цинку та кадмію від температури описуються поліномом другого порядку. Як видно з рис.2б, зі

збільшенням температури від  $T = 200$  до  $T = 473$  К коефіцієнт теплоємності лінійно зростає від  $c_p = 0,367$  до  $c_p = 0,390$  кДж/кг·К (для цинку) та від  $c_p = 0,222$  до  $c_p = 0,247$  кДж/кг·К (для кадмію), а зі збільшенням порядкового номеру відповідного металу коефіцієнт теплоємності зменшується.

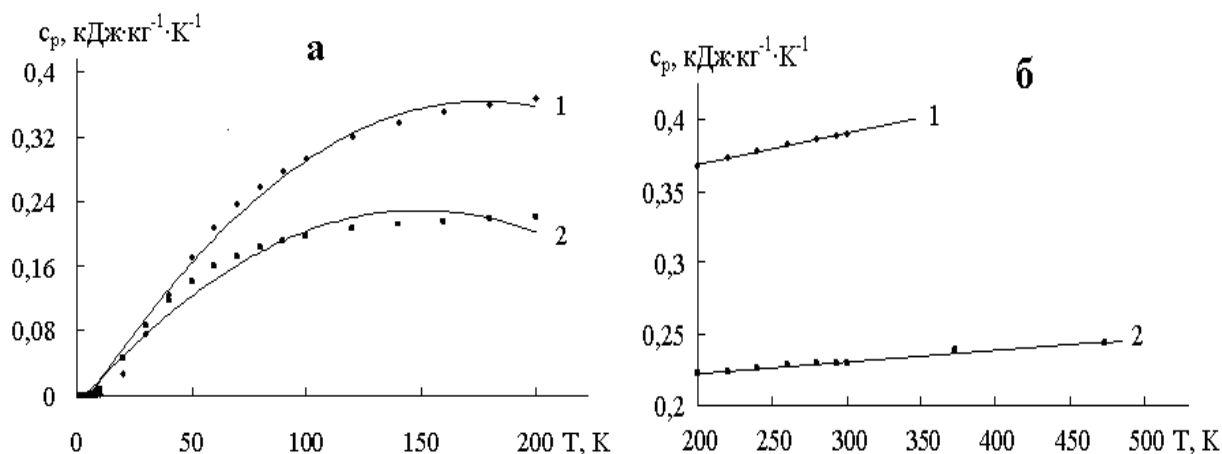
Аналогічні залежності можна спостерігати для решти металів [1]. Так, за низьких температур, коефіцієнт теплоємності літію інтенсивно зростає від  $c_p = 0,082$  до  $c_p = 0,501$  кДж/кг·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до 80 К. Подальше зростання температури від  $T = 80$  до  $T = 200$  К приводить до незначного зростання коефіцієнта теплоємності літію від  $c_p = 0,501$  до  $c_p = 0,615$  кДж/кг·К. За високих температур, із збільшенням температури від  $T \approx 200$  до  $T \approx 400$  К коефіцієнт теплоємності всіх лужних металів незначно зростає: літію від  $c_p = 0,615$  до  $c_p = 0,643$  кДж/кг·К, натрію від  $c_p = 1,18$  до  $c_p = 1,358$  кДж/кг·К, калію від  $c_p = 0,49$  до  $c_p = 0,846$  Вт/м·К, і не залежить від порядкового номера ( $Z$ ) первня.

За низьких температур, коефіцієнт теплоємності магнію різко зростає від  $c_p = 5,5 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,932$  кДж/кг·К із збільшенням температури від 1 К до 200 К, в той час як коефіцієнт теплопровідності берилію незначно зростає від  $c_p = 6 \cdot 10^{-6}$  до  $c_p = 0,123$  кДж/кг·К із збільшенням температури від 1 К до  $T = 100$  К. Залежності коефіцієнта теплоємності магнію та берилію від температури описуються як поліномом першого, так і другого порядків. Зі збільшенням температури від  $T = 200$  до  $T \approx 1200$  К коефіцієнт теплоємності берилію різко зростає від  $c_p = 1,70$  до  $c_p = 3,28$  кДж/кг·К, а коефіцієнт теплоємності решти металів незначно зростає від  $c_p = 0,932$  до  $c_p = 1,30$  кДж/кг·К (для магнію), від  $c_p = 0,613$  до  $c_p = 0,991$  кДж/кг·К (для кальцію), від  $c_p = 0,268$  до  $c_p = 0,448$  кДж/кг·К (для стронцію), від  $c_p = 0,192$  до  $c_p = 0,329$  кДж/кг·К (для барію), а залежність  $c_p \sim f(T)$  носить лінійний характер. При цьому коефіцієнт теплоємності зі зростанням порядкового номера первня відповідного металу зменшується.

За низьких температур, для алюмінію 99,99% чистоти спостерігається різке зростання коефіцієнта теплоємності від  $c_p = 1,1 \cdot 10^{-4}$  до  $c_p = 0,797$  кДж/кг·К при зростанні температури від 2 К до 200 К. Для індію підвищення температури від 1 К до 200 К приводить до незначного зростання коефіцієнта теплоємності від  $c_p = 2,9 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,225$  кДж/кг·К. Для талію із збільшенням температури від 100 К до 200 К  $c_p$  майже не змінюється від 0,124 до 0,127 кДж/кг·К.



**Рис. 1.** Температурна залежність коефіцієнта теплоємності в інтервалі температур 0–200 К (а) та в інтервалі температур 200–1300 К (б):  
 1 – міді ( $Z = 29$ ); 2 – срібла ( $Z = 47$ ); 3 – золота ( $Z = 79$ ).



**Рис.2.** Температурна залежність коефіцієнта теплоємності в інтервалі температур 0–200 К (а) та в інтервалі температур 200–500 К (б): 1 – цинку ( $Z = 30$ ); 2 – кадмію ( $Z = 48$ ).

За високих температур, спостерігається незначне зростання коефіцієнта теплоємності: від  $c_p = 0,797$  до  $c_p = 0,992 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$  (для алюмінію), від  $c_p = 0,330$  до  $c_p = 0,346 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$  (для галію), від  $c_p = 0,225$  до  $c_p = 0,233 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$  (для індію) та від  $c_p = 0,127$  до  $c_p = 0,142 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$  (для талію) з підвищенням температури від  $T = 200$  до  $500 \text{ К}$  для алюмінію і талію та від  $T = 200$  до  $T = 300 \text{ К}$  для галію та індію. При цьому коефіцієнт теплоємності зі зростанням порядкового номеру первня зменшується.

За низьких температур, коефіцієнт теплоємності скандію інтенсивно зростає від  $c_p = 2,67 \cdot 10^{-4}$  до  $c_p = 0,52 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$  зі збільшенням температури від 0 до 200 К.

Для титану технічного та титану 99,9% коефіцієнт теплоємності із зміною температури змінюється по-різному: для титану технічного із зростанням температури від 100 К до 200 К  $c_p$  майже не змінюється від 0,543 до 0,553  $\text{кДж/кг} \cdot \text{К}$ , тоді як для титану 99,9% спостерігається різке зростання коефіцієнта теплоємності від  $c_p = 3,17 \cdot 10^{-4}$  до  $c_p = 0,465 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$  при підвищенні температури від 4 К до 200 К. Зі зростанням температури від  $T = 200 \text{ К}$  до  $T = 300 \text{ К}$

коефіцієнт теплоємності титану 99,85% (крива 1), титану 99,90% (крива 2) та технічного титану (крива 3) лінійно зростає. Найвищі його значення спостерігаються для технічного титану. Коефіцієнт теплоємності технічного титану незначно зростає від  $c_p = 0,553$  до  $c_p = 0,636$  кДж/кг·К з підвищенням температури від  $T = 200$  до  $T = 1473$  К. Подальше зростання температури від  $T = 1473$  до  $T = 1900$  К приводить до більш значного зростання від  $c_p = 0,636$  до  $c_p = 0,912$  кДж/кг·К. Залежність  $c_p \sim f(T)$  описується рівнянням другого порядку.

Для цирконію та гафнію спостерігається значно менше зростання коефіцієнта теплоємності від  $c_p = 0,012$  до  $c_p = 0,267$  кДж/кг·К (для цирконію) та від  $c_p = 0,0008$  до  $c_p = 0,14$  кДж/кг·К (для гафнію) із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до  $\sim 200$  К. При цьому коефіцієнт теплоємності зі зростанням порядкового номеру первня зменшується.

