

Б.М. Рувінський<sup>1</sup>, М.А. Рувінський<sup>2</sup>

## Міжзонна провідність допованого графену у постлінійному відгуку

<sup>1</sup> Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,  
вул.Карпатська, 15, м.Івано-Франківськ, 76000, Україна, [bruvinsky@gmail.com](mailto:bruvinsky@gmail.com)

<sup>2</sup> Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,  
вул.Шевченка, 57, м.Івано-Франківськ, 76000, Україна

Теоретично досліджено динамічну провідність допованого графену, обумовлену міжзонними резонансними переходами, в залежності від частоти і амплітуди зовнішнього електричного поля, температури графену і концентрації вільних носіїв заряду. Отримані результати виходять за межі першого порядку теорії збурень і приводять при достатньо сильних електричних полях до насичення індукованого струму в розглянутих загальних умовах, як і в теорії Мішенка для нульових температури і хімпотенціалу. Для допованого графену виявляються також нелінійні ефекти зростання оптичної прозорості при збільшенні інтенсивності падаючого випромінювання.

**Ключові слова:** допований графен, міжзонні резонансні переходи, постлінійний відгук, насичення індукованого струму, оптична прозорість.

*Стаття постуила до редакції 05.02.2012; прийнята до друку 15.03.2012.*

### Вступ

В останні роки значна кількість робіт пов'язана з властивостями моноатомного шару вуглецевих атомів, що утворюють гексагональну двовимірну кристалічну ґратку – графен. Більшість різноманітних та унікальних властивостей графену зумовлена можливістю його розгляду як двовимірного газу безмасових діраківських ферміонів (див., напр., [1-8]). Зокрема, в роботах [5-7] наведено результати теоретичних і експериментальних досліджень динамічної провідності та оптичних властивостей допованих графенових шарів. У динамічній провідності міжзонні переходи домінують при більш високих частотах або низьких температурах, внаслідок відсутності енергетичної щільності між зонами графену. У граничному випадку  $k_B T = \hbar \omega$ , де  $k_B$  – стала Больцмана,  $T$  – абсолютна температура,  $\omega$  – частота змінного електричного поля, міжзонна провідність має універсальний характер, незалежний від параметрів електронного спектра. При цьому виявляються справедливіми теорії лінійного електромагнітного відгуку і без врахування електрон-електронної взаємодії. В роботі [8] у наближенні "обертаючих хвиль" розглянута модель ідеально чистого графену (власної провідності) при нульовій температурі з енергією Фермі (або хімічним потенціалом) в

діраківській точці  $\mu_F = 0$ . Незалежність динамічної провідності власного графену від частоти в слабких електричних полях пояснюється компенсацією зникаючої густини станів при  $\omega \rightarrow 0$  із розбігаючим матричним елементом відповідного міжзонного переходу. Застосовність теорії лінійного відгуку порушується, коли матричний елемент стає сумірним з величиною оберненого часу життя електрона  $\Gamma$  ( $\omega \sim \Gamma$ ). При цьому має місце режим осциляцій типу Рабі в умовах, близьких до міжзонних резонансних переходів, які є за межами чинності першого порядку теорії збурень. У вказаній моделі при достатньо сильних електричних полях виникає насиченість індукованого струму, зменшується дисипація енергії і виявляються нелінійні ефекти оптичної прозорості. В роботі [8] відсутній остаточний скінченний вираз для недисипативної частини міжзонного струму.

Метою даної роботи є розгляд міжзонних резонансних переходів іншим методом та узагальнення на випадок допованого графену і ненульових температур при постлінійному відгуку. Внутрішньозонну провідність в достатньо сильних електричних полях плануємо розглянути у наступній роботі.