За низьких температур, коефіцієнт теплоємності олова інтенсивніше зростає від  $c_p = 1,7 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,214$  кДж/кг·К, ніж коефіцієнт теплоємності свинцю, що змінюється від  $c_p = 2,6 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,125$  кДж/кг·К, із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до  $200$  К. Залежності коефіцієнта теплоємності олова та свинцю від температури описуються поліномом другого порядку. За високих температур, коефіцієнт теплоємності лінійно зростає від  $c_p = 0,214$  до  $c_p = 0,243$  кДж/кг·К (для олова) та від  $c_p = 0,125$  до  $c_p = 0,142$  кДж/кг·К (для свинцю) зі зростанням температури від  $T = 200$  до  $T \approx 400$  К для олова та від  $T = 200$  до  $T \approx 600$  К для свинцю, а зі збільшенням порядкового номеру відповідного металу коефіцієнт теплоємності зменшується.

За низьких температур, коефіцієнт теплоємності ванадію майже не змінюється від  $0,48$  до  $0,499$  кДж/кг·К із збільшенням температури від  $100$  К до  $200$  К. Для ніобію та танталу спостерігається значно більше зростання коефіцієнта теплоємності від  $c_p = 9 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,254$  кДж/кг·К (для ніобію) та від  $c_p = 3,2 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,134$  кДж/кг·К (для танталу) із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до  $\sim 200$  К. За високих температур, коефіцієнт теплоємності V, Nb, Ta незначно зростає від  $c_p = 0,499$  до  $c_p =$

$0,816$  кДж/кг·К (для ванадію), від  $c_p = 0,254$  до  $c_p = 0,425$  кДж/кг·К (для ніобію) та від  $c_p = 0,134$  до  $c_p = 0,217$  кДж/кг·К (для танталу) з підвищенням температури від  $T = 200$  до  $T = 1773$  К (для ванадію) та від  $T = 200$  до  $T \sim 3000$  К (для ніобію та танталу), при цьому із зростанням порядкового номеру первня коефіцієнт теплоємності зменшується.

За низьких температур, для вольфраму спостерігається зростання коефіцієнта теплоємності від  $c_p = 7,4 \cdot 10^{-6}$  до  $c_p = 0,125$  кДж/кг·К, для молібдену більш значне зростання від  $c_p = 2,29 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,222$  кДж/кг·К, для хрому  $c_p$  різко зростає від  $2,85 \cdot 10^{-5}$  до  $0,385$  кДж/кг·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до  $T = 200$  К. За високих температур, спостерігається незначне зростання коефіцієнта теплоємності металів Mo від  $c_p = 0,217$  до  $c_p = 0,523$  кДж/кг·К та W 99,92% від  $c_p = 0,132$  до  $c_p = 0,186$  кДж/кг·К, а також інтенсивне зростання коефіцієнта теплоємності Cr від  $c_p = 0,385$  до  $c_p = 1,121$  кДж/кг·К з підвищенням температури від  $T = 200$  до  $T = 2860$  К, при цьому коефіцієнт теплоємності зі зростанням порядкового номеру первня зменшується.

За низьких температур, коефіцієнт теплоємності  $\gamma$ -заліза інтенсивніше зростає від  $c_p = 0$  до  $c_p = 0,452$  кДж/кг·К, ніж коефіцієнт теплоємності  $\alpha$ -заліза, що змінюється від  $c_p = 0$  до  $c_p = 0,384$  кДж/кг·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до  $T = 200$  К. Залежності коефіцієнта теплоємності  $\alpha$ - та  $\gamma$ -заліза від температури описуються поліномом першого порядку.

За низьких температур, коефіцієнт теплоємності кобальту майже не змінюється від  $0,41$  до  $0,42$  кДж/кг·К із збільшенням температури від  $100$  К до  $200$  К. Для ніколу та заліза спостерігається різке зростання коефіцієнта теплоємності від  $c_p = 12 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,383$  кДж/кг·К (для ніколу) та від  $c_p = 9 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,384$  кДж/кг·К (для заліза) із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до  $200$  К. Коефіцієнт теплоємності платини незначно зростає від  $c_p = 3,5 \cdot 10^{-5}$  до  $c_p = 0,127$  кДж/кг·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до  $200$  К. Залежність коефіцієнта теплоємності кобальту від температури описується поліномом першого порядку, а залежності коефіцієнта теплоємності заліза, ніколу та платини від температури – поліномом другого порядку. За високих температур, коефіцієнт теплоємності  $\alpha$ -заліза інтенсивно зростає від  $c_p = 0,384$  до  $c_p = 1,611$  кДж/кг·К, в той час як коефіцієнт теплопровідності ніколу незначно змінюється від

$c_p = 0,501$  до  $c_p = 0,668$  кДж/кг·К із збільшенням температури від  $T = 200$  К (для  $\alpha$ -заліза) та від  $T = 360$  К (для ніколу) до температури піку максимального його значення ( $T_{\max} = 1042,15$  К для  $\alpha$ -заліза та  $T_{\max} = 630,2$  К для ніколу 99,97%). Після піку максимуму коефіцієнт теплоємності обох металів спадає від  $c_p = 1,611$  до  $c_p = 0,688$  кДж/кг·К (для  $\alpha$ -заліза) та від  $c_p = 0,668$  до  $c_p = 0,525$  кДж/кг·К (для ніколу 99,97%) під час збільшення температури від  $T_{\max}$  до 1220 К (для  $\alpha$ -заліза) та до 753 К (для ніколу 99,97%). Подальше підвищення температури від  $T = 1120$  К до  $\sim 1800$  К (для  $\alpha$ -заліза) та від  $T = 753$  К до 1423 К (для ніколу 99,97%) приводить до незначного зростання коефіцієнта теплоємності від  $c_p = 0,688$  до  $c_p = 0,755$  кДж/кг·К (для  $\alpha$ -заліза) та від  $c_p = 0,525$  до  $c_p = 0,638$  кДж/кг·К (для ніколу 99,97%). Зі збільшенням температури від  $T \approx 200$  до  $T \approx 1800$  К коефіцієнт теплоємності  $\gamma$ -заліза, ніколу 99,99% та платини незначно зростає від  $c_p = 0,452$  до  $c_p = 0,680$  кДж/кг·К (для  $\gamma$ -заліза), від  $c_p = 0,442$  до  $c_p = 0,586$  кДж/кг·К (для ніколу 99,99%) від  $c_p = 0,127$  до  $c_p = 0,168$  кДж/кг·К (для платини). Коефіцієнт теплоємності кобальту зростає значно інтенсивніше від  $c_p = 0,420$  до  $c_p = 0,940$  кДж/кг·К під час збільшення температури від  $T = 200$  до  $T = 1670$  К.

За високих температур, спостерігається лінійне зростання коефіцієнта теплоємності мангану від  $c_p = 0,444$  до  $c_p = 0,862$  кДж/кг·К з підвищенням температури від  $T = 200$  до  $T = 1500$  К

## 2.2. Залежність коефіцієнта теплоємності стопів від температури

За даними [1] побудовано температурні залежності стопів відносно коефіцієнта теплоємності.

На рис. 3 приведено залежності коефіцієнта теплоємності ( $c_p$ ) мідних стопів різних марок від температури ( $T$ ). Як видно з рис. 3а, зі збільшенням температури від  $T = 300$  до  $T = 750$  К коефіцієнт теплоємності мідного стопу  $\text{Cu} + 1,8\% \text{V}$  зростає від  $c_p = 0,460$  до  $c_p = 0,669$  кДж/кг·К, а залежність  $c_p \sim f(T)$  носить лінійний характер. Як видно з рис. 3б, коефіцієнт теплоємності мідного стопу  $\text{Cu} + 10\% \text{Zn}$  незначно зростає від  $c_p$

$= 0,414$  до  $c_p = 0,460$  кДж/кг·К під час збільшення температури від  $T = 300$  до  $T = 950$  К, а залежність носить квадратичний характер. Аналіз рис. 3 в і г привів до висновку, що зі зростанням температури від  $\sim 60$  до  $T = 300$  К коефіцієнт теплоємності спадає зростає інтенсивніше від  $c_p = 0,196$  до  $c_p = 0,460$  кДж/кг·К (рис. 3г), ніж коефіцієнт теплоємності мосяжу від  $c_p = 0,180$  до  $c_p = 0,391$  кДж/кг·К (рис. 3в). Як видно з рис. 3д, коефіцієнт теплоємності мідного стопу  $\text{Cu} + 40\% \text{Zn} + 1,23\% \text{Fe} + 0,76\% \text{Mn}$  зростає від  $c_p = 0$  до  $c_p = 0,385$  кДж/кг·К під час збільшення температури від  $T = 0$  до  $T = 300$  К), а залежність  $c_p \sim f(T)$  носить нелінійний характер.

Аналогічні залежності можна спостерігати для решти стопів [1]. Так, коефіцієнт теплоємності ( $c_p$ ) нержавіючих та жаростійких криць (сталей) марки: 1X18H9T, X17H13M2T, 12X18H10T, 4X13 зі збільшенням температури від  $\sim 0$  К до 1500 К зростає від  $c_p \approx 0,5$  до  $c_p \approx 0,7$  кДж/кг·К, а залежність  $c_p \sim f(T)$  носить лінійний характер. Найвищі його значення спостерігаються у сталі 1X18H9T.

Коефіцієнт теплоємності стопів титану: технічного титану ВТ 1 (нелегованого), ВТ 6 ( $\text{Ti} + 6\% \text{Al} + 4\% \text{V}$ ), ВТ 14 ( $\text{Ti} + 4,5\% \text{Al} + 3\% \text{Mo} + 1\% \text{V}$ ) теж зростає зі збільшенням температури. В інтервалі температур 0–200 К коефіцієнт теплоємності стопів ВТ 1, ВТ 6 та ВТ 14 однаковий. Залежність описується поліноміальним рівнянням.

Залежність коефіцієнта теплоємності ( $c_p$ ) вуглецевої сталі від температури ( $T$ ) носить інший характер: коефіцієнт теплоємності вуглецевої сталі різко зростає від  $c_p = 0,356$  до  $c_p = 0,920$  кДж/кг·К із збільшенням температури від 200 К до  $T_{\max} = 800$  К. З подальшим підвищенням температури від  $T_{\max} = 800$  К до 1400 К коефіцієнт теплоємності дещо зменшується від  $c_p = 0,920$  до  $c_p = 0,660$  кДж/кг·К, а в інтервалі температур 1400 – 1780 К спостерігається незначне зростання коефіцієнта теплоємності від  $c_p = 0,660$  до  $c_p = 0,673$  кДж/кг·К, що не є характерним для всіх інших стопів.

## 2.4. Залежність коефіцієнта теплоємності від температури (регресійна аналіза).

Шукали апроксимацію  $c_p \sim f(T)$  у вигляді поліному першого ( $y = ax + b$ ) і другого ( $y = ax^2 + bx + c$ ) порядків, де  $y = c_p$ ,  $x = T$ . Ступінь адекватності поліномів експериментальним даним оцінювали за коефіцієнтом апроксимації  $R^2$ :

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{aa.}}{SS_{\{y\}}}, \quad (25)$$

де  $SS_{aa.}$  – сума квадратів під час розрахунку дисперсії адекватності;

$SS_{\{o\}}$  – сума квадратів під час розрахунку дисперсії відновлення;  
 $0 \leq R^2 \leq 1. \quad (26)$

Результати регресійної аналізи зведено у табл. 1 для металів та у табл. 2 для стопів. Як видно з табл. 1, у всіх металів для залежностей  $c_p \sim f(T)$  за низьких ( $T \leq 200$  К) та високих ( $T \geq 200$  К) температур існує надійний зв'язок при апроксимації як поліномом першого порядку, так і поліномом другого порядку (окрім олова, залежність  $c_p \sim f(T)$  якого за низьких ( $T \leq 200$  К) температур апроксимується поліномом третього порядку).

Як видно з табл. 2, у більшості стопів для залежностей  $c_p \sim f(T)$  існує надійний зв'язок при апроксимації поліномом першого порядку (окрім, стопів латуні (Cu + 10%Zn, ЛЖМц 59-1-1 та Л 69), залежність  $c_p \sim f(T)$  яких апроксимується поліномом другого порядку та титанових стопів (ВТ 1, ВТ 6 та ВТ 14) залежність  $c_p \sim f(T)$  яких апроксимується поліномом п'ятого порядку).

### 2.5. Залежність коефіцієнта теплоємності від радіусу атома первня та його порядкового номера в Періодичній системі первнів (кореляційна аналіза).

У табл.3 зведено значення коефіцієнта теплоємності за температури 100, 200; 273; 298,15 та 700 К, а також порядковий номер  $Z$  та радіус атома  $r_A$  для 40 металів [1].

На рис. 4–8 приведено залежності коефіцієнта теплоємності 40 металів [1] від порядкового номера ( $Z$ ) та радіусу атома ( $r_A$ ) за температури 100, 200; 273; 298,15 та 700 К. Як видно з рис.29–33, між коефіцієнтом теплоємності та радіусом атома немає лінійного зв'язку за температур 100, 200; 273; 298,15 та 700 К (рис. 29–33а). Залежність коефіцієнта теплоємності від порядкового номера металу у Періодичній системі первнів

апроксимується степенною функцією за температур 100, 200; 273; 298,15 та 700 К (рис.29–33б)

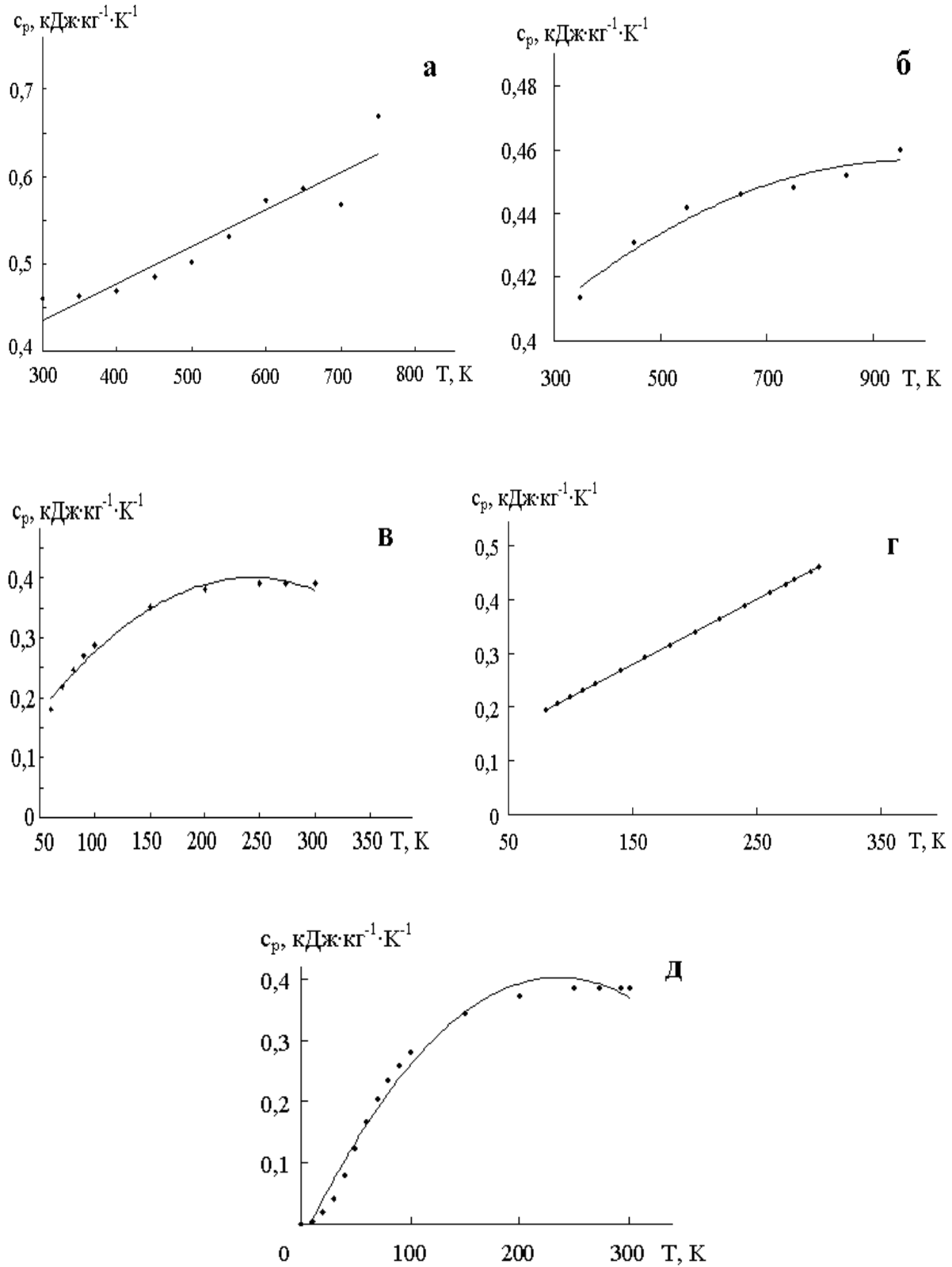
У табл. 4. зведено результати перевірки нульової гіпотези  $H_0$  рівності нулю генерального коефіцієнта кореляції залежностей  $c_p = f(Z)$  та  $c_p = f(r_A)$ . Як видно з табл. 4, ступінь лінійності для кореляційного зв'язку «коефіцієнт теплоємності  $c_p$  від порядкового номера первня  $Z$  у Періодичній системі первнів» складає:

- для  $\alpha = 0,05$   $\xi_2(r) = 1,60 - 2,43$ ;  $\xi_2(t) = 2,04 - 3,59$ ;  $\xi_2(Z) = 1,87 - 3,10$  (для всіх температур);
- для  $\alpha = 0,01$   $\xi_2(r) = 1,27 - 1,88$ ;  $\xi_2(t) = 1,49 - 2,68$ ;  $\xi_2(Z) = 1,42 - 2,35$  (для всіх температур), а ступінь нелінійності у цьому зв'язку складає:
- для  $\alpha = 0,05$   $\xi_1(r) = 0,41 - 0,63$ ;  $\xi_1(t) = 0,28 - 0,49$ ;  $\xi_1(Z) = 0,32 - 0,54$  (для всіх температур);
- для  $\alpha = 0,01$   $\xi_1(r) = 0,53 - 0,79$ ;  $\xi_1(t) = 0,37 - 0,67$ ;  $\xi_1(Z) = 0,43 - 0,71$  (для всіх температур).