## I. Рівняння для матриці густини і міжзонні переходи в допованому графені

Гамільтоніан системи поблизу діраківських точок у псевдоспіновому просторі підгранок графену має вигляд

$$\hat{H} = u\hat{\sigma} \left( \frac{\mathbf{r}}{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right), \quad (1)$$

де  $\hat{\sigma}$  – матриці Паулі,  $u \approx 10^8$  см/с – характерна для графену фермієвська швидкість,  $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla$ ,  $e$  – заряд електрона,  $\mathbf{A}(t)$  – векторний потенціал однорідного змінного електричного поля. Напруженість електричного поля з частотою  $\omega$

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t) \quad (2)$$

напрявлена вздовж осі  $x$  і викликає в графені появу височастотного струму густини  $\mathbf{j}$ . Гамільтоніан (1) представимо через складову  $E_x$  змінного електричного поля

$$\hat{H} = u\hat{\sigma}_p + i \frac{eu}{\omega} \hat{\sigma}_x E_x, \quad (3)$$

опускаючи для простоти запису спряжений вираз від другого доданку в (3). Оператор густини струму [9]

$$\mathbf{j} = eu\hat{\sigma}. \quad (4)$$

Квантове рівняння руху для статистичного оператора  $\hat{\rho}$  (матриці густини) [10]

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \hat{H}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{H} \quad (5)$$

запишемо для матричних елементів міжзонних переходів

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} = (H_{11} - H_{22})\rho_{12} + (\rho_{22} - \rho_{11})H_{12}, \quad (6)$$

де "1" – індекс стану електрона в зоні провідності, а "2" – у валентній зоні. За базисну систему функцій обираємо власні функції оператора

$$\hat{H}_0 = u\hat{\sigma}_p \quad (7)$$

при відсутності зовнішнього електричного поля [2]:

$$|p, s\rangle = \frac{1}{L} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \mathbf{r}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} s \\ e^{i\varphi_p} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$s = +1$  для стану 1 (електрона в зоні провідності) і  $s = -1$  для стану 2 (електрона у валентній зоні),  $p_x = p \cos \varphi_p$ ,  $p_y = p \sin \varphi_p$ ,  $L^2$  – площа системи.

Міжзонний перехід є вертикальним переходом, при якому двовимірний вектор імпульса  $\mathbf{p}$  є інтегралом руху. Власні значення оператора  $\hat{H}_0$ , що відповідають незбуреним станам електрона (8) в зоні провідності і валентній зоні,

$$(H_0)_{\alpha\alpha} = \text{sup} = s\varepsilon \quad (s = \pm 1, \alpha = 1, 2). \quad (9)$$

Зміна незбуреної енергії електрона при міжзонному

переході  $2 \rightarrow 1$  дорівнює

$$(H_0)_{11} - (H_0)_{22} = 2\varepsilon. \quad (10)$$

В умовах, близьких до точного резонансу,  $\hbar\omega \approx 2\varepsilon = 2up$ .

Оператор взаємодії електрона з електричним полем

$$\hat{V}(t) = i \frac{eu}{\omega} \hat{\sigma}_x E_0 \exp(-i\omega t), \quad (11)$$

його матричні елементи в базисній системі функцій (8):

при  $\alpha \neq \beta = 1, 2$

$$V_{\alpha\beta}(t) = H_{\alpha\beta} = (-1)^\alpha \frac{eu}{\omega} \frac{p_y}{p} E_0 e^{-i\omega t}, \quad (12)$$

при  $\alpha = \beta = 1, 2$

$$V_{\alpha\alpha}(t) = -i(-1)^\alpha \frac{eu}{\omega} \frac{p_x}{p} E_0 e^{-i\omega t}. \quad (13)$$

Матричні елементи  $\rho_{11}$  і  $\rho_{22}$  в (6) відповідають внутрішньозонним переходам. У наближенні врахування лінійного відгуку за часовим множником  $e^{-i\omega t}$  і в умовах, близьких до резонансу [11], вважаємо  $\rho_{11}$  і  $\rho_{22}$  незалежними від часу. Тоді з (6) і (10) маємо

$$\rho_{\alpha\beta}(t) = \frac{\rho_{\beta\beta} - \rho_{\alpha\alpha}}{\hbar\omega + 2\varepsilon(-1)^\alpha} \cdot V_{\alpha\beta}(t) \quad (\alpha \neq \beta). \quad (14)$$