І, навпаки, для кореляційного зв'язку «коефіцієнт теплоємності  $c_p$  від радіусу атома  $r_A$ » ступінь лінійності дорівнює:

- для  $\alpha = 0,05$   $\xi_2(r) = 0,18 - 1,01$ ;  $\xi_2(t) = 0,17 - 1,01$ ;  $\xi_2(Z) = 0,17 - 1,01$  (для всіх температур);
- для  $\alpha = 0,01$   $\xi_2(r) = 0,14 - 0,79$ ;  $\xi_2(t) = 0,13 - 0,75$ ;  $\xi_2(Z) = 0,13 - 0,77$  (для всіх температур),

а ступінь нелінійності у цьому зв'язку складає:  $\xi_1(r) = 0,99 - 5,62$ ;  $\xi_1(t) = 0,99 - 5,92$ ;  $\xi_1(Z) = 0,99 - 5,80$  (для  $\alpha = 0,05$ ) та  $\xi_1(r) = 1,27 - 7,25$ ;  $\xi_1(t) = 1,34 - 7,93$ ;  $\xi_1(Z) = 1,30 - 7,64$  (для  $\alpha = 0,01$ ), що дозволяє зробити висновок: узагальнена залежність  $c_p = f(Z)$  для 40 металів та інтервалу температур 100–700 К є лінійною, з вищим ступенем нелінійності, а залежність  $c_p = f(r_A)$  для 40 металів та інтервалу температур 100–700 К є нелінійною з високим ступенем нелінійності. Пояснити виявлені властивості можна наступним чином. Під час кристалізації металів (наприклад, у процесі охолодження розтопів) одночасно утворюється величезна кількість дрібних кристаликів, які заважають один одному вирости і набути правильної форми. Тому будь-який металевий виріб має полікристалічну структуру, що складається із великої кількості дрібних кристаликів – так званих кристалітів, або зерен, які на відміну від чітко огранених монокристалів інших неорганічних речовин мають неправильну форму і різну просторову орієнтацію. З цієї причини у кристалічній структурі металів виникають дефекти, які суттєво впливають на фізичні властивості металів.



**Рис. 3.** Температурні залежності коефіцієнта теплоємності мідних сплавів:  
 а)  $\text{Cu} + 1,8\% \text{Be}$ ; б)  $\text{Cu} + 10\% \text{Zn}$  (латунь); в) мосяжу  $\text{Cu} + 40\% \text{Zn} + 0,15\% \text{Fe}$  (латунь Л69); г) спижа  $\text{Cu} + 0,8\% \text{Cr} + 0,01\% \text{Zn}$  (бронзда БрХ0,8); д) мосяжу  $\text{Cu} + 40\% \text{Zn} + 1,23\% \text{Fe} + 0,76\% \text{Mn}$  (латунь ЛЖМц 59-1-1).

Таблиця 1

Лінійна та поліноміальна моделі залежності коефіцієнта теплоємності металів від температури

Метал	Радіус атома, нм	$y = ax + b$	$R^2$	$y = ax^2 + bx + c$ або $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$	$R^2$	Інтервал температур
Li	0,155	$y = 0,003x + 0,1365$	0,7677	$y = -3 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,0091x - 0,1025$	0,9363	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0003x + 0,5681$	0,914	$y = -3 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0016x + 0,407$	0,9840	$T \geq 200$ К
Na	0,190	–	–	–	–	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0011x + 0,9069$	0,8908	$y = 8 \cdot 10^{-6}x^2 - 0,0035x + 1,5726$	0,9973	$T \geq 200$ К
K	0,235	–	–	–	–	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0013x + 0,3948$	0,9289	$y = 9 \cdot 10^{-6}x^2 - 0,0038x + 1,083$	0,9975	$T \geq 200$ К
Cu 99,99%	0,128	$y = 0,0021x - 0,0049$	0,9542	$y = -5 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0031x - 0,0238$	0,9800	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0001x + 0,3463$	0,9806	$y = -4 \cdot 10^{-8}x^2 + 0,0002x + 0,3296$	0,9895	$T \geq 200$ К
Ag	0,144	$y = 0,0015x + 0,0044$	0,8814	$y = -8 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0029x - 0,0179$	0,9859	$T \leq 200$ К
		$y = 5 \cdot 10^{-5}x + 0,2179$	0,9872	$y = -3 \cdot 10^{-9}x^2 + 5 \cdot 10^{-5}x + 0,2171$	0,9873	$T \geq 200$ К
Au	0,146	$y = 0,0007x + 0,0034$	0,8823	$y = -5 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0017x - 0,008$	0,9875	$T \leq 200$ К
		$y = 3 \cdot 10^{-5}x + 0,119$	0,9672	$y = -6 \cdot 10^{-8}x^2 + 9 \cdot 10^{-5}x + 0,1075$	0,9976	$T \geq 200$ К
Be 99,5% 99,90%	0,112	$y = 0,0046x - 0,1143$	0,7998	$y = 4 \cdot 10^{-5}x^2 - 0,0016x + 0,0075$	0,9972	$T \leq 200$ К
		$y = 0,002x + 1,3$	1	$y = -7 \cdot 10^{-18}x^2 + 0,002x + 1,3$	1	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0015x + 1,4634$	0,9723	$y = -7 \cdot 10^{-7}x^2 + 0,0026x + 1,1743$	0,9942	$T \geq 200$ К
Mg 99,9% 99,97%	0,160	$y = 0,0054x - 0,0277$	0,9634	$y = -1 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,0072x - 0,0553$	0,9740	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0005x + 0,8665$	0,9873	$y = -2 \cdot 10^{-7}x^2 + 0,0007x + 0,8067$	0,9958	$T \geq 200$ К
Ca	0,197	$y = 0,0068x + 0,0753$	0,8463	$y = -5 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,0158x - 0,06$	0,9842	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0005x + 0,4983$	0,9718	$y = 3 \cdot 10^{-7}x^2 + 0,0001x + 0,5842$	0,9969	$T \geq 200$ К
Sr	0,215	–	–	–	–	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0002x + 0,2282$	0,9791	$y = 7 \cdot 10^{-8}x^2 + 0,0001x + 0,2515$	0,9852	$T \geq 200$ К
Ba	0,222	–	–	–	–	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0002x + 0,1686$	0,8972	$y = -2 \cdot 10^{-7}x^2 + 0,0005x + 0,1002$	0,9786	$T \geq 200$ К
Zn	0,138	$y = 0,0022x + 0,0113$	0,9127	$y = -1 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,0044x - 0,0251$	0,9924	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0002x + 0,3239$	0,9918	$y = -7 \cdot 10^{-7}x^2 + 0,0006x + 0,2823$	0,9985	$T \geq 200$ К
Cd	0,154	$y = 0,0014x + 0,0203$	0,835	$y = -1 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,0032x - 0,0114$	0,9858	$T \leq 200$ К
		$y = 8 \cdot 10^{-5}x + 0,2066$	0,9709	$y = -7 \cdot 10^{-8}x^2 + 0,0001x + 0,1989$	0,9769	$T \geq 200$ К
Al 99,99%	0,143	$y = 0,0046x - 0,0326$	0,9829	$y = -8 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0061x - 0,0671$	0,9903	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0006x + 0,7134$	0,9877	$y = 7 \cdot 10^{-9}x^2 + 0,0006x + 0,7149$	0,9877	$T \geq 200$ К
Ga	0,139	–	–	–	–	$T \leq 200$ К
		$y = 0,0002x + 0,2883$	0,9754	$y = -1 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0009x + 0,1997$	0,9974	$T \geq 200$ К

Продовження табл. 1



In	0,166	$y = 0,0013x + 0,0318$	0,8166	$y = -1 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,0033x - 0,0052$	0,9745	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 7 \cdot 10^{-5}x + 0,211$	0,9636	$y = -1 \cdot 10^{-8}x^2 + 8 \cdot 10^{-5}x + 0,2103$	0,9637	$T \geq 200 \text{ K}$
Tl	0,171	$y = 3 \cdot 10^{-5}x + 0,121$	0,9066	$y = 1 \cdot 10^{-7}x^2 - 3 \cdot 10^{-6}x + 0,1232$	0,9164	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 4 \cdot 10^{-5}x + 0,1185$	0,7318	$y = 1 \cdot 10^{-7}x^2 - 5 \cdot 10^{-5}x + 0,1321$	0,9434	$T \geq 200 \text{ K}$
Ti (техн.)	0,147	$y = 9 \cdot 10^{-5}x + 0,5356$	0,9501	$y = -4 \cdot 10^{-7}x^2 + 0,0002x + 0,5266$	0,9672	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 1 \cdot 10^{-4}x + 0,5339$	0,9904	$y = -8 \cdot 10^{-8}x^2 + 0,0001x + 0,5291$	0,9909	$T \geq 200 \text{ K}$
Ti 99,90%	0,147	$y = 0,0027x - 0,0146$	0,9763	$y = -5 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0037x - 0,0318$	0,9859	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,0006x + 0,3559$	0,989	$y = -2 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0016x + 0,2308$	0,9990	$T \geq 200 \text{ K}$
Ti 99,85%	0,147	–	–	–	–	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,0006x + 0,3388$	0,9944	$y = -2 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0015x + 0,2376$	0,9999	$T \geq 200 \text{ K}$
Sn	0,162	$y = 0,0013x + 0,0197$	0,8655	$y = 4 \cdot 10^{-8}x^3 - 2 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,0039x - 0,0188$	0,9958	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,0002x + 0,1812$	0,8778	$y = 9 \cdot 10^{-7}x^2 - 0,0003x + 0,2484$	0,9792	$T \geq 200 \text{ K}$
Pb	0,175	$y = 0,0007x + 0,0252$	0,7394	$y = -7 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,002x + 0,0019$	0,9406	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 4 \cdot 10^{-5}x + 0,1171$	0,9816	$y = -2 \cdot 10^{-10}x^2 + 4 \cdot 10^{-5}x + 0,1171$	0,9816	$T \geq 200 \text{ K}$
V	0,134	$y = 0,0002x + 0,4615$	0,9982	$y = 6 \cdot 10^{-8}x^2 + 0,0002x + 0,4628$	0,9983	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,0002x + 0,4509$	0,9852	$y = 5 \cdot 10^{-8}x^2 + 9 \cdot 10^{-5}x + 0,4763$	0,9962	$T \geq 200 \text{ K}$
Nb	0,146	$y = 0,0015x + 0,0033$	0,934	$y = -8 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0029x - 0,0213$	0,9891	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 6 \cdot 10^{-5}x + 0,2457$	0,991	$y = 6 \cdot 10^{-9}x^2 + 5 \cdot 10^{-5}x + 0,2501$	0,9942	$T \geq 200 \text{ K}$
Ta	0,149	$y = 0,0008x + 0,0042$	0,9146	$y = -5 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0017x - 0,0111$	0,9898	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 3 \cdot 10^{-5}x + 0,1297$	0,9758	$y = 5 \cdot 10^{-9}x^2 + 1 \cdot 10^{-5}x + 0,1345$	0,9948	$T \geq 200 \text{ K}$
Cr	0,130	$y = 0,0022x - 0,0275$	0,9765	$y = 2 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0017x - 0,0202$	0,9795	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,0004x + 0,3136$	0,9473	$y = 2 \cdot 10^{-7}x^2 + 3 \cdot 10^{-5}x + 0,4071$	0,9908	$T \geq 200 \text{ K}$
Mo	0,139	$y = 0,0013x - 0,0097$	0,9772	$y = -2 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0016x - 0,016$	0,9825	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,0001x + 0,2024$	0,9315	$y = 4 \cdot 10^{-8}x^2 - 4 \cdot 10^{-6}x + 0,2353$	0,9793	$T \geq 200 \text{ K}$
W	0,141	$y = 0,0007x - 0,003$	0,9621	$y = -2 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0012x - 0,0104$	0,9838	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,00002x + 0,128$	0,9968	$y = 1 \cdot 10^{-9}x^2 + 2 \cdot 10^{-5}x + 0,1288$	0,9977	$T \geq 200 \text{ K}$
Mn	0,132	–	–	–	–	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,0003x + 0,3952$	0,964	$y = 2 \cdot 10^{-8}x^2 + 0,0003x + 0,4039$	0,9644	$T \geq 200 \text{ K}$
Fe $\gamma$ -Fe	0,126	$y = 0,0022x - 0,0215$	0,9826	$y = -7 \cdot 10^{-7}x^2 + 0,0023x - 0,0238$	0,9828	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,0001x + 0,4648$	0,9883	$y = -2 \cdot 10^{-8}x^2 + 0,0002x + 0,4509$	0,9920	$T \geq 200 \text{ K}$
Co	0,125	$y = 0,0001x + 0,4$	1	$y = -3 \cdot 10^{-18}x^2 + 0,0001x + 0,4$	1	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,0003x + 0,3209$	0,9631	$y = 2 \cdot 10^{-7}x^2 + 7 \cdot 10^{-5}x + 0,3987$	0,9966	$T \geq 200 \text{ K}$
Ni	0,124	$y = 0,0022x - 0,0156$	0,9821	$y = -3 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0027x - 0,0238$	0,9854	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 0,0001x + 0,4381$	0,9478	$y = -7 \cdot 10^{-8}x^2 + 0,0002x + 0,3928$	0,9980	$T \geq 200 \text{ K}$
Pt	0,139	$y = 0,0008x + 0,0037$	0,9317	$y = -4 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0015x - 0,0089$	0,9932	$T \leq 200 \text{ K}$
		$y = 3 \cdot 10^{-5}x + 0,1242$	0,9954	$y = -3 \cdot 10^{-9}x^2 + 3 \cdot 10^{-5}x + 0,1227$	0,9972	$T \geq 200 \text{ K}$

Таблиця 2

Математичні моделі залежностей теплоємності сплавів від температури

Стопи	Рівняння апроксимації	R <sup>2</sup>
Cu + 1,8% Be	$y = 0,0004x + 0,3085$	0,8891
Cu + 10%Zn (латунь)	$y = -1 \cdot 10^{-7}x^2 + 0,0002x + 0,3604$	0,9556
Латунь ЛЖМц 59-1-1	$y = -8 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0037x - 0,0305$	0,9840
Латунь Л69	$y = -6 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,003x + 0,0431$	0,9844
Бронза БрХ0,8	$y = 0,0012x + 0,0993$	1,0
ВТ 1	$y = -4 \cdot 10^{-15}x^5 + 1 \cdot 10^{-12}x^4 + 1 \cdot 10^{-8}x^3 - 1 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,0047x - 0,0754$	0,9902
ВТ 6	$y = -3 \cdot 10^{-15}x^5 - 2 \cdot 10^{-12}x^4 + 1 \cdot 10^{-8}x^3 - 1 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,0049x - 0,0801$	0,9914
ВТ 14	$y = 5 \cdot 10^{-15}x^5 - 2 \cdot 10^{-11}x^4 + 2 \cdot 10^{-8}x^3 - 2 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,005x - 0,0831$	0,9907
1Х18Н9Т	$y = 0,0002x + 0,4567$	0,9915
Х17Н13М2Т	$y = 0,0002x + 0,4428$	0,9954
12Х18Н10Т	$y = 0,0002x + 0,426$	0,9365
4Х13	$y = 0,0002x + 0,4305$	0,9522

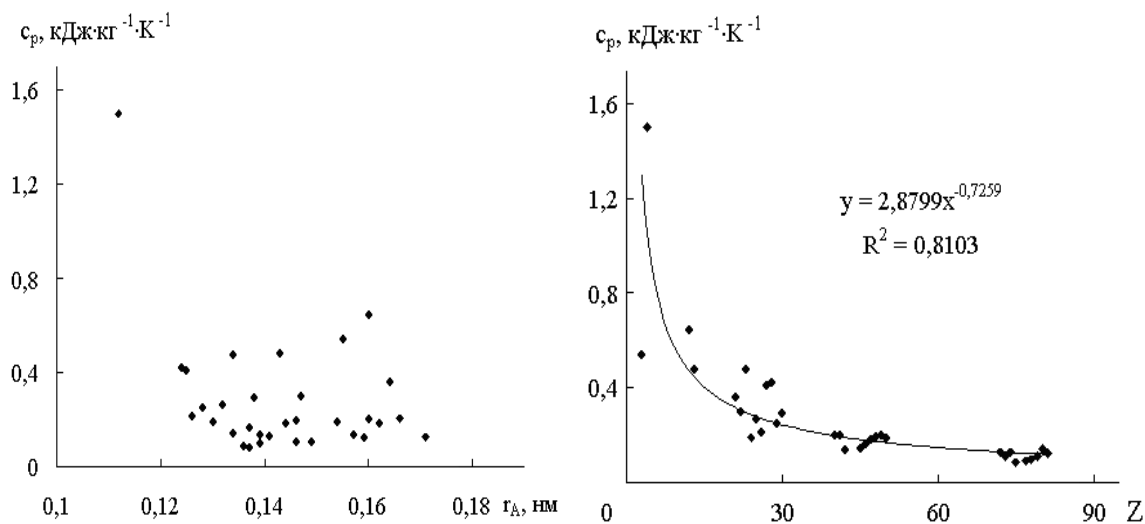


Рис. 4. Узагальнена залежність коефіцієнта теплоємності від радіусу атома (а) та порядкового номера металу у Періодичній системі первнів (б) за температури 100 К.