Діагональні елементи матриці густини  $\rho_{11}$  і  $\rho_{22}$  мають зміст внутрішньозонних функцій розподілу стаціонарного нерівноважного стану, і вихід у постлінійний відгук в даній задачі пов'язаний з визначенням залежності цих функцій розподілу [12] від амплітуди електричного поля  $E_0$ . Введемо, як і в [8], скінченний час життя  $1/\Gamma_p$  для вільних носіїв заряду, який вважаємо, завдяки електрон-діркової симетрії, однаковим для електронів і дірок в обох енергетичних конусах (зонах). Врахуємо, що внаслідок дії електричного поля відбувається зсув енергії електронних станів у кожній зоні. Позначимо через  $\Delta\varepsilon$  зсув енергії  $\varepsilon$  за час життя електрона в зоні провідності. Представимо відповідну функцію розподілу  $\rho_{11}(\varepsilon, \Delta\varepsilon)$  у вигляді

$$\rho_{11}(\varepsilon, \Delta\varepsilon) = P(\Delta\varepsilon | \varepsilon) \cdot f_0(\varepsilon), \quad (15)$$

де  $P(\Delta\varepsilon | \varepsilon)$  – умовна функція розподілу,

$$f_0(\varepsilon) = (\exp[(\varepsilon - \mu) / k_B T] + 1)^{-1} \quad (16)$$

– функція розподілу Фермі-Дірака. Формула (15) впливає з теореми множення ймовірностей, яка фактично вже використовувалась в інших задачах статистичної фізики (напр., в теорії броунівського руху осцилятора під дією резонансної зовнішньої сили [13], стор. 236). Умовну функцію розподілу визначимо, враховуючи часовий множник загасаючих станів  $\exp(-\Gamma_p t)$ ,

$$P(\Delta\varepsilon|\varepsilon) = \Gamma_p \operatorname{Re} \int_0^\infty e^{\frac{i}{\hbar}\Delta\varepsilon t - \Gamma_p t} dt = \frac{(\hbar\Gamma_p)^2}{(\Delta\varepsilon)^2 + (\hbar\Gamma_p)^2}, \quad (17)$$

а  $(\Delta\varepsilon)^2$  знайдемо [14] з амплітуди діагонального матричного елементу  $V_{11}$  внутрішньозонного переходу (13):

$$(\Delta\varepsilon)^2 = |V_{11}|^2 = \left( \frac{eu p_x}{\omega p} E_0 \right)^2. \quad (18)$$

З (15)-(18) маємо тоді вираз для функції розподілу стаціонарного нерівноважного стану електрона в зоні провідності

$$\rho_{11} = \left[ 1 + \zeta^2 \left( \frac{p_x}{p} \right)^2 \right]^{-1} f_0(\varepsilon), \quad (19)$$

де

$$\zeta = \frac{euE_0}{\hbar\omega\Gamma_p} \quad (20)$$

– характерний безрозмірний параметр теорії Міщенко [8].

Аналогічно для функції розподілу у валентній зоні отримаємо

$$\rho_{22} = \left[ 1 + \zeta^2 \left( \frac{p_x}{p} \right)^2 \right]^{-1} f_0(-\varepsilon), \quad (21)$$

де

$$\langle j_x \rangle = g_s g_v \sum_p i \frac{e^2 u^2 \hbar^2 \omega}{\varepsilon L^2} \left( \frac{p_y}{p} \right)^2 \frac{\rho_{22} - \rho_{11}}{\hbar^2 (\omega + i\eta)^2 - (2\varepsilon)^2} E_0 e^{-i\omega t}, \quad (25)$$

де

$$\rho_{22} - \rho_{11} = \left[ 1 + \zeta^2 \left( \frac{p_x}{p} \right)^2 \right]^{-1} G(\varepsilon), \quad (26)$$

$$G(\varepsilon) = f_0(-\varepsilon) - f_0(\varepsilon) = \frac{\operatorname{sh}(\varepsilon/k_B T)}{\operatorname{ch}(\mu/k_B T) + \operatorname{ch}(\varepsilon/k_B T)} \quad (27)$$

– різниця фермієвських функцій, введена в роботах Фальковського [5,6];  $\eta \rightarrow +0$ . Подальші обчислення пов'язані в (25) із заміною

$$f_0(-\varepsilon) = (\exp[(-\varepsilon + \mu)/k_B T] + 1)^{-1}. \quad (22)$$

## II. Густина міжзонного струму

Матричні елементи оператора густини міжзонного струму (4) за власними функціями (8)

$$(j_x)_{\alpha\beta} = (-1)^\beta \frac{ieup_y}{p} \cdot \frac{1}{L^2} \quad (\alpha \neq \beta = 1, 2). \quad (23)$$

Матриці (12)-(14) і (23) є діагональними в імпульсному представленні, тому визначення статистичного середнього від міжзонної густини струму визначаємо за формулою

$$\langle j_x \rangle = Sp \hat{\rho} j_x = \sum_p \sum_{\alpha, \beta, \alpha \neq \beta} \rho_{\alpha\beta} (j_x)_{\beta\alpha} \quad (24)$$

з врахуванням спінового і долинного виродження  $g_s$  і  $g_v$  ( $g_s = g_v = 2$ ). Зауважимо, що після підстановки в (24) формул (14), (12) і (23) для знаходження скінченного струму  $\langle j_x \rangle$  слід відняти від отриманого виразу (24) той же вираз при  $\omega \rightarrow 0$ . Ця обставина [6] зумовлена тим, що струм  $\langle j_x \rangle$  повинен обернутися в нуль, якщо вектор-потенціал не залежить від часу і координат. В результаті будемо мати

$\sum_p \mathbf{K} \rightarrow (L/2\pi\hbar)^2 \int \mathbf{K} dp_x dp_y$  і застосуванням формули Сохоцького

$$[\hbar^2(\omega + i\eta)^2 - (2\varepsilon)^2]^{-1} = P[(\hbar\omega)^2 - (2\varepsilon)^2]^{-1} - i\pi\delta[(\hbar\omega)^2 - (2\varepsilon)^2],$$

де  $P$  – символ головного значення інтеграла.

Для дисипативної частини міжзонного струму (25) одержимо

$$j_d(t) = \frac{2\sigma_0 G(\hbar\omega/2)}{\sqrt{1 + \zeta^2 + 1}} E_0 \cos \omega t, \quad (28)$$

де  $\sigma_0 = e^2/4\hbar$  – "квант кондактансу". При цьому в формулі (20) для  $\zeta$  слід провести заміну  $\Gamma_p \rightarrow \Gamma \equiv \Gamma_{\hbar\omega/2u}$ , де імпульс  $p$  відповідає частоті

$\omega$ . Еквівалентна формула до (28) може бути записана також у вигляді:

$$j_d(t) = \frac{\hbar\omega^2 \Gamma^2}{2u^2 E_0} \left( \sqrt{1 + \frac{e^2 u^2 E_0^2}{\hbar^2 \omega^2 \Gamma^2}} - 1 \right) G\left(\frac{\hbar\omega}{2}\right) \cos \omega t. \quad (29)$$

Вирази (28) і (29) для допованого графену відрізняються від формул (4) і (13) роботи Міщенко [8] (для ідеально чистого графену при  $T=0$  і  $\mu_F=0$ ) множителем  $G(\hbar\omega/2)$  (див. (27)),

залежним від частоти, температури зразка і хімічного потенціалу. При  $T = 0$  і  $\mu = 0$   $G(\hbar\omega/2) = 1$ , тобто для випадку, розглянутого в [8], результати, отримані різними методами, співпадають в межах прийнятих наближень.

$$G\left(\frac{\hbar\omega}{2}\right) = \begin{cases} \theta(\hbar\omega - 2\mu) \text{ і } \delta \approx k_B T = \mu, \\ \text{th}\left(\frac{\hbar\omega}{4k_B T}\right) \text{ і } \delta \approx k_B T \gg \mu. \end{cases} \quad (30)$$

При скінченній температурі, але малій порівняно з хімічним потенціалом, в (30) слід провести заміну

$$\theta(\hbar\omega - 2\mu) \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg\left(\frac{\hbar\omega - 2\mu}{2k_B T}\right). \quad (31)$$

При  $\zeta = 1$  (в слабких електричних полях або для високих частот  $\omega$  і малих часах релаксації  $1/\Gamma$ )

$$j_{nd}(t) = -\frac{\sigma_0}{\pi(\sqrt{1+\zeta^2}+1)} \left[ \ln \frac{(\hbar\omega + 2\mu)^2}{(\hbar\omega - 2\mu)^2} \right] \cdot E_0 \sin \omega t. \quad (32)$$

Логарифмічна особливість в (33) при  $\hbar\omega \approx 2\mu$  обрізається температурою (або релаксацією носіїв) при заміні

$$(\hbar\omega - 2\mu)^2 \rightarrow (\hbar\omega - 2\mu)^2 + (2k_B T)^2. \quad (34)$$