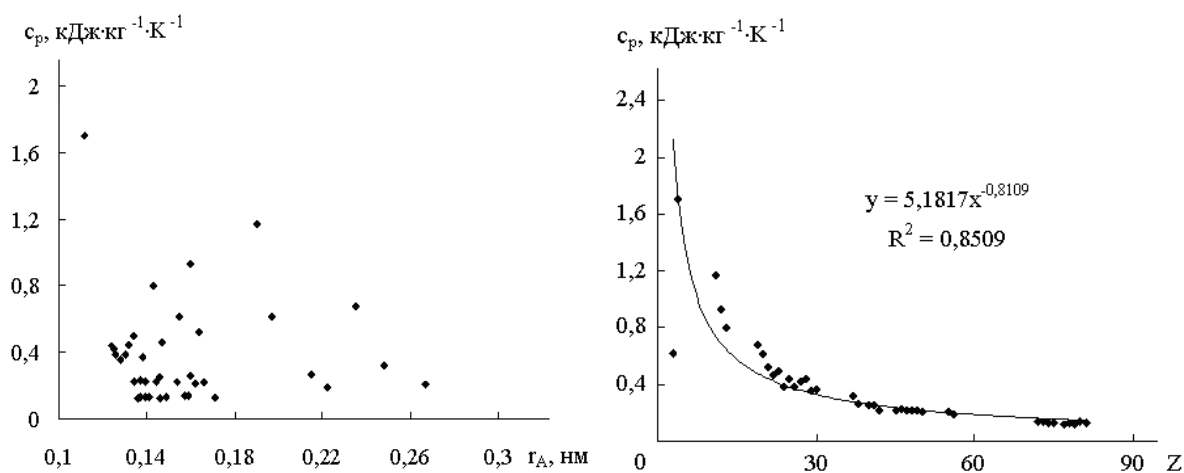
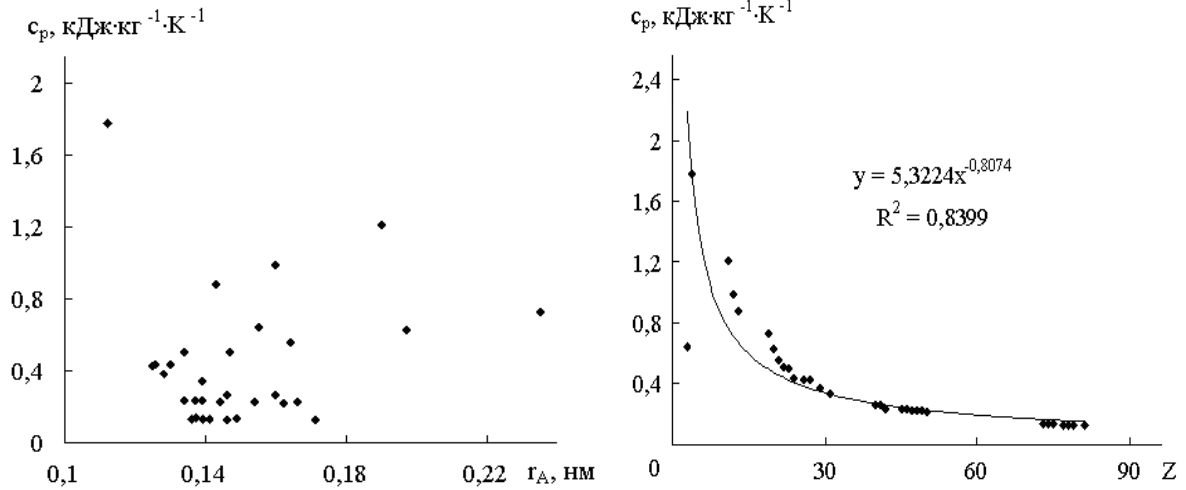
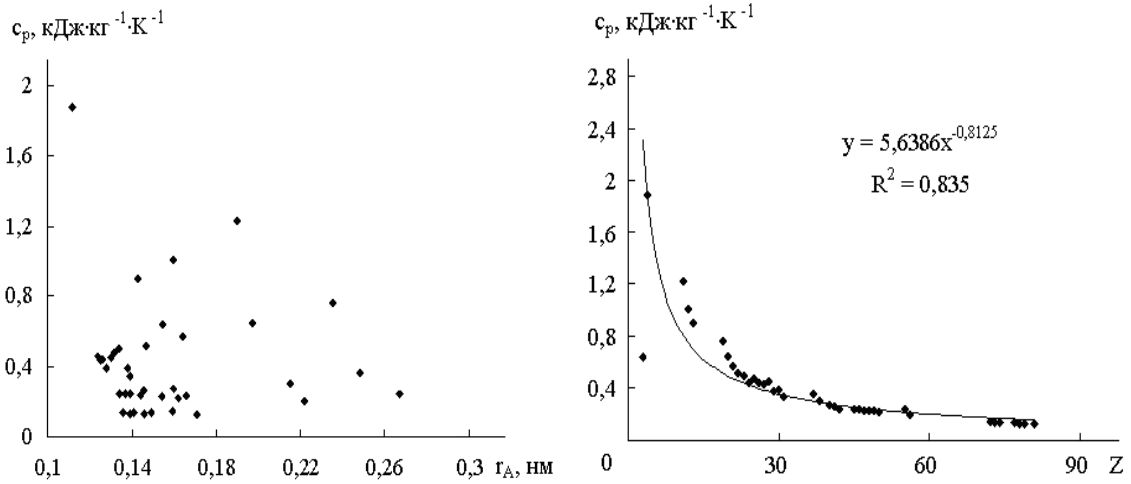


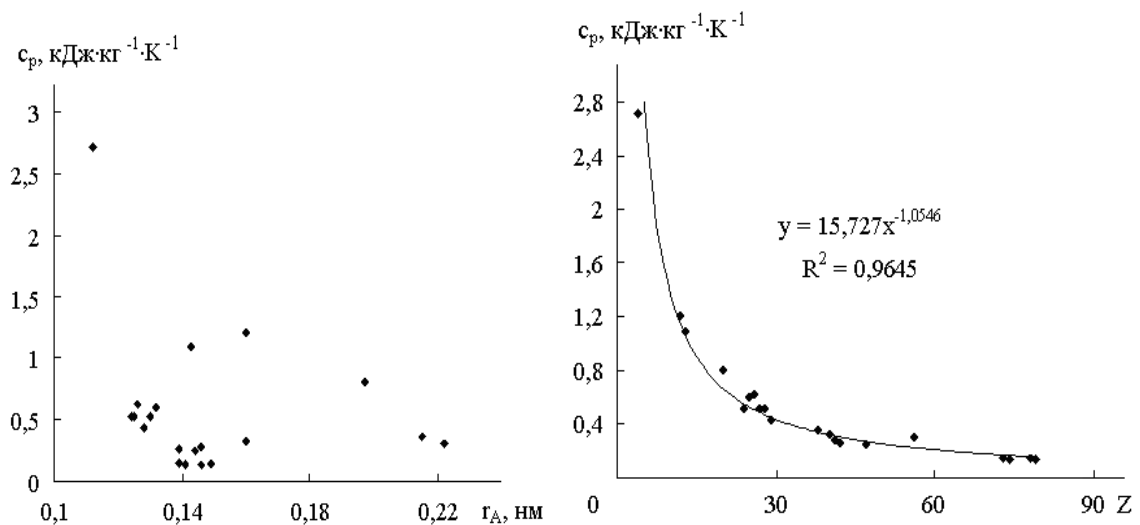
Рис. 5. Узагальнена залежність коефіцієнта теплоємності від радіусу атома (а) та порядкового номера металу у Періодичній системі первнів (б) за температури 200 К.