Отже, при  $\zeta = 1$  результат для уявної частини міжзонної провідності співпадає з наведеним в [5,6]. При  $\zeta \gg 1$  маємо насичення недисипативного струму до величини

$$j_{nd}^{\max} = \frac{|e|\omega\Gamma}{4\pi u} \ln \frac{(\hbar\omega + 2\mu)^2}{(\hbar\omega - 2\mu)^2}. \quad (35)$$

Умовами застосування отриманих результатів, як і в [8], є нерівність  $\Gamma = \omega$  (для чинності визначеності квазічастинкових збуджень) і обмеження на верхню межу електричного поля  $\zeta = \omega/\Gamma$ , пов'язаного з

осциляції типу Рабі суттєвого значення не мають і є справедливим перший порядок теорії збурень [5-8]. Але при  $\zeta \gg 1$  (в достатньо сильних електричних полях або для малих частот  $\omega$ ) встановлюється осциляційний режим, який зменшує ефективність дисипації енергії і приводить до насичення струму до величини

$$j_d^{\max} = \frac{|e|\omega\Gamma}{2u} G\left(\frac{\hbar\omega}{2}\right). \quad (32)$$

Згідно (30),  $j_d^{\max} = 0$  при  $\hbar\omega < 2\mu$  і  $k_B T = \mu$ , тобто існує поріг при  $\hbar\omega = 2\mu$ .

Наведемо також вираз недисипативної частини міжзонного струму, отриманий з (25) при  $k_B T = \mu$ :

(14) і оцінкою (18), коли  $|\Delta\varepsilon| = |\varepsilon|$ . Частотні залежності струмів насичення (32) і (35), крім  $\Gamma(\omega)$ , залежного від механізму [8] розсіяння носіїв заряду, визначаються ще додатковими множниками, напр., в (32):

$$G\left(\frac{\hbar\omega}{2}\right) = \frac{\text{sh}(\hbar\omega/2k_B T)}{\text{ch}(\mu/k_B T) + \text{ch}(\hbar\omega/2k_B T)}. \quad (36)$$

Хімічний потенціал графену визначається з умови [5,6]

$$n_0 = \frac{2}{\pi(\hbar u)^2} \int_0^\infty \varepsilon [f_0(\varepsilon - \mu) - f_0(\varepsilon + \mu)] d\varepsilon, \quad (37)$$

де  $n_0$  – концентрація електронів і дірок. З (37) і (16) отримано рівняння

$$n_0 = \frac{2}{\pi(\hbar u)^2} \left\{ \frac{\mu^2}{2} + (k_B T)^2 \left[ \frac{\pi^2}{6} + 2 \sum_{m=1}^\infty \frac{(-1)^m}{m^2} \exp\left(-\frac{m\mu}{k_B T}\right) \right] \right\}, \quad (38)$$

звідки при достатньо низьких температурах  $k_B T = \mu$

$$\mu \approx \hbar u \sqrt{\pi n_0}, \quad (39)$$

а при високих температурах  $k_B T \gg \mu$

$$\mu \approx \frac{\pi(\hbar u)^2 n_0}{4 \ln 2 \cdot k_B T}, \quad (40)$$

що узгоджується з результатами робіт [5,6], які містять графічні залежності  $\mu(T)$  при різних концентраціях  $n_0$ .

### III. Оптична прозорість допованого графену

Проведемо узагальнення результатів роботи [8] від нульових значень температури і хімічного потенціалу до довільних значень для допованого графену.

Нехай падаюче електромагнітне випромінювання поширюється вздовж від'ємного напрямку осі z перпендикулярно до площини xy графену з

лінійною поляризацією вздовж осі  $x$ . Електричне поле складається з падаючої  $E_0$  і відбитої  $E_R$  хвиль при  $z > 0$ , і хвилі  $E_T$ , що пройшла через площину графену при  $z < 0$ :

$$E = \begin{cases} E_0 \cos(\omega t + \frac{\omega z}{c}) + E_R \cos(\omega t - \frac{\omega z}{c}), & z > 0 \\ E_T \cos(\omega t + \frac{\omega z}{c}). & z < 0 \end{cases} \quad (41)$$

Хвильове рівняння з двовимірним струмом (28) у площині графену  $z = 0$  має вигляд

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_d}{\partial t}, \quad (42)$$

де

$$j_d(z, t) = \frac{2\sigma_0 E_T \cos \omega t}{\sqrt{1 + \zeta_T^2} + 1} G\left(\frac{\hbar\omega}{2}\right) \cdot \delta(z), \quad (43)$$

$\zeta_T = (euE_T / \hbar\omega\Gamma)$  у відповідності з електричним полем  $E_T$  у площині графену. З умов неперервності електричного поля при  $z = 0$  з (41) випливає рівність

$$E_0 + E_R = E_T. \quad (44)$$

При інтегруванні рівняння (42) з врахуванням (43) по  $z$  від  $z \rightarrow -0$  до  $z \rightarrow +0$  отримаємо другу крайову умову з рівняння

$$\left. \frac{\partial E}{\partial z} \right|_{z \rightarrow +0} - \left. \frac{\partial E}{\partial z} \right|_{z \rightarrow -0} = -\frac{2\omega \pi \alpha E_T \sin \omega t}{c \sqrt{1 + \zeta_T^2} + 1} G\left(\frac{\hbar\omega}{2}\right),$$

де, згідно (41),

$$\left. \frac{\partial E}{\partial z} \right|_{z \rightarrow +0} - \left. \frac{\partial E}{\partial z} \right|_{z \rightarrow -0} = \frac{\omega}{c} (E_R - E_0 + E_T) \sin \omega t,$$

звідки

$$E_R - E_0 + E_T = -\frac{2\pi\alpha E_T}{\sqrt{1 + \zeta_T^2} + 1} G\left(\frac{\hbar\omega}{2}\right), \quad (45)$$

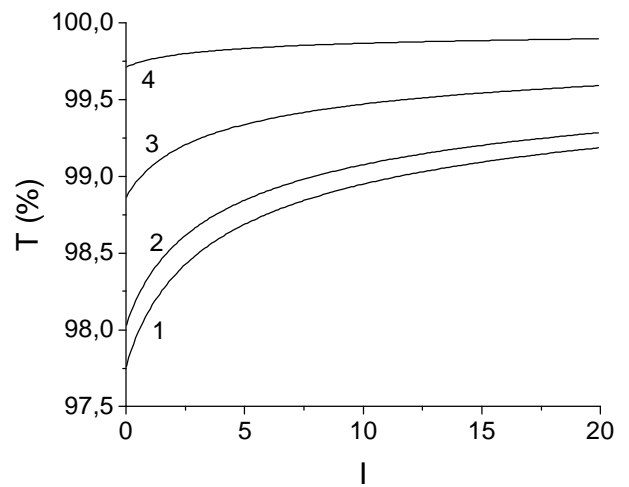
$\alpha = e^2 / \hbar c$  – стала тонкої структури. З (44) і (45) знаходимо алгебраїчне рівняння для коефіцієнта трансмісії  $T = (E_T^2 / E_0^2)$  в допованому графені

$$1 + \frac{\pi\alpha G(\hbar\omega/2)}{1 + \sqrt{1 + T \cdot I}} = \frac{1}{\sqrt{T}}, \quad (46)$$

яке визначає залежність  $T$  від ефективної інтенсивності  $I = (euE_0 / \hbar\omega\Gamma)^2 \equiv \zeta_0^2$  падаючого випромінювання. З (46) впливає додаткова залежність через  $G(\hbar\omega/2)$  оптичної прозорості  $T$  від частоти, температури і хімічного потенціалу (концентрації вільних носіїв заряду). Ефективна інтенсивність  $I$  суттєво залежить від частоти, як безпосередньо, так і через обернений час життя  $\Gamma(\omega)$  електронів і дірок, який визначається механізмами розсіяння. Так, напр. [8], для короткодючих дефектів і нейтральних домішок  $\Gamma(\omega) \propto \omega$ , для заряджених кулонівських домішок  $\Gamma \propto (1/\omega)$ , для квазіпружного електрон-фононного розсіяння (при частотах, вищих за дебаєвську

частоту)  $\Gamma \propto \omega$ . Однак додаткова залежність струму насичення від  $G(\hbar\omega/2)$  ускладнює встановлення однозначного зв'язку частотної залежності струму насичення і механізму розсіяння для допованого графену на відміну від випадку ідеально чистого графену при нульових значеннях температури та енергії Фермі.