**Рис. 6.** Узагальнена залежність коефіцієнта теплоємності від радіусу атома (а) та порядкового номера металу у Періодичній системі первнів (б) за температури 273 К.



**Рис. 7.** Узагальнена залежність коефіцієнта теплоємності від радіусу атома (а) та порядкового номера металу у Періодичній системі первнів (б) за температури 298,15 К.



**Рис. 8.** Узагальнена залежність коефіцієнта теплоємності від радіусу атома (а) та порядкового номера металу у Періодичній системі первнів (б) за температури 700 К.

Таблиця 3

Залежність коефіцієнта теплоємності металів та сплавів від температури, радіусу атомів та порядкового номера в Періодичній системі первнів

Метал	Порядковий номер Z	Радіус атома $r_A$ , нм	$c_p$ , кДж/кг·К				
			100 К	200 К	273 К	298,15 К	700 К
Li (98,5%)	3	0,155	0,544	0,615	0,640	0,644	–
Na	11	0,190	–	1,170	1,210	1,227	–
K	19	0,235	–	0,680	0,730	0,766	–
Rb	37	0,248	–	0,321	–	0,363	–
Cs	55	0,267	–	0,209	–	0,242	–
Cu	29	0,128	0,254	0,356	0,380	0,386	0,435
Ag	47	0,144	0,187	0,225	0,233	0,235	0,252
Au	79	0,146	0,108	0,123	0,128	0,129	0,140
Be (99,9%)	4	0,112	1,500	1,700	1,780	1,880	2,720
Mg (99,97%)	12	0,160	0,649	0,932	0,990	1,010	1,210
Ca	20	0,197	–	0,613	0,630	0,647	0,809
Sr	38	0,215	–	0,268	–	0,306	0,360
Ba	56	0,222	–	0,192	–	0,205	0,309
Zn	30	0,138	0,293	0,367	–	0,389	–
Cd	48	0,154	0,196	0,222	0,228	0,229	–
Hg	80	0,157	0,141	0,139	–	–	–
Al (99,994%)	13	0,143	0,481	0,797	0,881	0,904	1,090
Ga	31	0,139	–	–	0,342	0,346	–
In	49	0,166	0,203	0,225	0,230	0,233	–
Tl	81	0,171	0,124	0,127	0,130	0,130	–
Sc	21	0,164	0,364	0,520	0,560	0,570	–
Ti (99,9%)	22	0,147	0,300	0,465	0,509	0,519	–
Zr	40	0,160	0,205	0,260	0,270	0,276	0,333
Hf	72	0,159	0,127	0,140	–	0,146	–
Sn (білий)	50	0,162	0,189	0,214	0,220	0,221	–
V	23	0,134	0,480	0,499	0,502	0,502	–
Nb	41	0,146	0,202	0,254	0,265	0,268	0,287
Ta	73	0,149	0,111	0,134	0,138	0,140	0,147
Cr	24	0,130	0,193	0,385	0,437	0,448	0,524
Mo	42	0,139	0,139	0,222	0,241	0,246	0,265
W	74	0,141	0,131	0,132	0,134	0,134	0,142
Mn	25	0,132	0,268	0,444	–	0,480	0,602
Re	75	0,137	0,084	0,133	0,138	–	–
Fe	26	0,126	0,216	0,384	0,434	0,446	0,625
Co	27	0,125	0,410	0,420	0,431	0,436	0,520
Ni (99,99%)	28	0,124	0,423	0,440	–	0,458	0,522
Rh	45	0,134	0,147	0,220	0,239	0,243	–
Pd	46	0,137	0,167	0,227	0,240	0,243	–
Ir	77	0,136	0,092	0,121	0,131	0,134	–
Pt	78	0,139	0,100	0,127	0,132	0,133	0,144

Таблиця 4

Результати перевірки нульової гіпотези рівності нулю генерального коефіцієнта кореляції зв'язків  $c_p \sim Z$ ,  $c_p \sim r_A$  за його критичним значенням ( $r_{кр.}$ ), критерієм Стюдента ( $t_T$ ) та перетворенням Фішера ( $z_T$ )

Зв'язки між величинами	Рівні значущості	$c_p$ , кДж/кг·К					
		100 К	200 К	273 К	298,15 К	700 К	
Кореляційний зв'язок:		Розрахунковий коефіцієнт кореляції ( $r_p$ )					
$c_p \sim Z$		-0,6742	-0,7668	-0,7725	-0,7595	-0,7103	
$c_p \sim r_A$		-0,3521	-0,0562	0,1159	-0,0617	-0,2440	
N		32	39	31	38	20	
$f = N-2$		30	37	29	36	18	
		Критичний коефіцієнт кореляції					
$r_{кр.} \{q = 1 - \frac{a}{2}; f = N-2\}$	$\alpha = 0,05$	0,3494	0,3160	0,3550	0,3202	0,4438	
	$\alpha = 0,01$	0,4487	0,4076	0,4556	0,4128	0,5614	
$c_p \sim Z$	$\xi_1(r)$	$\alpha = 0,05$	0,518	0,412	0,460	0,422	0,625
			$\xi_2(r)$	1,930	2,427	2,176	2,372
	$\xi_1(r)$	$\alpha = 0,01$	0,666	0,532	0,590	0,544	0,790
			$\xi_2(r)$	1,503	1,881	1,696	1,840
$c_p \sim r_A$	$\xi_1(r)$	$\alpha = 0,05$	0,992	5,623	3,063	5,190	1,819
			$\xi_2(r)$	1,008	0,178	0,327	0,193
	$\xi_1(r)$	$\alpha = 0,01$	1,274	7,253	3,931	6,690	2,301
			$\xi_2(r)$	0,785	0,138	0,254	0,150
Кореляційний зв'язок:		Статистика Стюдента ( $t_p$ )					
$c_p \sim Z$		-5,0000	-7,2665	-6,5511	-7,0053	-4,2812	
$c_p \sim r_A$		-2,0605	-0,3424	0,6284	-0,3709	-1,0675	
$t_T \{q = 1 - \frac{a}{2}; f = N-2\}$	$\alpha = 0,05$	2,042	2,026	2,045	2,028	2,101	
	$\alpha = 0,01$	2,750	2,716	2,756	2,719	2,878	
$c_p \sim Z$	$\xi_1(t)$	$\alpha = 0,05$	0,408	0,279	0,312	0,290	0,491
			$\xi_2(t)$	2,449	3,587	3,204	3,454
	$\xi_1(t)$	$\alpha = 0,01$	0,550	0,374	0,421	0,399	0,672
			$\xi_2(t)$	1,818	2,676	2,377	2,576
$c_p \sim r_A$	$\xi_1(t)$	$\alpha = 0,05$	0,991	5,917	3,254	5,468	1,968
			$\xi_2(t)$	1,009	0,169	0,307	0,183
	$\xi_1(t)$	$\alpha = 0,01$	1,335	7,931	4,386	7,331	2,696
			$\xi_2(t)$	0,749	0,126	0,228	0,136
Кореляційний зв'язок:		Статистика перетворення Фішера ( $z_p$ )					
$c_p \sim Z$		0,8184	1,0125	1,0265	0,9950	0,8878	
$c_p \sim r_A$		0,3681	0,0563	0,1164	0,0618	0,2490	
$z_T \{q = 1 - \frac{a}{2}\}$	$\alpha = 0,05$	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96	
	$\alpha = 0,01$	2,58	2,58	2,58	2,58	2,58	
$S_Z$		0,1857	0,1667	0,1890	0,1690	0,2425	
$(z_T \cdot S_Z)$	$\alpha = 0,05$	0,3640	0,3267	0,3704	0,3312	0,4753	
	$\alpha = 0,01$	0,4791	0,4301	0,4876	0,4360	0,6257	
$c_p \sim Z$	$\xi_1(Z)$	$\alpha = 0,05$	0,445	0,323	0,361	0,333	0,535
			$\xi_2(Z)$	2,248	3,099	2,771	3,004
	$\xi_1(Z)$	$\alpha = 0,01$	0,585	0,425	0,475	0,438	0,705
			$\xi_2(Z)$	1,708	2,354	2,105	2,282
$c_p \sim r_A$	$\xi_1(Z)$	$\alpha = 0,05$	0,989	5,803	3,182	5,359	1,909
			$\xi_2(Z)$	1,011	0,172	0,314	0,187
	$\xi_1(Z)$	$\alpha = 0,01$	1,302	7,639	4,189	7,055	2,513
			$\xi_2(Z)$	0,768	0,131	0,239	0,142

## Висновки

1. За літературними даними досліджено температурну залежність коефіцієнта теплоємності металів та стопів, при цьому встановлено, що за низьких температур ( $T \leq 200$  К) коефіцієнт теплоємності більшості металів інтенсивно зростає, а за високих температур в межах від 200 до 300–3000 К коефіцієнт теплоємності більшості металів з підвищенням температури незначно зростає, окрім  $\alpha$ -заліза та ніколу (99,97%), коефіцієнт теплоємності яких з підвищенням температури інтенсивно зростає до температури піка максимального його значення; із подальшим підвищенням температури коефіцієнт теплоємності цих металів різко зменшується, а потім поступово збільшується.