На рис. 1,2 наведено графічні залежності коефіцієнтів трансмісії  $T$  від ефективної інтенсивності  $I$  падаючого випромінювання, розраховані на основі рівняння (46) і виразів (36), (38). Рис. 1 містить теоретичні криві  $T(I)$  при фіксованій температурі 300К,  $\hbar\omega = 0.3$  еВ і різних значеннях хімічних потенціалів (з відповідними



**Рис. 1.** Залежність коефіцієнта трансмісії  $T$  підвищеного графену від ефективної інтенсивності падаючого випромінювання  $I = (euE_0 / \hbar\omega\Gamma)^2 = \zeta_0^2$  при температурі 300 К,  $\hbar\omega = 0.3$  еВ і хімічних потенціалах  $\mu$  (концентраціях вільних зарядів  $n_0$ ).

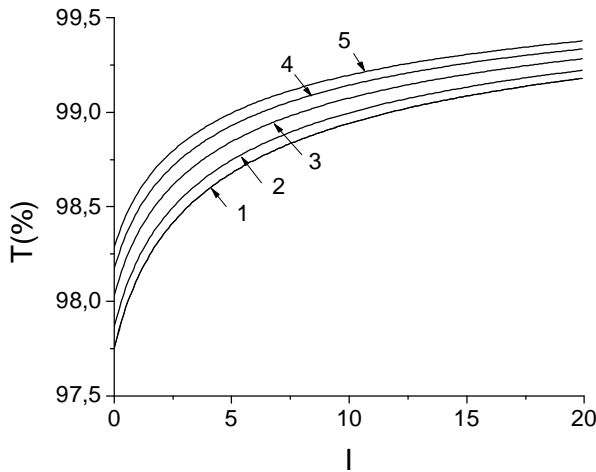
Криві  $T(I)$ : 1 –  $\mu = 0,01$  еВ ( $n_0 = 5,3 \cdot 10^{10}$  см $^{-2}$ );

2 –  $\mu = 0,10$  еВ ( $n_0 = 8,9 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$ );

3 –  $\mu = 0,15$  еВ ( $n_0 = 1,8 \cdot 10^{12}$  см $^{-2}$ );

4 –  $\mu = 0,20$  еВ ( $n_0 = 3,1 \cdot 10^{12}$  см $^{-2}$ )

концентраціями вільних носіїв заряду). На рис. 2 представлені залежності  $T(I)$  при фіксованому хімічному потенціалі,  $\hbar\omega$  і різних температурах. З ростом хімічного потенціалу і температури відбувається зростання коефіцієнта трансмісії. В усіх випадках прозорість підвищеного допованого графену визначається добутком сталої тонкої структури  $\alpha$  і функції  $G(\hbar\omega/2)$  (36), набуваючи великих значень навіть при низьких інтенсивностях. Згідно [15], при  $I \rightarrow 0$  спостерігається лінійна залежність  $T(I)$  і досягається значення  $T(0) = 97.7\%$ . Із збільшенням інтенсивності, як і в [8], теоретично передбачається перехід у нелінійний режим, а потім досить повільна зміна  $T \rightarrow 1$



**Рис. 2.** Криві  $T(I)$  при хімічному потенціалі  $\mu = 0,10$  еВ,  $\hbar\omega = 0,3$  еВ і температурах (концентраціях  $n_0$ ):

- 1 – 100 К ( $n_0 = 7,5 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>);
- 2 – 200 К ( $n_0 = 8,1 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>);
- 3 – 300 К ( $n_0 = 8,9 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>);
- 4 – 400 К ( $n_0 = 1,0 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup>);
- 5 – 500 К ( $n_0 = 1,1 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup>).

відповідно до  $T \approx 1 - \frac{2\pi}{\sqrt{I}} \alpha G(\hbar\omega/2)$  (для ідеально чистого графену [8]  $G(\hbar\omega/2) = 1$ ). Поки ще не існує систематичних експериментальних досліджень нелінійних ефектів прозорості графену в достатньо сильних електричних полях і при низьких частотах.

## Висновки

Методом матриці густини визначено міжзонну провідність допованого графену з виходом за межі теорії лінійного відгуку. Отримані залежності міжзонного струму від частоти і амплітуди зовнішнього електричного поля, температури і хімпотенціалу графену. Підтверджено в загальних умовах важливу роль резонансного характеру

міжзонних переходів в достатньо сильних електричних полях і при малих частотах, з'ясовану в теорії Міщенка для випадку нульових значень температури та енергії Фермі. Для допованого графену знайдено амплітуди насичення дисипативної і недисипативної частин міжзонного струму, а також нелінійні залежності коефіцієнта трансмісії від інтенсивності падаючого випромінювання. З ростом інтенсивності випромінювання, хімічного потенціалу і температури графену відбувається зростання коефіцієнта трансмісії.

**Рувінський Б.М.** – к.ф.-м.н., доцент кафедри загальної та прикладної фізики.

**Рувінський М.А.** – д.ф.-м.н., професор кафедри фізики і хімії твердого тіла.

- [1] K.S.Novoselov, A.K.Geim, S.V.Morozov et al. Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene // *Nature (London)*, **438**, pp. 197-200 (2005).
- [2] T.Ando. Anomaly of optical phonon in monolayer graphene // *J.Phys.Soc.Jpn*, **75**(12), pp. 124701-124706 (2006).
- [3] Т.Я.Тудоровский, А.В.Чаплик. Пространственно неоднородные состояния носителей заряда в графене // *Письма в ЖЭТФ*, **84**(11), сс.735-739 (2006).
- [4] Ю.Е.Лозовик, С.П.Меркулова, А.А.Соколик. Коллективные явления в графене // *УФН*, **178**(7), сс. 757-776 (2008).
- [5] Л.А.Фальковский. Оптические свойства допированных графеновых слоев // *ЖЭТФ*, **133**(3), сс.663-669 (2008).
- [6] Л.А.Фальковский. Оптические свойства графена и полупроводников типа  $A_4B_6$  // *УФН*, **178**(9), сс.923-934 (2008).
- [7] K.F.Mak, M.J.Sfeir, Y.Wu et al. Measurement of the optical conductivity of graphene // *Phys.Rev.Lett.*, **101**, pp. 196405-1 – 196405-4 (2008).
- [8] E.G.Mishchenko. Dynamic conductivity in graphene beyond linear response // *Phys.Rev.Lett.*, **103**, pp. 246802-1 – 246802-4 (2009).
- [9] В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. *Квантовая электродинамика*. Наука, М., 704с, (1980).
- [10] Р.Фейнман. *Статистическая механика*. Мир, М., 407с. (1975).
- [11] В.М.Галицкий, В.Ф.Елесин. *Резонансное взаимодействие электромагнитных полей с полупроводниками*. Энергоатомиздат, М., 192с (1986).
- [12] Э.Конуэлл. *Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях*. Мир, М., 384с. (1970).
- [13] Ю.Л.Климонтович. *Статистическая физика*. Наука, М., 608с. (1982).
- [14] И.И.Собельман. *Введение в теорию атомных спектров*. ГИФМЛ, М.,640с. (1963).
- [15] R.R.Nair, P.Blake, A.N.Grigorenko et al. Fine structure constant defines visual transparency of graphene // *Science*, **320**, p. 1308 (2008).

В.М.Рувинскі<sup>1</sup>, М.А.Рувинскі<sup>2</sup>

## **Interband Conductivity of Doped Graphene in Post-linear Response**

<sup>1</sup> *Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas,  
15, Carpatska Str., Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine,*

<sup>2</sup> *Vasyl Stefanyk' Precarpathian National University,  
57 Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine  
[bruvinsky@gmail.com](mailto:bruvinsky@gmail.com)*

The dynamic conductivity of the doped graphene, caused by the interband resonant transitions, is theoretically investigated depending on the frequency and amplitude of external electric field, the graphene temperature and the concentration of free charge carriers. The obtained results go beyond bounds of the first-order perturbation theory and lead to a saturation of the induced current under rather strong electric fields at the considered general conditions as with the Mishchenko theory for zero temperature and chemical potential. The nonlinear increase of the optical transparency is revealed with rise of the intensity of incident radiation for the doped graphene also.