2. Встановлено, що коефіцієнт теплоємності більшості досліджених стопів з підвищенням температури зростає, окрім вуглецевої сталі, коефіцієнт теплоємності якої із підвищенням температури інтенсивно зростає до температури піка максимального його значення; із подальшим підвищенням температури коефіцієнт теплоємності цього стопу різко зменшується, а потім поступово збільшується.

3. Отримані апроксимаційні залежності коефіцієнта теплоємності від температури для 40 металів та стопів. Встановлено, що для залежностей коефіцієнта теплоємності металів від температури існує надійний зв'язок при апроксимації як поліномом

першого порядку, так і поліномом другого порядку, окрім стануму, залежність коефіцієнта теплоємності від температури якого за низьких ( $T \leq 200$  К) температур апроксимується поліномом третього порядку. Для більшості стопів залежність коефіцієнта теплоємності від температури апроксимується поліномом першого порядку, окрім стопів латуні (Cu + 10%Zn, ЛЖМц 59-1-1 та Л 69), залежність коефіцієнта теплоємності від температури яких апроксимується поліномом другого порядку та титанових стопів (ВТ 1, ВТ 6 та ВТ 14) залежність коефіцієнта теплоємності від температури яких апроксимується поліномом п'ятого порядку.

4. За результатами кореляційної аналізи, встановлено, що між коефіцієнтом теплоємності та радіусом атомів за температур 100, 200, 273, 298 і 700 К немає лінійного зв'язку, а між коефіцієнтом теплоємності і порядковим номером металу за цих же температур є лінійний зв'язок. Подано оцінку ступенів лінійності та нелінійності. Узагальнено залежність коефіцієнта теплоємності від порядкового номеру та коефіцієнта теплоємності від радіусу атома для 40 металів та інтервалу температур 100–700 К.

**Базюк Л.В.** – викладач кафедри ;  
**Сіренко Г.О.** – доктор технічних наук,  
професор, завідувач кафедри.

- [1] Л.Н. Лариков, Ю.Ф. Юрченко. Структура и свойства металлов и сплавов. *Справочник: Тепловые свойства металлов и сплавов*. Наукова думка, Киев. 438с. (1985).
- [2] В.І. Гомонай. *Фізична та колоїдна хімія. Підручник*. Нова книга, Вінниця. 496с. (2007).
- [3] В.И. Горшков, И.А. Кузнецов. *Основы физической химии*. Изд-во МГУ, Москва. 335с. (1993).
- [4] Ф. Даниэльс, Р. Олберти. *Физическая химия*. Мир, Москва. 647с. (1978).
- [5] А.А. Жуховицкий, Л.А. Шварцман. *Краткий курс физической химии*. Металлургия, Москва. 368с. (1979).
- [6] А.Д. Зимон, Н.Ф. Лещенко. *Физическая химия: Учебник*. Химия, Москва. 320с. (2000).
- [7] Л.І. Каданер. *Фізична і колоїдна хемія*. Вища шк., Київ. 288 с. (1983).
- [8] М.Х. Карапетьянц. *Химическая термодинамика*. Химия, Москва. 584с. (1975).
- [9] В.А. Киреев. *Краткий курс физической химии*. Химия, Москва. 624с. (1978).
- [10] Д.Г. Кнорре, Л.Ф. Крылова, В.С. Музыкантов. *Физическая химия*. Высш. шк., Москва. 328с. (1981).
- [11] О.І. Кононський. *Фізична і колоїдна хімія: Підручник*. Центр учбової л-ри, Київ.: 312 с. (2009).
- [12] К.С. Краснов. *Физическая химия*. Высш. шк., Москва. 512 с. (Ч 1); 332 с. (Ч 2). (1995).
- [13] И.В. Красовский, Е.И. Вайль, В.Д. Безуглый. *Физическая и коллоидная химия*. Вища шк., Киев. 296с. (1983).
- [14] В.І. Лебідь. *Фізична хімія: Підручник*. Фоліо, Харків. 480с. (2005).
- [15] В.Є. Ліпатніков, К.М. Козаков. *Фізична і колоїдна хімія*. Вища шк., Київ. 198с. (1983).
- [16] А.Б. Лукьянов. *Физическая и коллоидная химия*. Химия, Москва. 288с. (1988).
- [17] К. Люпис. *Химическая термодинамика материалов*. Металлургия, Москва. 503 с. (1989).
- [18] А.С. Мороз, А.Г. Ковальова. *Фізична та колоїдна хімія*. Світ, Львів. 278с. (1994).
- [19] О.М. Полторак. *Термодинамика в физической химии*. Высш. шк., Москва. 320с. 1991.

- [20] А.В. Свідзинський. *Лекції з термодинаміки: Навч. посібник*. Вежа, Луцьк. 83с. (1999).
- [21] И.А. Семиохин. *Физическая химия*. Изд-во МГУ, Москва. 272 с. (2001).
- [22] А.Г. Стромберг, Д.П. Семченко. *Физическая химия: Учебник*. Высш. шк., Москва. 528 с. (1999).
- [23] А.Г. Стромберг, Д.П. Семченко. *Физическая химия*. Высш. шк., Москва. 496с. (1988).
- [24] К.С. Краснов, Н.К. Воробьев, И.Н. Годнев и др. *Физическая химия*. В 2-х кн. Высш. шк., Москва. 319с. (2001).
- [25] В.І. Кабачний, Л.К. Осіпенко, Л.Д. Грицан та ін. *Фізична і колоїдна хімія*. Прапор, вид-во Укр.ФА, Харків. 368с. (1999).
- [26] Ю.Г. Фролов, В.В. Белик. *Физическая химия*. Химия, Москва. 464 с. (1993).
- [27] Л.Б. Цветкова. *Фізична хімія: Теорія і задачі: Навч. посіб.* Магнолія-2006, Львів: 415с. (2008).
- [28] П. Эткинс. *Физическая химия. В 2-х томах*. Мир, Москва. 582с. (Т. 1). 584с. (Т. 2). (1980).
- [29] Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский *Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий*. Наука, Москва. 280с. (1976).
- [30] М.Н. Степнов *Статистическая обработка результатов механических испытаний*. Машиностроение, Москва. 232с. (1972)
- [31] П. Мюллер, П. Нойман, Р. Шторм. *Таблицы по математической статистике. Финансы и статистика*, Москва. 272с. (1982).
- [32] *Краткий справочник физико-химических величин*. / Под ред. А.А. Равделя, А.М. Пономаревой. Химия, Ленинград. 232с. (1983).
- [33] Г.О. Сіренко, Л.В. Базюк, Н.В. Мещерякова. Теплофізичні властивості металів та сплавів: залежність зміни ентальпії від температури та радіусу атомів. // *Фізика і хімія твердого тіла*, **12**, (1), сс. 197-207. (2011).
- [34] Л.В. Базюк, Г.О. Сіренко, Н.В. Мещерякова Теплофізичні властивості металів та сплавів: 2. Залежність коефіцієнта теплопровідності від температури та радіусу атомів. // *Вісник Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, XIII*, сс. 102–121. (2011).

L.V. Bazyuk, H.O. Sirenko

## Thermophysical Properties of Metals and Alloys: 3. Coefficient of Thermal Capacity Dependence from Temperature and Radius of Atoms

Vasyl Stefanyk' Precarpathian National University,  
57, Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76025, Ukraine, e-mail: [sirenkog@rambler.ru](mailto:sirenkog@rambler.ru)

The dependence of coefficient of thermal capacity from temperature, serial number and radius of atom of metals has been analyzed and proved by correlation and regression analysis. It is shown that with increasing temperature for most metals and alloys thermal capacity increases. Established that growth between coefficient of thermal capacity and the radius of metal atoms no linear connection between a metals of periodic elements at temperatures 100, 200, 273, 298 and 700 K is close linear relationship.

**Key words:** metals, alloys, coefficient of thermal capacity, thermophysical properties, radius of metal atoms, correlation analysis, regression analysis.